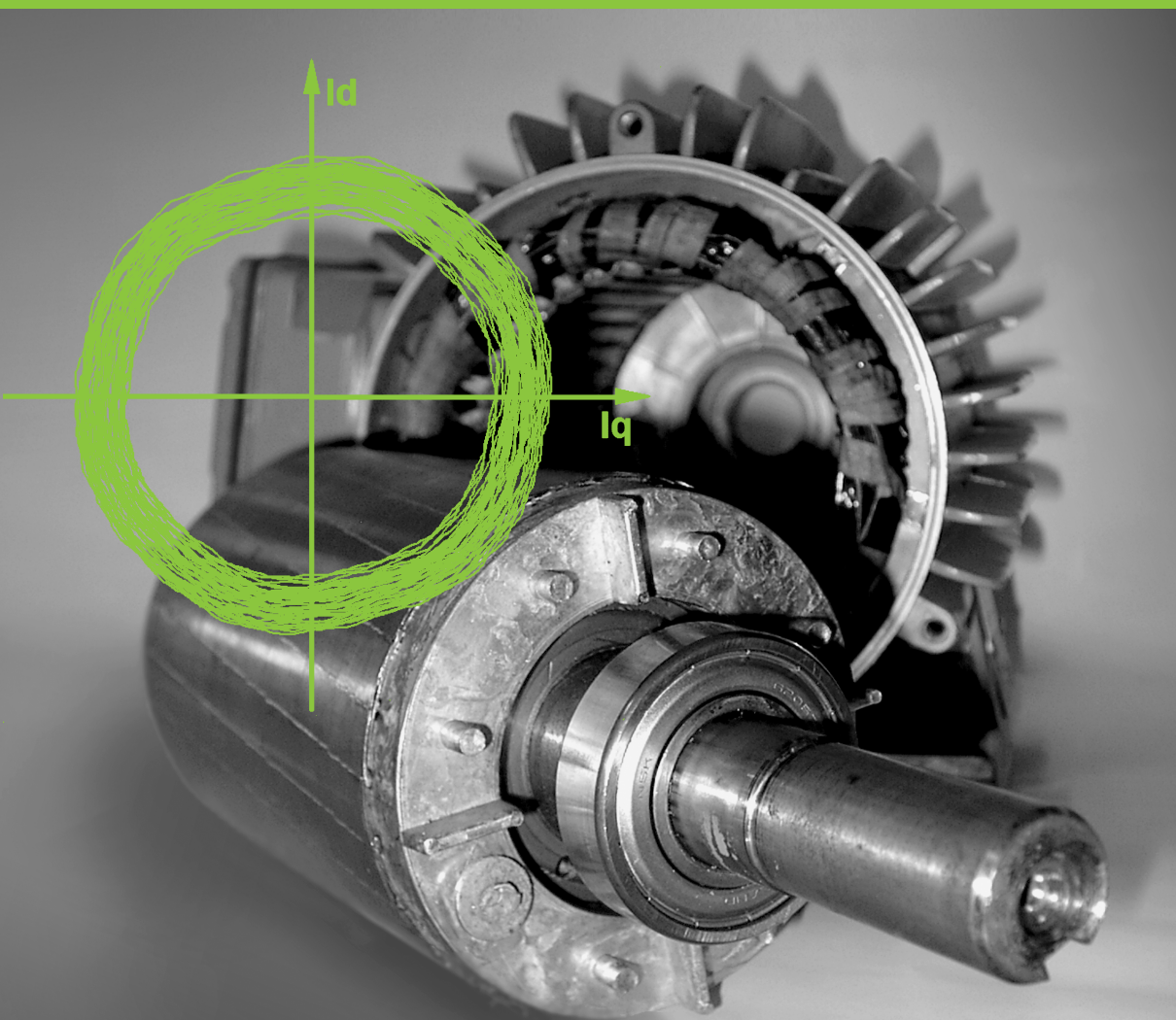
Adam Biernat

Analiza sygnałów diagnostycznych maszyn elektrycznych



OFICYNA WYDAWNICZA POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Analiza sygnałów diagnostycznych maszyn elektrycznych

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Adam Biernat

Analiza sygnałów diagnostycznych maszyn elektrycznych

WARSZAWA 2015
OFICYNA WYDAWNICZA POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Publikacja dofinansowana
przez firmę

Emerson Process Management Sp. z o.o.
ul. Szturmowa 2A; 02-678 Warszawa

Opiniodawcy
Tadeusz Glinka
Zygmunt Kuśmierek

Korekta językowa
Wanda Bukowska

Projekt okładki
Danuta Czudek-Puchalska
Fotografię na okładce wykonał Autor

Skład komputerowy wykonała firma Stämpfli

© Copyright by Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2015

Utwór w całości ani we fragmentach nie może być powielany ani rozpowszechniany za pomocą urządzeń elektronicznych, mechanicznych, kopiujących, nagrywających i innych, w tym nie może być umieszczany ani rozpowszechniany w Internecie bez pisemnej zgody posiadacza praw autorskich

ISBN 978-83-7814-458-8

Księgarnia internetowa Oficyny Wydawniczej PW www.wydawnictwopw.pl
tel. 22 234-75-03; fax 22 234-70-60; e-mail: oficyna@wpw.pw.edu.pl

Oficyna Wydawnicza PW, ul. Polna 50, 00-644 Warszawa. Wydanie I. Zamówienie nr 117/2015
Druk i oprawa: Drukarnia Oficyny Wydawniczej Politechniki Warszawskiej, tel. 22 234-55-93

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Spis treści

Wstęp 7

1. Wprowadzenie 9
1.1. Procesy zużyciowe i starzeniowe 9
1.2. Diagnostyka ekspoloatacyjna 10
1.3. Modele generacji sygnałów diagnostycznych 12
1.4. Wnioskowanie diagnostyczne 17
1.5. Cel i zakres pracy 20

2. Uszkodzenia maszyn elektrycznych 23
2.1. Uszkodzenia uzwojeń stojana 23
2.2. Uszkodzenia rdzenia stojana 24
2.3. Uszkodzenia wirnika 25
2.4. Asymetria szczeliny powietrznej 27
2.5. Uszkodzenia łożysk 28
2.6. Uszkodzenia systemu chłodzenia 30
2.7. Uszkodzenia węzła komutatorowego i zestyku ślizgowego 30

3. Sygnały pomiarowe 33
3.1. Cyfrowe przetwarzanie sygnałów 33
3.2. Eliminacja zakłóceń losowych 35

4. Metody analizy sygnału pomiarowego 41
4.1. Charakterystyki amplitudowe 42
4.2. Funkcja korelacji 44
4.3. Rozkład harmoniczny 45
4.4. Analiza struktury częstotliwościowej sygnału diagnostycznego 49
4.5. Analiza spektralna 58
4.6. Bispektrum 60
4.7. Analiza obwiedni, transformata Hilberta 62
4.8. Analiza czasu pomiędzy kolejnymi przejściami przez zero (ZTC) 65
4.9. Uśrednianie synchroniczne 78
4.10. Wyznaczanie parametrów modelu sygnału metodami optymalizacyjnymi 80

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

4.11. Analiza trajektorii fazora przestrzennego i zmienności czasowej modułu fazora przestrzennego ... 85

5. Drgania mechaniczne ... 95
5.1. Drgania w ośrodkach ciągłych ... 95
5.2. Ruch bryły sztywnej przy wymuszeniu siłowym ... 99
5.3. Przyczyny powstawania drgań w maszynach elektrycznych ... 103

6. Drgania wywołane siłami pochodzenia mechanicznego ... 107
6.1. Niewyważenie ... 107
6.2. Wadliwe sprzężenie mechaniczne wałów ... 112
6.3. Luzy mechaniczne ... 115
6.4. Łożysko toczne ... 120
6.5. Analiza porównawcza struktury częstotliwościowej drgań korpusu silnika wywołanych uszkodzeniem łożysk ... 132
6.6. Drgania samowzbudne łożysk ślizgowych ... 136

7. Oddziaływania elektromagnetyczne w maszynach elektrycznych ... 139
7.1. Oddziaływania elektromagnetyczne w silniku indukcyjnym ... 142
7.1.1. Wpływ struktury zębowej wirnika i stojana na generowane drgania ... 147
7.1.2. Wpływ ekscentryczności wirnika na generowane drgania ... 152
7.1.3. Wpływ nasycenia obwodu magnetycznego na generowane drgania ... 158
7.1.4. Wpływ asymetrii prądów wirnika na generowane drgania ... 160
7.1.5. Wpływ asymetrii prądów stojana na generowane drgania ... 164
7.1.6. Struktura częstotliwościowa drgań wywołanych oddziaływaniem elektromagnetycznym ... 171
7.2. Oddziaływania elektromagnetyczne w silniku synchronicznym ... 174
7.2.1. Wpływ struktury zębowej stojana i geometrii wirnika na generowane drgania ... 177
7.2.2. Wpływ ekscentryczności wirnika na generowane drgania ... 179
7.3.3. Wpływ nasycenia obwodu magnetycznego na generowane drgania ... 180
7.2.4. Wpływ asymetrii przepływu wirnika na generowane drgania ... 181
7.2.5. Wpływ asymetrii przepływu stojana na generowane drgania ... 183
7.3. Oddziaływania elektromagnetyczne w silniku synchronicznym z magnesami trwałymi ... 183
7.3.1. Wpływ momentu zaczepowego na generowane drgania ... 183
7.3.2. Wpływ luzów osadzenia stojana na generowane drgania ... 187

8. Analiza prądu fazowego w silniku indukcyjnym ... 191
8.1. Wpływ struktury obwodu magnetycznego na prąd fazowy ... 191
8.2. Wpływ asymetrii przepływu wirnika na prąd fazowy ... 209
8.3. Wpływ asymetrii przepływu stojana na prąd fazowy ... 213

9. Analiza strumienia rozproszenia w silniku indukcyjnym ... 225
9.1. Składowa radialna strumienia rozproszenia ... 227
9.1.1. Wpływ ekscentryczności wirnika na składową radialną strumienia rozproszenia 231
9.1.2. Wpływ asymetrii prądów wirnika na składową radialną strumienia rozproszenia 233
9.1.3. Wpływ asymetrii prądów stojana na składową radialną strumienia rozproszenia 235
9.2. Składowa osiowa strumienia rozproszenia ... 237
9.2.1. Wpływ ekscentryczności wirnika na składową osiową strumienia rozproszenia 241
9.2.2. Wpływ asymetrii prądów wirnika na składową osiową strumienia rozproszenia 245

10. Podsumowanie ... 249

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Wstęp

Niniejsza monografia poświęcona jest diagnostyce uszkodzeń maszyn elektrycznych ze szczególnym uwzględnieniem dwóch, najpowszechniej stosowanych w układach napędowych oraz w rozproszonych systemach przemiany energii mechanicznej na energię elektryczną, typów maszyn elektrycznych – maszyn indukcyjnych i maszyn synchronicznych. Wykrywanie uszkodzeń w procesie eksploatacji zwiększa bezpieczeństwo użytkowników i obniża ekonomiczne i społeczne koszty stosowania systemów wykorzystujących maszyny elektryczne.

Diagnostyka maszyn elektrycznych jest zagadnieniem interdyscyplinarnym, łączącym technologię, elektrotechnikę, mechanikę, metrologię oraz techniki analizy sygnału. Kolejne rozdziały monografii zostały tak dobrane aby zaprezentować możliwie pełny przegląd problemów związanych z wykrywaniem uszkodzeń w maszynach elektrycznych przy wykorzystaniu informacji zawartej w tych wielkościach fizycznych, których pomiar jest możliwy do realizacji bez dodatkowych ingerencji w diagnozowany obiekt.

W części wstępnej przedstawiony został zarys dziedziny jaką jest diagnostyka w odniesieniu do zagadnień dyskutowanych w pracy oraz problemy tworzenia automatycznych (niezależnych od wiedzy eksperckiej specjalistów nadzoru eksploatacji) systemów wnioskowania. Następnie omówione zostały uszkodzenia jakim podlegają maszyny elektryczne w procesie eksploatacji. Kolejno przedstawione zostały podstawy przetwarzania i analizy sygnałów (uwaga została skupiona na tworzeniu efektywnych miar diagnostycznych), oraz podstawy teorii drgań mechanicznych. Następne rozdziały poświęcone są analizie struktury częstotliwościowej wybranych sygnałów reprezentujących cechy stanu maszyny elektrycznej będącej w stanie bezawaryjnym oraz zmian jakim podlega sygnał w wyniku wystąpienia analizowanego uszkodzenia. Analiza struktury częstotliwościowej sygnału umożliwia efektywne wytypowanie i odnalezienie w widmie częstotliwościowym tych cech sygnału, które charakteryzują się największą wrażliwością na

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

rozwój danego uszkodzenia. Poprawne wytypowanie cech sygnału diagnostycznego jest podstawą budowy wiarygodnego systemu diagnostycznego.

Analizę struktury częstotliwościowej sygnału prowadzono, opierając się na wynikach badań eksperymentalnych. Prezentowane dane wybrane z szeregu pomiarów są reprezentatywne dla analizowanego stanu technicznego badanej maszyny elektrycznej. Z uwagi na unikalność cech konstrukcyjnych każdego typu maszyn elektrycznych podane zostały informacje dotyczące badanych maszyn, a analiza sygnałów pomiarowych konfrontująca rozważania teoretyczne została przedstawiona w postaci przykładów.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

1 Wprowadzenie

Dziedzina wiedzy – **diagnostyka techniczna** umożliwia ocenę stanu technicznego urządzeń za pomocą obiektywnych metod i środków. Znajomość stanu technicznego urządzeń o coraz większej złożoności jest niezbędna, z uwagi na znaczenie pełnionych przez nie funkcji w systemie gospodarczym i bezpieczeństwo osób z nich korzystających lub je obsługujących. Oceny stanu technicznego urządzeń dokonuje się na podstawie pomiarów umożliwiających wyznaczenie, na drodze eksperymentu, ilościowych i jakościowych cech zjawiska, ciała lub procesu. Pomiary powinny być zaplanowane w taki sposób, aby dostarczyć wiarygodnej informacji o tych zmianach stanu technicznego urządzenia, które wskazują na wystąpienie uszkodzenia. W skrajnym przypadku, gdy rozwój uszkodzenia może w szybkim czasie doprowadzić do awarii, pomiary należy dokonywać w sposób ciągły – mówimy wtedy o monitorowaniu stanu technicznego urządzenia [21].

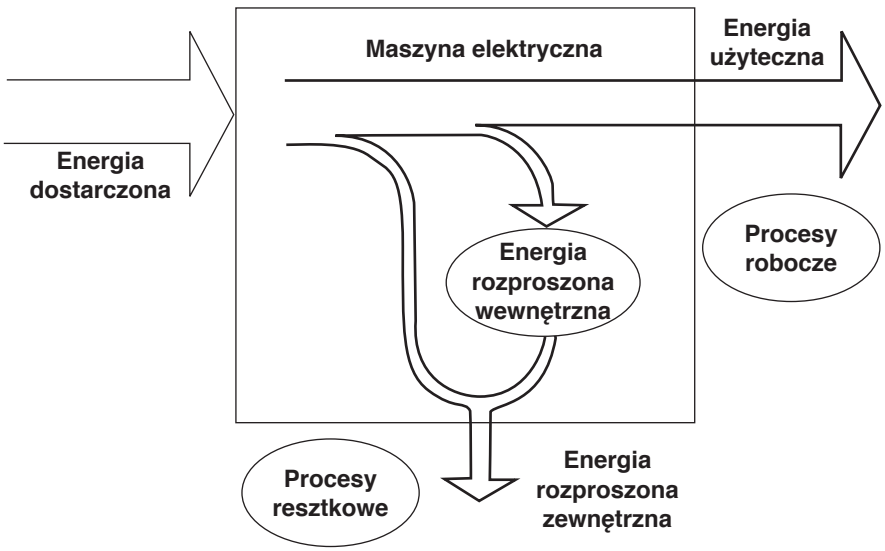
Niniejsza publikacja poświęcona jest problemom analizy diagnostycznego sygnału pomiarowego umożliwiającej ocenę stanu technicznego maszyn elektrycznych w procesie ich eksploatacji, oraz pozwalającą na wykrycie początku stanu awaryjnego i przewidywanie (prognozowanie) rozwoju uszkodzenia.

1.1. Procesy zużyciowe i starzeniowe

Maszyny elektryczne są urządzeniami technicznymi przetwarzającymi dostarczaną energię (mechaniczną lub elektryczną) na inny rodzaj energii użytecznej (elektrycznej bądź mechanicznej), przy czym część energii (opisanej współczynnikiem sprawności) ulega rozproszeniu wewnętrznemu i zewnętrznemu. Energia rozpraszana wewnętrzna, będąca efektem strat elektrycznych (ujawniających się przede wszystkim w postaci powstałego ciepła przyśpieszającego procesy starze-

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

nia), jak i mechanicznych (ujawniających się głównie w postaci procesów zużyciowych) jest kumulowana w maszynie elektrycznej [21]. Energia rozpraszana zewnętrzna ujawnia się w postaci drgań, hałasu i oddawanego na zewnątrz ciepła oraz promieniowania elektromagnetycznego (rys. 1.1).



Rys. 1.1. *Przepływ energii w maszynie elektrycznej*

Procesy starzeniowe są procesami fizycznymi zachodzącymi w materiałach maszyn elektrycznych na skutek wymuszeń wewnętrznych i zewnętrznych powodujących nieodwracalne zmiany. Zużyciem nazywamy procesy stopniowego niszczenia elementów maszyn elektrycznych na skutek występowania sił i naprężeń towarzyszących procesowi przetwarzania energii występującemu w maszynach elektrycznych. Procesy starzeniowe i zużyciowe powodują ewolucję stanu maszyny elektrycznej (z reguły jest to proces powolny), przy czym wielkości opisujące degradację stanu technicznego rosną od wartości początkowej (nowa maszyna) do wartości maksymalnej związanej z uszkodzeniem danego elementu skutkującego awarią maszyny.

1.2. Diagnostyka ekspoloatacyjna

Diagnostyka eksploatacyjna realizowana w trakcie użytkowania urządzenia technicznego powinna umożliwić uzyskanie:
- diagnoz użytkowych określających bieżący stan techniczny,
- prognoz dotyczących przyszłych zmian stanu technicznego,

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

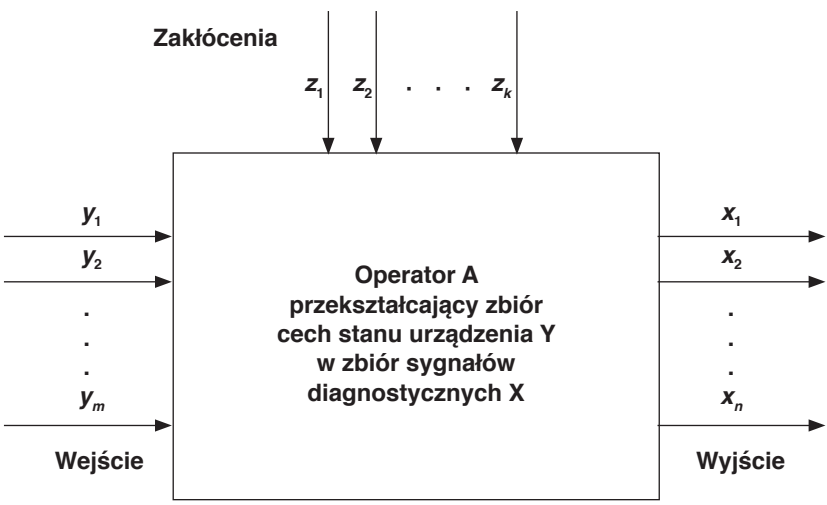
- informacji o lokalizacji ewentualnego uszkodzenia,
- informacji na temat przyczyny uszkodzenia,
- danych na temat parametrów procesu naprawy lub odnowy urządzenia.

Wykorzystywana jest w tym celu właściwość urządzeń technicznych będących systemami otwartymi – wymiana materii, energii i informacji z otoczeniem. Ich stan techniczny można ocenić poprzez obserwację procesów roboczych (mocy, momentu, prędkości) lub różnego typu procesów towarzyszących – resztkowych (drgania, hałas, temperatura, zjawiska elektromagnetyczne, zjawiska chemiczne). Ocena stanu technicznego jest możliwa tylko wtedy, gdy istnieją związki pomiędzy stanem urządzenia (uszkodzeniem, poziomem zużycia, poziomem starzenia) reprezentowanym przez wektor cech stanu (opisujących aktualny stan danej maszyny) **Y,** a generowanymi symptomami reprezentowanymi przez wektor sygnałów diagnostycznych **X** [4]:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}(\mathbf{Y},\mathbf{U}) + \mathbf{Z}, \tag{1.1}$$

gdzie: $\mathbf{X} = \{x(n)\}$, $n = 1, 2, 3,...$,
$\mathbf{A}$ – operator wiążący cechy stanu urządzenia z jego symptomami,
$\mathbf{Y} = \{y(m)\}$, $m = 1, 2, 3,...$,
$\mathbf{U} = \{u(l)\}$, $l = 1, 2, 3,...$ – wektor wymuszeń,
$\mathbf{Z} = \{z(k)\}$, $k = 1, 2, 3,...$ – wektor zakłóceń.

W celu wykorzystania symptomów **X** do oceny stanu technicznego urządzenia należy wyznaczyć model przyczynowo-skutkowy danego stanu urządzenia, co jest równoznaczne z identyfikacją operatora **A** (rys. 1.2).



Rys. 1.2. *Model przyczynowo-skutkowy stanu technicznego maszyny elektrycznej*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Model przyczynowo-skutkowy przedstawiony na rysunku 1.2 zawiera dodatkowo wektor zmiennych zakłóceń $\mathbf{Z} = \{z_k\}$, uwzględniający warunki otoczenia, zmienne warunki diagnozowania, nieuwzględnione cechy obiektu oraz błędy urządzeń diagnostycznych.

Operator **A** można traktować jako wskaźnik użyteczności pomiaru wybranych wielkości fizycznych do celów diagnozowania stanu technicznego urządzenia. Jego identyfikacji możemy dokonać na drodze eksperymentu, modelując dany rodzaj uszkodzenia i jego intensywność, przy czym z reguły narzuca się warunek stałości wymuszeń (zasilania, sterowania, obciążenia) $\mathbf{U} = \{u_l\} = \text{const}$, tak, aby zmiany sygnałów diagnostycznych były spowodowane jedynie zmianą stanu technicznego badanej maszyny elektrycznej. Tego typu podejście umożliwia także ocenę poziomu wiarygodności niesionych przez sygnał pomiarowy informacji diagnostycznych w aspekcie występujących rzeczywistych zakłóceń. Możliwości eksperymentalnego modelowania wybranego uszkodzenia są znacznie ograniczone, gdyż z reguły zaliczają się do tak zwanych badań niszczących. Z tego powodu do celów identyfikacji sygnałów diagnostycznych szeroko stosuje się modelowanie analityczne i numeryczne uwzględniające analizowane uszkodzenia.

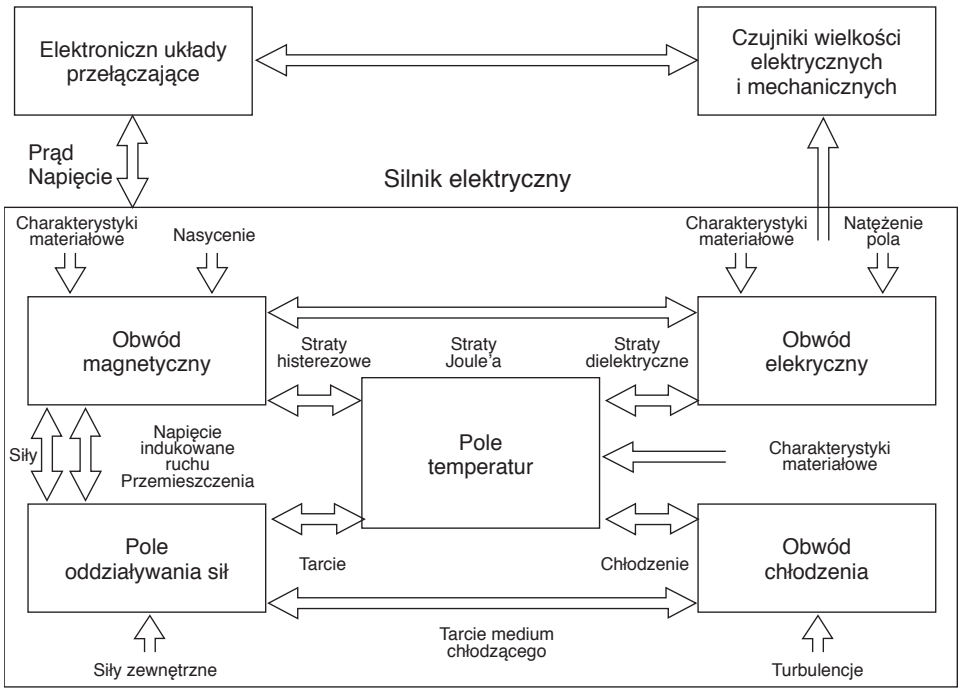
1.3. Modele generacji sygnałów diagnostycznych

Identyfikacji operatora **A** można dokonać na podstawie modelu generacji sygnałów diagnostycznych uwzględniającego budowę i zmiany stanu technicznego diagnozowanej maszyny elektrycznej. Model generacji sygnałów diagnostycznych powinien umożliwić jakościowe i ilościowe rozróżnienie między symptomami poprawnie działającego urządzenia a symptomami narastającego uszkodzenia. Wyróżniamy dwa podstawowe typy modeli: zdeterminowane i losowe. W modelu deterministycznym zakłada się jednoznaczną zależność pomiędzy cechami stanu technicznego i parametrami sygnału opisywaną równaniami liniowymi. W praktyce zależność pomiędzy cechami stanu i parametrami sygnału jest niejednoznaczna – różne uszkodzenia w podobny sposób mogą modyfikować dany sygnał diagnostyczny. W przypadku, gdy nie można zaniedbać występowania czynników zakłócających o charakterze losowym stosuje się modele deterministyczno-probabilistyczne, łączące idealną strukturę bez zakłóceń z zakłóceniami o charakterze losowym.

W urządzeniach o dużej złożoności technicznej występuje szeroki zakres zjawisk fizycznych (często o charakterze nieliniowym wynikającym z charakterystyk materiałowych) wzajemnie wpływających na siebie [5].

Z uwagi na występujące w maszynach elektrycznych zależności pomiędzy zjawiskami fizycznymi (rys. 1.3) w diagnostyce wykorzystuje się pomiary szeregu

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 1.3. *Struktura wzajemnych oddziaływań pomiędzy zjawiskami fizycznymi w maszynie elektrycznej*

wielkości fizycznych będących miarą stanu technicznego urządzenia [2], [17]. Należą do nich:
wielkości mechaniczne:
- drgania,
- przemieszczenia elementów konstrukcji,
- emisja akustyczna,
- fluktuacje prędkości obrotowej,
- fluktuacje momentu mechanicznego,

wielkości elektromagnetyczne:
- prądy,
- napięcia,
- strumień rozproszenia,
- indukcja magnetyczna,
- wyładowania niezupełne,
- odpowiedź dielektryczna (relaksacja dielektryczna),
- ładunek przestrzenny,

oraz inne wielkości, jak:
- temperatura,
- skład chemiczny.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

W elektromechanicznych przetwornikach energii, a w szczególności w maszynach elektrycznych wirujących, głównym procesem resztkowym, oprócz oddawanego ciepła, są zjawiska wibroakustyczne. W czasie pracy maszyny, na skutek występowania szeregu czynników wewnętrznych (siły pochodzenia elektromagnetycznego, starzenie, zużycie, współpraca elementów i ich deformacja) oraz zewnętrznych (wymuszenia zewnętrzne przenoszone przez posadowienie i sprzęgnięcie wału) powstają zaburzenia stanów równowagi rozchodzące się w sprężystym materiale, z jakiego zbudowany jest wirnik i korpus. Zaburzenia rozchodzą się w postaci fali zależnej od własności fizycznych materiału oraz kształtu i wymiarów elementów maszyny. Występujące zjawiska modulacji i właściwości rezonansowe elementów maszyny elektrycznej sprawiają, że w różnych miejscach maszyny w sygnale wibracyjnym pojawiają się dodatkowe składowe widma. Skomplikowany proces propagacji zaburzenia przybliżyć można modelem korpusu silnika elektrycznego, uwzględniającym czynniki modulujące, wpływ czynników zewnętrznych i własności rezonansowe konstrukcji. W modelu tym (dającym dobre odzwierciedlenie wyników pomiarów eksperymentalnych w dziedzinie częstotliwości) relacja pomiędzy zmierzonym sygnałem a zaburzeniem stanu równowagi opisana jest zależnością [10]:

$$x_{\xi}(t) = \left(x_s(t) x_t(t) \prod_i x_{pm,i}(t) + \sum_j x_{pn,j}(t) \right) * h(t) + n(t) , \tag{1.2}$$

gdzie: $x_{\xi}(t)$ – symptom reprezentowany przez sygnał diagnostyczny,
$x_s(t)$ – sygnał generowany w wyniku zmiany stanu danego elementu maszyny elektrycznej,
$x_t(t)$ – funkcja zależna od drogi i kierunku propagacji zaburzenia,
$x_{pm}(t)$ – funkcja opisująca wszystkie czynniki modulujące sygnał zaburzenia (związane z siłami generowanymi przez wirujący wirnik i niesymetryczną siłę naciągu magnetycznego),
$x_{pn}(t)$ – funkcja opisująca wszystkie nie modulujące czynniki zewnętrzne,
$h(t)$ – funkcja opisująca właściwości rezonansowe korpusu maszyny,
$n(t)$ – funkcja reprezentująca zakłócenia o charakterze losowym.

Oprócz efektu modulacji sygnału może wystąpić zjawisko interferencji składowych częstotliwościowych drgań o bliskich częstotliwościach, dające w efekcie niskoczęstotliwościową składową drgań, sprawiającą, że amplituda drgań o danej częstotliwości nie jest stała, lecz zmienia się od wartości minimalnej do maksymalnej nawet w stosunkowo długim okresie czasu rzędu minut.

Drgania generowane w maszynie elektrycznej powodują także powstanie chwilowej asymetrii szczeliny powietrznej pomiędzy wirnikiem i stojanem. Radialne przemieszczenia wirnika są przyczyną zmiany przewodności magnetycznej na drodze strumienia magnetycznego przenikającego szczelinę powietrzną,

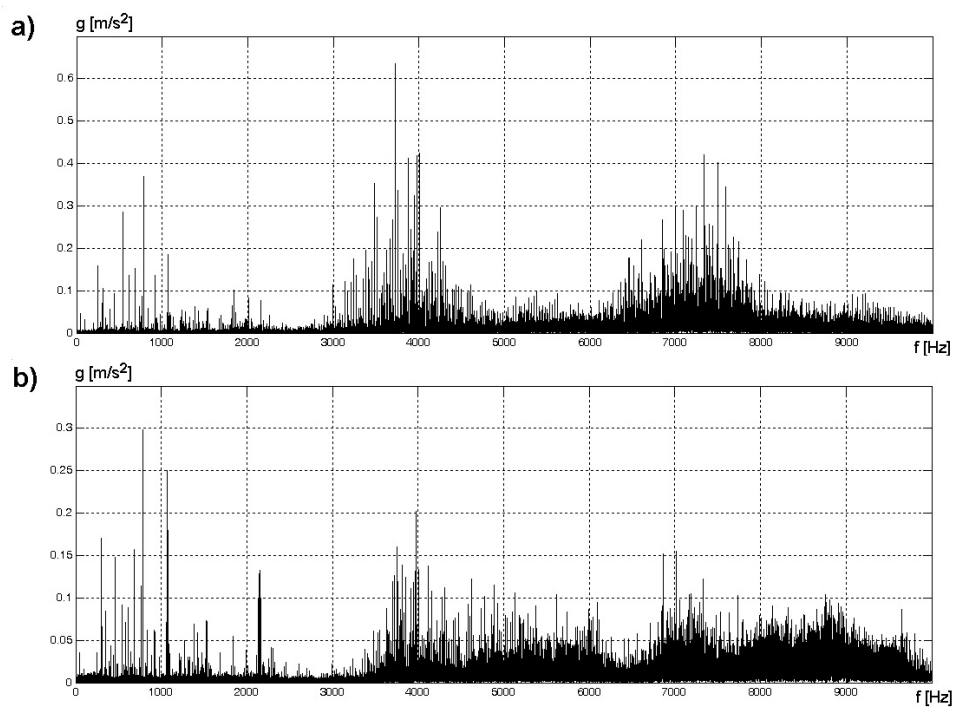
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

zmiany napięcia indukowanego i w konsekwencji powstania dodatkowej składowej zmiennej prądu zasilania.

Przyczyną wystąpienia asymetrii szczeliny powietrznej mogą być także zmiany wymiarów geometrycznych części maszyn wywołane rozszerzalnością cieplną materiałów w miarę wzrostu temperatury. Skrajnym przykładem jest wygięcie wału maszyny w wyniku jednostronnego nagrzania wirnika.

Efekt modulacji, interferencji i w ogólnym wypadku mnożenia splotowego sprawia, że sygnały diagnostyczne mogą mieć bardzo skomplikowany charakter i zawierać nadmierną ilość informacji trudnej do zinterpretowania. Dlatego też należy wybierać punkt odbioru sygnału diagnostycznego (którym jest miejsce umieszczenia czujnika pomiarowego) w taki sposób, aby zminimalizować wpływ odległości od miejsca powstania symptomu, a co za tym idzie – zniekształcenia sygnału.

Przykład. Na rysunku 1.4 przedstawiono sygnał przyspieszenia przemieszczeń obudowy maszyny indukcyjnej, zarejestrowany za pomocą akcelerometru o czułości 9,96 mV/g, paśmie przenoszenia 3 Hz – 20 kHz i częstotliwości rezonansowej 45 kHz umieszczonego na krawędzi tarczy łożyskowej od strony napędu i na korpusie od przeciwnej strony napędu. Widmo sygnału obu czujników różni się wartością amplitud składowych częstotliwościowych.



Rys. 1.4. *Widmo przyspieszenia przemieszczeń radialnych wywołanych uszkodzeniem bieżni wewnętrznej i zewnętrznej łożysk w silniku indukcyjnym SZJe12b: a) czujnik drgań umieszczony na tarczy łożyskowej, b) czujnik drgań umieszczony na korpusie maszyny*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Należy podkreślić, że każda maszyna elektryczna cechuje się indywidualnymi cechami konstrukcyjnymi i zależnościami przyczynowo-skutkowymi pomiędzy jej stanem technicznym a symptomami, zmieniającymi się podczas długotrwałego procesu starzenia się i zużywania. Wynika stąd dodatkowa trudność w rozróżnieniu pomiędzy symptomami związanymi z rozwijającym się uszkodzeniem (szczególnie w jego początkowym stadium) a symptomami wywołanymi występowaniem pewnej nieuniknionej niesymetrii konstrukcji będącej wynikiem sumowania tolerancji procesu technologicznego. W wielu przypadkach w celu określenia bieżącego stanu technicznego urządzenia wymagane jest systematyczne zbieranie informacji o jego stanie, umożliwiających prawidłową ocenę zachodzących zmian.

Próba uwzględnienia wszystkich zjawisk fizycznych prowadzi do nadmiernej złożoności modelu generacji sygnałów diagnostycznych. W celu przezwyciężenia tych trudności stosuje się prostsze modele zorientowane na odtworzenie wybranych zmiennych wyjściowych. W wyniku nieodzownego przyjęcia szeregu założeń upraszczających modele generacji sygnałów diagnostycznych charakteryzują się różnym stopniem złożoności.

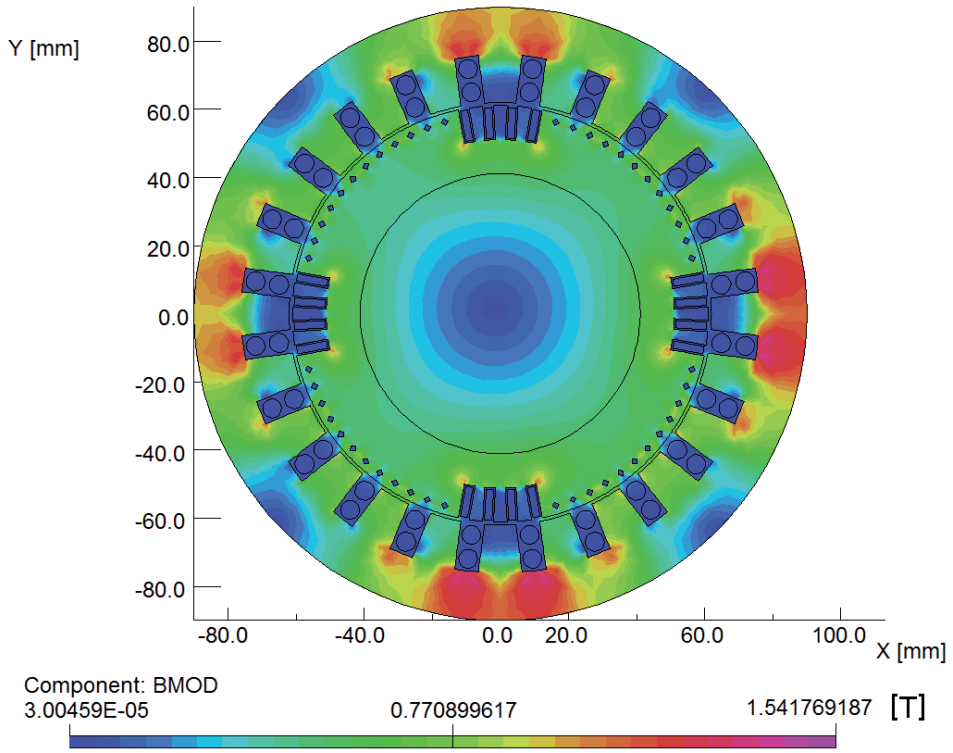
Przykładem prostego modelu jest model drgań generowanych przez wydzielony element składowy o stosunkowo mało skomplikowanej strukturze, jakim jest łożysko. Pozwala on, jedynie na podstawie wielkości geometrycznych i znajomości prędkości obrotowej, określić charakterystyczne częstotliwości drgań wskazujące na uszkodzenie danego elementu łożyska (bieżni wewnętrznej, bieżni zewnętrznej, elementu tocznego, koszyka).

Przykładem modelu o dużym stopniu złożoności jest mieszany model obwodowo-polowy maszyny elektrycznej. Uwzględnienie uszkodzeń z uwagi na występowanie lokalnej asymetrii wymaga modelowania całego przekroju maszyny elektrycznej [15]. Wyznaczenie zależności czasowych (związanych z przemieszczaniem się wirnika względem stojana) związane jest z modyfikacją elementów siatki dyskretyzacyjnej w szczelinie powietrznej maszyny dla położeń wirnika opisanych przyrostem położenia kątowego w kolejnych analizowanych chwilach czasu [1]. Podejście to umożliwia modelowanie i analizowanie praktycznie wszystkich uszkodzeń mających wpływ na zjawiska elektromagnetyczne, a więc uszkodzeń klatki wirnika silnika indukcyjnego, wystąpienia zwarcia zwojowego, uszkodzenia izolacji blach tworzących rdzeń magnetyczny, asymetrii szczeliny powietrznej.

Na rysunku 1.5 pokazany został rozkład modułu indukcji w przekroju silnika synchronicznego z biegunami utajonymi z asymetrią obwodu wzbudzenia (zwarcie zwojowe) wyznaczony na podstawie modelu polowego dla położenia wirnika względem stojana w wybranej chwili czasowej.

Modele obwodowo-polowe umożliwiają identyfikację charakterystycznych cech sygnału pomiarowego: prądu zasilania, strumienia magnetycznego w szczelinie powietrznej lub w przestrzeni poza maszyną, momentu elektromagnetycznego, a także ujawnienie występowania niesymetrycznych sił naciągu magnetycznego, wywołanych danym rodzajem degradacji stanu technicznego.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 1.5. *Rozkład modułu indukcji w przekroju silnika synchronicznego z biegunami utajonymi z asymetrią obwodu wzbudzenia*

W celu weryfikacji przyjętego modelu generacji sygnałów diagnostycznych (poprawności identyfikacji operatora **A**) wykorzystać można eksperyment, w którym wymusza się zmianę identyfikowanego stanu maszyny, a także bazę informacji diagnostycznych obejmującą dany typ maszyny elektrycznej i zawierającej zbiór sygnałów diagnostycznych związanych z różnymi stadiami rozwoju danego uszkodzenia.

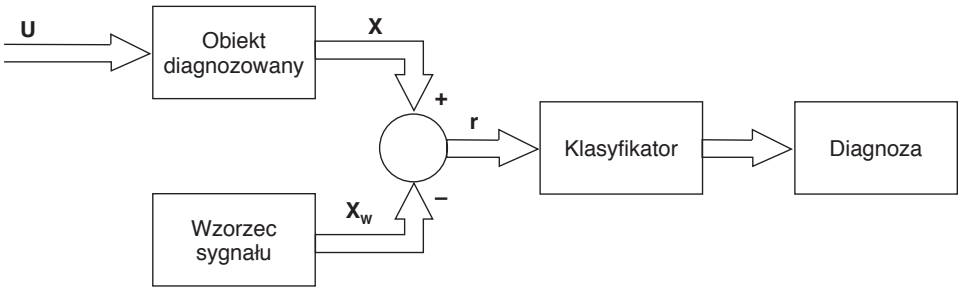
1.4. Wnioskowanie diagnostyczne

Diagnozowanie maszyn elektrycznych realizować można przy użyciu metod porównania bezpośredniego lub metod porównawczych z wykorzystaniem modelu badanego obiektu [19].

Badanie diagnostyczne bezpośrednie polega na pomiarze sygnału emitowanego przez maszynę (proces roboczy, proces towarzyszący), wydzieleniu jego cech charakterystycznych (wyróżniających się wrażliwością na daną zmianę stanu ma-

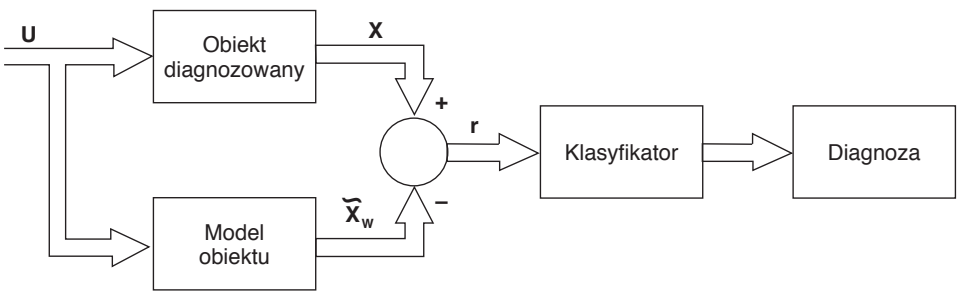
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

szyny), porównaniu z wcześniej wyznaczonymi cechami poprawnie działającej maszyny (cechami wzorcowymi sygnału) i następnie kontroli zmian i trendów zmian, badaniu przekroczenia wartości granicznych itp. w celu wydania werdyktu diagnostycznego (rys. 1.6).



Rys. 1.6. *Diagnozowanie z wykorzystaniem porównania sygnału wyjściowego* **X** *z sygnałem wzorcowym* $\mathbf{X}_w$; **U** *– wymuszenie*

Metoda porównawcza z wykorzystaniem modelu badanego obiektu polega na porównaniu sygnału pomiarowego z sygnałem uzyskanym na wyjściu modelu przy zapewnieniu identycznych wymuszeń (rys. 1.7).



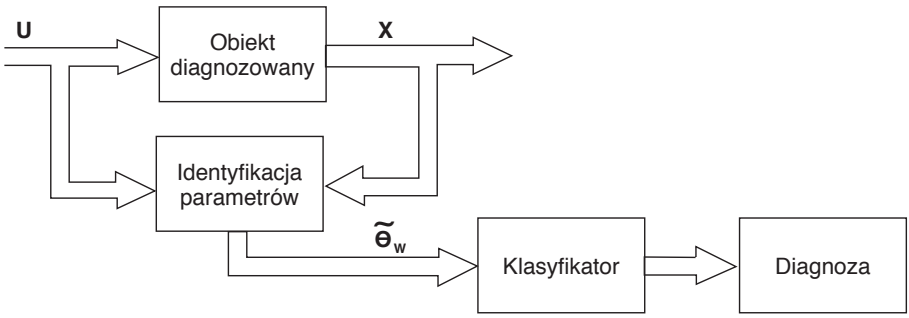
Rys. 1.7. *Diagnozowanie z wykorzystaniem porównania sygnału wyjściowego* **X** *z sygnałem estymowanym* $\widetilde{\mathbf{X}}$ *przy zapewnieniu identycznych wymuszeń* **U**

Przy założeniu, że parametry modelu odpowiadają parametrom diagnozowanego obiektu, a sam model z założoną dokładnością odtwarza wybrane zmienne wyjściowe, różnica sygnałów (residuum) jest bliska zeru wtedy, gdy obiekt działa poprawnie. Wystąpienie niesprawności (uszkodzenia) spowoduje, że różnica sygnałów przyjmie znaczące wartości. Zaletą tej metody jest uwzględnienie aktualnego poziomu wymuszeń (mogącego mieć wpływ na sygnał wyjściowy), wadą natomiast złożoność modelu estymującego sygnał wyjściowy maszyny elektrycznej i długi czas realizacji obliczeń (do tego celu stosowane są modele obwodowe i polowo-obwodowe).

Wady metody wykorzystującej estymację sygnału wyjściowego spowodowały zainteresowanie metodami wykorzystującymi estymację parametrów stosunkowo

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

prostego modelu na podstawie rzeczywistych wymuszeń i sygnału wyjściowego diagnozowanego obiektu (rys. 1.8).



Rys. 1.8. *Diagnozowanie z wykorzystaniem estymacji parametrów modelu* $\tilde{\Theta}$

Najczęściej stosowane są tu modele w postaci równań stanu. Koncepcja oceny stanu technicznego opiera się w tym wypadku na założeniu, że wystąpienie uszkodzenia w maszynie objawia się w postaci zmiany wartości zmiennych stanu oraz parametrów modelu. W konsekwencji diagnozę aktualnego stanu można postawić przez identyfikację aktualnych parametrów (na przykład rezystancji uzwojenia wirnika, impedancji uzwojenia stojana) i porównaniu z parametrami wzorcowymi, estymowanymi w stanie bezawaryjnym. Do identyfikacji wybranych parametrów wykorzystuje się filtr Kalmana, rozszerzone obserwatory lub symulatory zmiennych stanu [2], [19].

W celu wysnucia prawidłowych, obiektywnych wniosków o stanie technicznym maszyny elektrycznej stosuje się systemy diagnostyczne (będące programem lub zestawem programów komputerowych), wykorzystujące algorytmy przetwarzania sygnałów pomiarowych oraz algorytmy porównania i interpretacji sygnałów diagnostycznych zrealizowanych na podstawie wiedzy eksperta (człowieka), bazującej na informacjach zebranych w procesie eksploatacji, a także informacjach uzyskanych dzięki modelowaniu różnorodnych uszkodzeń maszyn elektrycznych.

Porównanie cech charakterystycznych sygnału diagnostycznego z cechami wzorcowymi polega na badaniu przynależności wektora sygnałów diagnostycznych do poszczególnych klas (na przykład: prawidłowo działająca maszyna, maszyna uszkodzona). W tym celu wykorzystuje się:

- miary pozwalające określić abstrakcyjną „odległość" pomiędzy wektorem cech wzorcowych sygnałów diagnostycznych a wektorem cech sygnałów diagnostycznych pomiarowych opisujących aktualny stan diagnozowanej maszyny elektrycznej (metryka Euklidesa, odległość Mahalanobisa) [12],
- logikę rozmytą wraz z bazą reguł stworzoną na podstawie wiedzy eksperckiej (stosowanej w sytuacji, gdy poszczególne elementy wielowymiarowego wektora symptomów diagnostycznych przypisane zostają do różnych klas i występuje problem z wydaniem werdyktu diagnostycznego) [2], [11], [13], [18],

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

[20]. Sterowniki (klasyfikatory) wykorzystujące logikę rozmytą (wielowartościową) bywają często uzupełnione o sieć neuronową lub algorytmy ewolucyjne [7], [14],
- klasyfikatory (dwuklasowe [3] i jednoklasowe [6], [8], [9], [16]) w postaci maszyny wektorów nośnych (SVM), wykorzystującej algorytmy treningowe.

Prognozowanie przyszłych zmian stanu technicznego maszyny elektrycznej wymaga uchwycenia trendu zmian stanu. Jak już zostało wspomniane, procesy starzeniowe i zużyciowe powodujące ewolucję stanu maszyny elektrycznej są procesami powolnymi. Dlatego też w diagnostyce wprowadza się pojęcie czasu dynamicznego (związanego z rejestrowanymi chwilowymi zmianami sygnału pomiarowego). Jednorazowe realizacje pomiarów trwają co najwyżej dziesiątki sekund. Degradacja stanu technicznego diagnozowanej maszyny elektrycznej (czas eksploatacji) aż do wystąpienia awarii może trwać latami, chociaż zapoczątkowany procesami starzenia lub zużycia rozwój awarii może mieć przebieg gwałtowny. Stąd wynikają dodatkowe trudności z uchwyceniem początku rozwoju awarii w celu uruchomienia procesu serwisowego i uchronienia maszyny przed nieodwracalnym zniszczeniem. Dla potrzeb prognozowania zmian stanu technicznego tworzy się modele symptomowe, opisujące stan techniczny w kategoriach obserwowanych symptomów. Modele te nie zawierają czasu dynamicznego i w przypadku prostych obiektów są liniowe względem parametrów (modele typu regresyjnego).

Przedstawiona w rozdziale 1.3 analiza rozchodzenia się zaburzeń wibracyjnych ilustruje trudności związane z budową klasycznego modelu przyczynowo-skutkowego złożonych procesów i obiektów z uwagi na częsty brak jednoznacznych relacji pomiędzy przyczyną a skutkiem. W związku z tym w diagnostyce eksploatacyjnej do celów wnioskowania coraz szerzej stosuje się systemy sztucznej inteligencji budowane na bazie wiedzy eksperckiej. Systemy te mając zdolność uogólniania wiedzy, interpretują symptomy (sygnały diagnostyczne) w sposób przybliżony, przy czym nie wymagają znajomości modelu matematycznego diagnozowanego obiektu.

1.5. Cel i zakres pracy

Celem niniejszej rozprawy jest analiza sygnału pomiarowego (przemieszczeń powierzchni wirujących elementów, przyspieszeń drgań powierzchni obudowy, prądów fazowych, zewnętrznego, radialnego strumienia rozproszenia oraz osiowego, zewnętrznego strumienia rozproszenia) pod kątem zmian jakościowych i ilościowych wywołanych uszkodzeniem wybranych węzłów maszyny. Analizie zostało poddane widmo o możliwie szerokim zakresie składowych częstotliwościowych, odpowiednio przetworzonego sygnału, zarejestrowane w różnych stanach pracy

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

badanych maszyn elektrycznych – od stanu obciążenia znamionowego do stanu bliskiego stanowi jałowemu. W przypadku analizy niskoczęstotliwościowego zakresu sygnału (składowe częstotliwościowe o częstotliwości mniejszej niż podstawowa składowa częstotliwościowa sygnału) jako alternatywa do analizy widmowej zaproponowana została analiza czasu przejścia sygnału przez zero (ZTC).

Przeprowadzona analiza widmowa wybranych sygnałów pomiarowych umożliwiła identyfikację charakterystycznych składowych częstotliwościowych związanych z geometrią łożysk i geometrią szczeliny powietrznej maszyny oraz z analizowanymi uszkodzeniami (uszkodzeniem bieżni wewnętrznej i zewnętrznej łożyska, uszkodzeniem uzwojeń wirnika, uszkodzeniem uzwojeń stojana, występowaniem luzów i zmianą geometrii elementów wirujących). W przypadku uszkodzeń wprowadzających asymetrię przestrzennego rozkładu strumienia w maszynie zaproponowano analizę zmienności modułu fazora przestrzennego sygnału trójfazowego przekształconego do ortogonalnego układu dwufazowego. Analiza zmienności modułu fazora przestrzennego umożliwia rozdzielenie składowych częstotliwościowych tworzących składową zgodną i przeciwną wirującego fazora, co oznacza transformowanie różnicy amplitud danej składowej częstotliwościowej sygnałów ortogonalnych w dwie składowe częstotliwościowe (o znanym odstępie częstotliwości) sygnału zmienności modułu fazora przestrzennego. Dzięki temu operacja porównania widm amplitudowych dwóch sygnałów została zastąpiona operacją poszukiwania określonej składowej częstotliwościowej widma amplitudowego.

Trudności z identyfikacją wyższych składowych częstotliwościowych widma wynikają z ograniczonej dokładności pomiaru prędkości obrotowej wirnika lub błędu częstotliwości napięcia zasilającego (odchylenia częstotliwości od wartości znamionowej). Zaproponowana analiza częstotliwościowo-częstotliwościowa (pozwalająca utworzyć dwuwymiarowy obraz zawartości składowych częstotliwościowych w sygnale pomiarowym) umożliwia dokładne wyznaczenie częstotliwości charakterystycznych i późniejsze zidentyfikowanie ich w widmie sygnału. Jak zostało wykazane w pracy, mapa częstotliwościowo-częstotliwościowa umożliwia także wykrycie subtelnych zmian w widmie sygnału wywołanych zaistnieniem danego rodzaju uszkodzenia. Poszukiwanie zmian składowych częstotliwościowych w widmie sygnału zostaje zastąpione poszukiwaniem zmian w obrazie mapy częstotliwościowo-częstotliwościowej widma.

Należy podkreślić, że część uszkodzeń maszyn elektrycznych (jak na przykład uszkodzenia łożysk lub klatki wirnika maszyny indukcyjnej) manifestuje się pojawieniem dobrze zdefiniowanych składowych częstotliwościowych charakterystycznych dla danego rodzaju uszkodzenia. W przypadku uszkodzeń takich jak zwarcie zwojowe uzwojenia stojana, jego wykrycie wciąż napotyka na trudności. Zaproponowana w rozprawie metodologia analizy sygnału pomiarowego może przyczynić się w tym przypadku do podniesienia wiarygodności werdyktu diagnostycznego.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Literatura

[1] Arkkio A., „Analysis of induction motors based on the numerical solution of magnetic field and circuit equations", Helsinki, Acta Polytechnica Scandinavica, Electrical Engineering Series No. 59, ISBN 951-666-250-1.

[2] Arkkio A., Hyötyniemi H., Jover P., Kokko V., Lindh T., Negrea M., „Foult Diagnostics for Electrical Machines", Postgraduate Seminar on Elektromechanics, Otaniemi, 2005.

[3] Burbidge R., Buxton B., An Introduction to Suport Vector Machines for Data Mining, Proc. 12th Conference Young Operational Research (YOR12), Nottingham, UK, 2011.

[4] Cempel C., „Podstawy wibroakustycznej diagnostyki maszyn", WNT, 1982.

[5] Driesen J., „Coupled electromagnetic-thermal problems in electrical energy transducers", Doctoral Thesis, Leuven 2000.

[6] Evangelista P., F., Embrechts M., J., Szymanski B., K., Some Properties of the Gaussian Kernel for One Class Learning, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 4668 Part 1, Springer, Berlin, (2007) 269-278.

[7] Kothamasu R., Huang S. H., Adaptive Mamdani fuzzy model for condition-based maintenance, Fuzzy sets and systems 158 (2007) 2715-2733.

[8] Kurek J., Biernat A., Osowski S., Markiewicz T., Diagnosis of Induction Motor using Support Vector Machine, Int. Symp. CPEE, Odessa (2006) 1-4.

[9] Kurek J., Osowski S., Support Vector Machine for Fault Diagnosis of the Broken Rotor Bars of Squirrel-Cage Induction Motor, Neural Computing and Application, Vol. 19, No 4, 557-564.

[10] Lindh T., Ahola J., Partanen J., „Bearing monitoring of electrical motors and powerline communications in low voltage industrial distribution networks", Tutkimusraportti/ Research report 16, TESLA- raportti 79/2002.

[11] Lindh T., Ahola J., Spatenka P., Rautiainen A-L., Automatic bearing fault classification combining statistical classification and fuzzy logic, Lappeenranta University of Technology, Lappeenranta, Finland, 2004.

[12] Mahalanobis P., C., Proceedings of National Institute of Science of India, 2, 49, 1936.

[13] Mechefske C. K., Objective machinery fault diagnosis using fuzzy logic, Mechanical Systems and Signal Processing 1998 12(6) 855-862.

[14] Osowski S., Sieci neuronowe, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 1994.

[15] Poyhonen s., Negrea M., Jover P., Arkkio A., Hyotyniemi H., „Numerical magnetic field analysis and signal processing for fault diagnostics of electrical machines", ICEM 2002.

[16] Scholkopf B., Somola A., Learning with kernels, MIT Press, Cambridge 2002.

[17] Thorsen O.V., Dalva M., „Failure Identification and Analysis for High-Voltage Induction Motors in the Petrochemical Industry", IEEE Transactions on Industry Applications Vol. 35, No 4 1999.

[18] Wang J., Hu H., Vibration-based fault diagnosis of pump using fuzzy technique, Measurement 39 (2006) 176-185.

[19] Vas P., „Parameter Estimation, Condition Monitoring, and Diagnosis of Electrical Machines", Clarendon Press, Oxford 1993.

[20] Zeraoulia M., Mamoune A., Mangel N., Benbouzid M.E.H., A simple Fuzzy Logic aproache for Induction Motors stator condition monitoring, Journal of Electrical Systems 1-1 (2005) 19-30.

[21] Żółtowski B., „Podstawy diagnostyki maszyn", Zeszyty Problemowe, Wydawnictwo Akademii Techniczno-Rolniczej w Bydgoszczy, 1996.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

2 Uszkodzenia maszyn elektrycznych

Badania dotyczące niezawodności maszyn elektrycznych wykorzystujące wieloletnie doświadczenie eksploatacyjne w różnych dziedzinach przemysłu [1], [2], [7], [11], [13], [14], pozwoliły na klasyfikację ilościową występujących w maszynach elektrycznych uszkodzeń:

- uzwojeń stojana;
- rdzenia stojana;
- wirnika;
- łożysk i przekładni;
- systemu chłodzenia;
- węzła komutatorowego i zestyku ślizgowego;

oraz asymetrii szczeliny powietrznej.

Częstość występowania poszczególnych uszkodzeń związana jest z ilością użytkowanych maszyn danego typu (ponad 90% wszystkich maszyn elektrycznych wykorzystywanych w przemyśle stanowią maszyny indukcyjne trójfazowe), rodzajem pracy (wzrost liczby uszkodzeń wirnika w wypadku pracy S4 – przerywanej z częstym rozruchem).

2.1. Uszkodzenia uzwojeń stojana

Najczęściej występującym uszkodzeniem uzwojeń stojana jest uszkodzenie izolacji przewodów [4]:

- starzenie izolacji związane z nadmierną temperaturą pracy maszyny i udarami napięciowymi w wypadku zasilania maszyny z przemiennika częstotliwości;
- zniszczenie izolacji pod wpływem przegrzewania pakietu stojana związanego z uszkodzeniem izolacji pomiędzy blachami;

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

- wycieranie izolacji cewek związane z rozluźnieniem sprasowania blach pakietu na skutek drgań mechanicznych i elektromagnetycznych, rozluźnieniem mocowania połączeń czołowych i klinowania uzwojenia w żłobku wskutek działania sił elektromagnetycznych (udary prądowe podczas rozruchu lub zwarcia);
- pękanie i rozwarstwienie izolacji wywołane siłami gnącymi w strefie wyjścia cewek ze żłobków i wydłużeniem termicznym uzwojenia stojana;
- wgniatanie skrajnych blach rdzenia w izolację;
- zmiana właściwości dielektrycznych na skutek zanieczyszczenia zewnętrznego,
- występowanie wyładowań niezupełnych.

W wyniku uszkodzenia izolacji dochodzi zazwyczaj do zwarć zwojowych. W początkowym stadium uszkodzenia izolacji zwojowej występuje nieregularne iskrzenie powodujące erozję izolacji i w konsekwencji trwałe zwarcie pętli uzwojenia. Pojawiają się wtedy prądy zwartej pętli 12–20-krotnie przekraczające znamionowy prąd maszyny. Wydzielone w zwartym zwoju ciepło jest przyczyną gwałtownego rozwoju uszkodzenia prowadzącego do zwarcia między cewkami, między fazami lub zwarcia fazy do ziemi [8]. Zwarcie zwojowe eliminuje zwarte zwoje z uzwojenia fazowego, zmniejszając wytworzony przez uzwojenie przepływ. Ponadto prąd zwartej pętli, wywołując przepływ przeciwny do głównego przepływu uzwojenia, powoduje jego dalsze osłabienie. Zwarcie zwojowe, mając w fazie początkowej niewielki wpływ na pracę maszyny, jest przyczyną szybko następującej awarii (w maszynach wysokonapięciowych i niskonapięciowych maszynach dużej mocy proces rozwoju uszkodzenia od zwarcia zwojowego do zwarcia fazy do ziemi jest zazwyczaj bardzo krótki – rzędu sekund), w wyniku której maszyna może zostać całkowicie zniszczona. Wczesne wykrycie uszkodzenia izolacji umożliwia przywrócenie pełnej sprawności maszyny po przewinięciu uzwojenia.

W celu wychwycenia początkowego stadium uszkodzenia stosuje się ciągły proces monitorowania poziomu wyładowań niezupełnych [7]. Alternatywą jest badanie niesymetrii rozkładu pola w szczelinie powietrznej maszyny.

Przerwa w uzwojeniu fazowym silnika powoduje, że pozostałe pasma fazowe (zakładając połączenie uzwojeń w gwiazdę) zasilone są napięciem przewodowym. Silnik pracuje jak silnik jednofazowy.

2.2. Uszkodzenia rdzenia stojana

Tego typu uszkodzenia są rzadkie, jednak ich naprawa jest bardzo kosztowna, gdyż wymaga wymiany całego rdzenia. Dlatego też podejmuje się próby wykrywania uszkodzeń pakietu i identyfikacji przyczyn. Rdzeń stojana maszyny elektrycznej złożony jest z cienkich, izolowanych blach elektrotechnicznych w celu minimalizacji prądów wirowych. W procesie produkcji pakiet blach jest ściskany

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

w celu eliminacji możliwości drgań poszczególnych blach oraz w celu powiększenia jego przewodności cieplnej. Drgania rdzenia wywołane są siłami związanymi ze zjawiskami magnetycznymi (naciąg magnetyczny pomiędzy stojanem i wirnikiem), elektromagnetycznymi (oddziaływania pomiędzy prętami uzwojenia) oraz naprężeniami termicznymi (wydłużanie termiczne rdzenia i prętów uzwojenia).

Uszkodzenia rdzenia wywołane są następującymi przyczynami [3], [9]:

- wzrostem temperatury skrajnych elementów pakietu i pierścieni dociskowych wywołanym wypadkowym strumieniem rozproszenia połączeń czołowych uzwojenia stojana i wirnika;
- stopieniem rdzenia wywołanym zwarciem fazy do ziemi;
- drganiami blach związanymi z luzami klamer, nitów, śrub ściskających pakiet;
- osłabieniem sprasowania końców pakietu wywołanym drganiem połączeń czołowych uzwojenia;
- rozluźnieniem sprasowania blach pakietu wywołanym temperaturą i procesem starzenia;
- nierównomiernym rozkładem sił ściskających pakiet blach rdzenia, wywołanym nierównomierną grubością blach;
- uszkodzeniem izolacji blach w procesie produkcji i montażu;
- uszkodzeniem izolacji blach zewnętrznymi zanieczyszczeniami;
- tarciem pomiędzy elementami wirnika i stojana;
- iskrzeniem wywołanym uszkodzeniem uzwojeń.

W wyniku oddzielenia blach (rozluźnienia sprasowania blach) pojawia się korozja cierna, będąca przyczyną uszkodzenia izolacji pomiędzy blachami. Osłabienie izolacji pomiędzy blachami prowadzi do wzrostu prądów wirowych, lokalnych strat mocy i temperatury. Wzrost temperatury może prowadzić nawet do spalenia lub stopienia blach. Często pociąga to za sobą uszkodzenie izolacji uzwojeń. Uderzenia rozluźnionych blach o elementy konstrukcyjne (na przykład rozpórki wentylacyjne) może prowadzić do ich łamania.

Uszkodzenia pakietu stojana jest trudne do monitorowania z uwagi na to, że uszkodzenia izolacji pomiędzy blachami prowadzi jedynie do lokalnej zmiany rozpływu strumienia i lokalnego dodatkowego nagrzewania. Zazwyczaj podczas przeglądu maszyny dokonuje się wzrokowej inspekcji rdzenia maszyny.

2.3. Uszkodzenia wirnika

Wirniki różnych typów maszyn elektrycznych znacznie różnią się pod względem konstrukcji i mogą posiadać:

- klatkę zwartą – silniki indukcyjne i silniki synchroniczne;
- uzwojenia – konwencjonalne silniki synchroniczne, silniki indukcyjne pierścieniowe, konwencjonalne silniki prądu stałego;

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

- magnesy trwałe – silniki synchroniczne i silniki prądu stałego;
- jedynie pakiet blach – silniki reluktancyjne;
- jedynie uzwojenia – bezrdzeniowe silniki prądu stałego.

Wnikające z różnic konstrukcyjnych, technologicznych i użytych materiałów najczęściej występujące uszkodzenia wirników związane są z [12]:

- zwarciem zwojowym w uzwojeniu wzbudzenia konwencjonalnych maszyn synchronicznych i w uzwojeniu konwencjonalnych maszyn prądu stałego;
- uszkodzeniem pręta uzwojenia klatkowego silnika indukcyjnego;
- pęknięciem pierścienia zwierającego pręty klatki silnika indukcyjnego;
- uszkodzeniem obwodu uzwojenia wirnika silnika indukcyjnego pierścieniowego;
- odmagnesowaniem magnesów trwałych;
- przemieszczeniem biegunów.

Przyczyny zwarć zwojowych są podobne do przyczyn zwarć uzwojenia stojana: nadmierna temperatura pracy maszyny, zanieczyszczenia zewnętrzne, drgania mechaniczne i drgania elektromagnetyczne.

Zazwyczaj rezystancja uzwojeń wzbudzenia obu biegunów tworzących parę jest identyczna. Podobnie ilość wydzielanego ciepła strat Joule'a. Zwarcie zwojowe powoduje zmniejszenie się rezystancji uszkodzonego uzwojenia i w konsekwencji zmniejszenie wydzielanego ciepła. Prowadzi to do niesymetrii w rozkładzie temperatur wewnątrz wirnika, mogącej prowadzić do deformacji geometrycznej. Występuje także nierównowaga sił pochodzenia magnetycznego wywołana zmianą przepływu wytworzonego przez uszkodzone uzwojenie. W konsekwencji zwarcie zwojowe uzwojenia wzbudzenia generatorów synchronicznych powoduje wzrost poziomu drgań, sprawiający określone problemy eksploatacyjne.

W wypadku komutatorowych maszyn prądu stałego z uzwojeniem o gałęziach równoległych zwarcia zwojowe powodują powstanie asymetrii napięcia indukowanego wymuszającego przepływ prądów wyrównawczych.

Uszkodzenie pręta lub pierścienia zwierającego klatki silnika indukcyjnego stanowią ok. 6–10% wszystkich uszkodzeń w silniku. Pierwotną przyczyną tego typu uszkodzeń są błędy wykonania odlewu w przypadku klatki aluminiowej (lub klatki miedzianej w nowoczesnych silnikach energooszczędnych) lub błędy połączenia prętów klatki i pierścienia zwierającego w przypadku klasycznej klatki miedzianej. Klatka silnika indukcyjnego poddawana jest ogromnym naprężeniom termicznym i mechanicznym szczególnie podczas rozruchu (prąd ustalony rozruchu może być nawet siedmiokrotnie większy niż prąd znamionowy, prąd udarowy – piętnastokrotnie) lub pełnego obciążenia. Niewielka niejednorodność struktury metalu (pęcherzyk powietrzny, drobne pęknięcie, drobna niepoprawność wykonania spawu) powoduje lokalne zwiększenie rezystancji i związany z tym lokalny wzrost temperatury jeszcze bardziej zwiększający naprężenia termiczne. Następuje rozwój uszkodzenia, prowadzący do pęknięcia pręta lub pierścienia czołowego. Iskrzenie pojawiające się w miejscu pęknięcia może spowodować

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

dodatkowe uszkodzenia laminowanych blach wirnika. W wirniku zaczynają płynąć prądy niesymetryczne. Sąsiednie pręty przejmujące prąd uszkodzonego pręta poddawane są dodatkowym naprężeniom termicznym. W ten sposób uszkodzenie może się rozprzestrzeniać. Pęknięte pręty mogą się przemieścić pod wpływem sił odśrodkowych, powodując zakleszczenie wirnika i zniszczenie uzwojeń stojana. Pęknięcie pręta lub pierścienia zwierającego wprowadza asymetrię w rozpływie prądów wirnika ujawniającą się pojawieniem ściśle określonej składowej częstotliwościowej prądu zasilania.

W wysokiej temperaturze może dojść do trwałego odmagnesowania magnesów trwałych. Powyżej temperatury odmagnesowania (temperatury Curie) drgania sieci krystalicznej niszczą ustawienia dipoli magnetycznych. Temperatura Curie wybranych magnesów została przedstawiona w tabeli 2.1. Ponadto charakterystyki namagnesowania magnesów trwałych są zależne od temperatury, dlatego też producenci podają dopuszczalną temperaturę pracy magnesów.

Tabela 2.1

Typ magnesu trwałego	**Właściwości**	**(BH)max [KJ/m^3]**	**Maksymalna temperatura pracy [^{o}C]**	**Temperatura Curie [^{o}C]**
SmCo	Magnes ziem rzadkich odporny na korozję i utlenianie.	120 – 238	250 – 350	700 – 850
SmFeN	Magnes ziem rzadkich.	80 – 112		
NdFeB	Magnes ziem rzadkich.	Technologia spiekania: 206 – 358 Technologia klejenia: 32 – 100	80 – 200 140 – 160	295 – 400 400
AlNiCo	Dobra stabilność temperaturowa.	8 – 60	410 – 550	810 – 860
Ferryt twardy		6,5 – 39	300	460 – 480

Przemieszczenia biegunów związane są z niedokładnością montażu lub lokalnym odkształceniem konstrukcji wsporczej. Problem dotyczy wolnoobrotowych, wielobiegunowych konstrukcji magneśnic z biegunami wydatnymi.

2.4. Asymetria szczeliny powietrznej

Asymetria (nierównomierność) szczeliny powietrznej pomiędzy wirnikiem a stojanem spowodowana jest ekscentrycznością wirnika [15]. Rozróżniamy eks-

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

centryczność statyczną (niezmienną wraz z obrotami wirnika) oraz dynamiczną (zmieniającą się wraz z obrotami wirnika). Z uwagi na to, że asymetria szczeliny związana jest z dokładnością wykonania poszczególnych elementów maszyny, wytwórcy podają dopuszczalną jej wielkość wynoszącą zazwyczaj 5–10% szerokości szczeliny powietrznej. Ekscentryczność statyczna wywołana może być owalnością wewnętrznej powierzchni stojana lub niewłaściwym pozycjonowaniem wirnika w stosunku do stojana. Przyczyną ekscentryczności dynamicznej może być zużycie łożysk, niedopasowanie wałów, drgania rezonansowe przy prędkości krytycznej wału, ugięcie wału i niezgodność osi obrotu wirnika z jego osią geometryczną. Ekscentryczność jest przyczyną drgań wywołanych niesymetryczną siłą naciągu magnetycznego. Duże siły niesymetrii naciągu magnetycznego mogą wywołać tak duże ugięcie wału, że następuje ocieranie się wirnika o wewnętrzną powierzchnię stojana, prowadzące do uszkodzenia uzwojeń stojana. Szczególnie wrażliwe na niesymetrię szczeliny są maszyny indukcyjne z uwagi na niewielką grubość szczeliny powietrznej.

2.5. Uszkodzenia łożysk

Łożyska są niezwykle istotnym elementem konstrukcyjnym maszyn elektrycznych, gdyż umożliwiają realizację ruchu obrotowego wirnika z minimalnymi stratami mechanicznymi. Badania wskazują, że uszkodzenia łożysk stanowią niemal połowę wszystkich uszkodzeń maszyn elektrycznych. Pomimo niskiego kosztu łożysk w porównaniu z kosztem maszyny, ich awaria przynosi dodatkowe straty ekonomiczne związane z wyłączeniem maszyn z pracy na czas remontu. Ponadto wadliwe łożysko niekorzystnie wpływa na otoczenie, generując drgania i hałas. Stąd też wynika szczególna waga, jaką przykłada się do diagnostyki węzła łożyskowego maszyny.

W łożysku uszkodzeniu może ulec bieżnia wewnętrzna, zewnętrzna lub elementy toczne. Przyczyną uszkodzeń jest zbyt wysoka temperatura, obciążenie wywołane niedopasowaniem wałów, nadmierne obciążenie, przenoszenie nadmiernych drgań, ukryte defekty, korozja wywołana czynnikami zewnętrznymi, zanieczyszczenia zewnętrzne, nieprawidłowy montaż, niewłaściwy dobór łożyska. W tabeli 2.2 wyróżnionych zostało kilka charakterystycznych typów uszkodzeń łożysk i inicjujących je przyczyn.

Stwierdzono też, że uszkodzenia łożysk w silnikach indukcyjnych wywołane mogą być prądami łożyskowymi [5], [13], [16]. Charakter tych uszkodzeń zależny jest od rodzaju zasilania silnika. Występowanie prądów łożyskowych stwierdzono zarówno przy zasilaniu silników napięciem sieciowym, jak i przy zasilaniu z przemienników częstotliwości. W pierwszym wypadku źródłem prądów łożyskowych jest napięcie wałowe, wywołane zazwyczaj niewielką asymetrią strumienia magne-

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

tycznego związaną z asymetrią obwodu magnetycznego silnika (nierównomierność szczeliny powietrznej, ekscentryczność wirnika, anizotropia blach wirnika i stojana a także uszkodzenia klatki wirnika). W przypadku zasilania silnika indukcyjnego za pomocą przemiennika częstotliwości dodatkową przyczynę pojawienia się prądów łożyskowych wyjaśnia się występowaniem napięcia niezrównoważenia (szum elektromagnetyczny) o dużych stromościach narastania, generowanego przez tranzystory przełączające IGBT. Napięcie to ładuje pasożytnicze pojemności występujące pomiędzy kadłubem silnika, uzwojeniem i wirnikiem.

Tabela 2.2

Typ uszkodzenia	Prawdopodobna przyczyna
Odrywanie się cienkich płatów bieżni wewnętrznej lub zewnętrznej.	– nadmierne obciążenie, – nieodpowiedni montaż, – niedopasowanie tarcz łożyskowych, – błędy wykonania wału.
Drobne plamki na powierzchniach tocznych.	– drobne zanieczyszczenia zewnętrzne.
Pęknięcia bieżni.	– nadmierne obciążenia, – silne udary, – gwałtowne chłodzenie, – nadmierny wcisk, – pełzanie materiału wywołane przegrzaniem, – luźne pasowanie.
Korozja.	– dostęp wody lub aktywnych chemicznie materiałów, – kondensacja wilgoci, – nieprawidłowy sposób przechowywania, – kontakt z substancjami chemicznymi, – prądy łożyskowe.
Zatarcie.	– przekroczenie maksymalnej temperatury smaru, – zbyt duża prędkość obrotowa, – niski poziom oddawania ciepła przez łożysko. – zbyt mały luz, – nadmierne obciążenie, – nadmierne obciążenie wstępne, – błędy montażu.
Odpryski.	– uderzenia podczas montażu, – nadmierne obciążenie, – niewłaściwa obsługa urządzenia.
Korozja elektryczna – wżery i wypalenia.	– wystąpienie różnicy potencjału pomiędzy bieżnią wewnętrzną i zewnętrzną przy zasilaniu napięciem sieciowym.
Korozja elektryczna – drobne wżery.	– wystąpienie napięcia niezrównoważonego przy zasilaniu z przemiennika częstotliwości, – obecność urządzeń generujących zakłócenia elektromagnetyczne.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Dostatecznie wysokie napięcie wałowe lub napięcie na pasożytniczej pojemności pomiędzy wirnikiem i stojanem powoduje przebicie filmu olejowego łożyska i wystąpienie wyładowań (iskrzenia) pomiędzy bieżniami łożyska a elementami tocznymi. Prąd wyładowczy (łożyskowy) powoduje powstanie wżerów na bieżniach pierścieni łożyska i powierzchniach elementów tocznych i ich przyspieszone zużycie.

2.6. Uszkodzenia systemu chłodzenia

Zmniejszenie przepływu medium chłodzącego może być spowodowane uszkodzeniem wentylatora silnika (przy chłodzeniu wymuszonym zewnętrznie), uszkodzeniem łopatek wentylatora, zmniejszeniem przekroju kanału wentylacyjnego w wyniku lokalnego gromadzenia się produktów erozji ścianek, awarią wymiennika ciepła. Uszkodzenie systemu chłodzenia prowadzi do wzrostu temperatury silnika, asymetrii w rozkładzie temperatur i związanych z nim asymetrii odkształceń geometrycznych, przyspiesza starzenie izolacji, może być przyczyną odmagnesowania magnesów trwałych.

2.7. Uszkodzenia węzła komutatorowego i zestyku ślizgowego

Ze względu na swoją konstrukcję komutator jest jednym z najbardziej złożonych podzespołów maszyn elektrycznych, ponieważ wraz z zespołem szczotek tworzy mechaniczny zestyk przełączający, łączący cyklicznie wybrane punkty uzwojenia wirnika maszyny elektrycznej prądu stałego z zaciskami obwodu elektrycznego [4], [10]. Komutator składa się z kompletu odizolowanych wycinków osadzonych za pomocą pierścieni ściskających na powierzchni walcowej. Wycinki komutatora muszą cechować się dużą przewodnością elektryczną, dużą wytrzymałością mechaniczną, sprężystością i odpornością na ścieranie oraz dużą przewodnością cieplną i małym temperaturowym współczynnikiem rozszerzalności. Izolacja międzywycinkowa powinna cechować się dużą wytrzymałością mechaniczną i termiczną. Podczas pracy maszyny w poszczególnych elementach komutatora występują naprężenia wywołane siłami odśrodkowymi, naprężenia cieplne oraz naprężenia związane z reakcją konstrukcji mocującej komutatora. Są one przyczyną występowania sił promieniowych. Przy znacznej wartości siły promieniowej działającej na grupę wycinków może dojść do lokalnej deformacji powierzchni komutatora (łukowe wygięcie wieńca). Wystąpienie sił promieniowych o różnych wartościach w sąsiednich wycinkach komutatora spowodowane

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

nieidealnym przyleganiem wzajemnym wycinków może być przyczyną ich wzajemnego przesunięcia. W celu zapobieżenia zjawisku deformacji profilu komutatora pod wpływem działania sił promieniowych jest on poddawany kilkakrotnie procesowi stabilizacji powierzchni. Proces stabilizacji polega na rozpędzaniu nagrzanego komutatora do prędkości obrotowej przewyższającej prędkość znamionową. Dynamiczna deformacja profilu oraz występujące jednocześnie drgania komutatora wywołane wibracją łożysk i tarcz łożyskowych oraz sprężystym ugięciem wału maszyny są przyczyną chwilowych radialnych zmian położenia powierzchni wirującego komutatora względem trzymadła szczotkowego. W wyniku reakcji szczotki umieszczonej w kanale trzymadła szczotkowego na wymuszenie kinematyczne, jakim jest chwilowa zmiana położenia powierzchni komutatora, zmienia się siła docisku szczotki do powierzchni komutatora w granicznym przypadku prowadząc do utraty kontaktu zestyku ślizgowego (pogorszenia jakości zestyku), który jest możliwą przyczyną zniszczenia znacznej liczby komutatorów elektrycznych maszyn trakcyjnych przez ogień okrężny [1]. Problem ten dotyczy także zestyku ślizgowego. Przemieszczenie względne sąsiednich wycinków komutatora jest dodatkowo przyczyną ścinania warstw kontaktowych szczotki, powodując ich przyśpieszone zużycie.

Literatura

[1] Biernat A., „Metoda diagnozowania węzła komutatorowego maszyny prądu stałego w stanie dynamicznym", Politechnika Warszawska, Instytut Maszyn Elektrycznych, Rozprawa doktorska 1995.

[2] Bytnar A., Biernat A., Urbański W., „Wybrane problemy konstrukcyjne i technologiczne w maszynach elektrycznych w aspekcie diagnostyki", Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne Nr 85/2010.

[3] Bytnar A., Krok R., „Diagnostyka on-line uszkodzeń rdzenia i uzwojenia dużego turbogeneratora", Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne Nr 87/2010 pp. 197-203.

[4] Chmelik K., Veselka F., „Kluzny kontakt v elektrickych strojach", Key Publishing s.r.o., Ostrava-Privoz 2007, ISBN 978-80-87071-59-5-5, 256.

[5] Drak B., „Zagadnienia elektromechaniczne uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych dużej mocy", Napędy i Sterowanie Nr 6/2011.

[6] Drak B., Zientek P., Niestrój R., Boboń A., Kwak J., „Analiza uszkodzeń łożysk spowodowanych prądami łożyskowymi", Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne Nr 85/2010.

[7] Glinka T., „Badania diagnostyczne maszyn elektrycznych w przemyśle", BOBRME Komel 2002, ISBN 83-910585-4-9.

[8] Kilman G. B., Premerlani W. J., Koegl R. A., Hoeweler D., „A new approach to on-line turn fault detection in ac motors", IEEE Transactions on Industry Applications, 1996, pp. 687-693, vol. 1, San Diego, CA, USA.

[9] Kilman G. B., Lee S. B., Shah M. R., Lusted R. M., Nair N. K., „A new method for synchronous generator core quality evaluation", IEEE Transactions on Energy Conversion, 2004, vol. 19, Issue 3, pp. 576-582.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

[10] Muszalski Z., „Teoria i fizyka komutacji maszyn elektrycznych", PWN, Warszawa 1997, ISBN 83-01-12214-5.
[11] Nandi S., Toliyat H. A., „Condition monitoring and fault diagnosis of electrical machines – a review The 1999 IEEE Industry Applications Society Conference: The 34th IAS Annual Meeting, vol. 1, pp. 197-204.
[12] Negrera M. D., „Electromagnetic Flux Monitoring for Detecting Faults in Electrical Machines", TKK Dissertations 51, Helsinki University of Technology, 2006.
[13] Przybysz J., „Turbogeneratory, ekspoloatacja i diagnostyka", WNT Warszawa 1991, ISBN 83-204-1361-3.
[14] Thorsen O.V., Dalva M., „Failure Identification and Analysis for High-Voltage Induction Motors in the Petrochemical Industry", IEEE Transactions on Industry Applications vol. 35, No. 4 1999.
[15] Vas P., „Parameter estimation, condition monitoring, and diagnosis of electrical machines" Oxford, Clarendon 1993 ISBN: 0-19-859375-9.
[16] Zientek P., Niestrój R. „Wpływ uszkodzeń klatki wirnika na wartość napięć i prądów wałowych w silnikach indukcyjnych", Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne Nr 86/2010.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

3 Sygnały pomiarowe

Fizyczny sygnał pomiarowy jest nośnikiem informacji o cechach interesującego nas obiektu, uzupełniającej wiedzę o jego stanie technicznym (w przypadku diagnostyki usuwa niepewność w ocenie aktualnego stanu technicznego) [2].

Z punktu widzenia techniki diagnostycznej i zastosowań praktycznych największe znaczenie mają sygnały elektryczne i w praktyce pomiarowej najczęściej stosuje się czujniki/przetworniki wielkości nieelektrycznych oraz wielkości elektrycznych na napięcie lub prąd. Stosowanie przetworników wielkości elektrycznych na wielkości elektryczne uwarunkowane jest także koniecznością zapewnienia separacji galwanicznej pomiędzy obwodami elektrycznymi diagnozowanej maszyny elektrycznej i systemem pomiarowym. Przykładem takich przetworników są przetworniki napięcie/napięcie i prąd/napięcie wykorzystujące czujnik Halla, pracujące w układzie z zamkniętą pętlą sprzężenia zwrotnego, lub wysokonapięciowe sondy różnicowe.

3.1. Cyfrowe przetwarzanie sygnałów

Sygnał wyjściowy czujnika/przetwornika pomiarowego powstaje w wyniku mnożenia splotowego sygnału wejściowego $x_\xi(t)$ z funkcją wagi czujnika pomiarowego $p(t)$ [2], [4]:

$$x(t) = x_\xi(t) * p(t), \tag{3.1}$$

co oznacza nieidealne odwzorowanie wielkości wejściowej przez wielkość wyjściową.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Przy doborze przetworników pomiarowych należy dążyć do tego, aby operacja opisana zależnością (3.1) była operacją liniową. W praktyce warunek ten jest spełniony gdy zakres częstotliwościowy czujnika pomiarowego jest większy niż zakres składowych częstotliwościowych sygnału wejściowego, a częstotliwość rezonansowa czujnika pomiarowego znajduje się powyżej górnej granicy zakresu częstotliwościowego sygnału pomiarowego.

Proces dyskretyzacji sygnału pomiarowego składający się z dwóch operacji: próbkowania (kwantyzacji w dziedzinie czasu) i kwantyzacji amplitudy (przetwarzanie amplitudy próbki sygnału w reprezentację bitową o ograniczonej długości) umożliwia przesłanie danych do systemu pomiarowego.

Sygnał skwantowany w dziedzinie czasu jest iloczynem sygnału ciągłego $x(t)$ i ciągu jednostkowych impulsów $\delta(q)$:

$$x^{\#}(n) = \sum_{n=-\infty}^{N} x(t)\delta(t - n\Delta t), \quad n = 0, 1, 2, \ldots N, \tag{3.2}$$

gdzie: N – ilość próbek,
Δt – czas między kolejnymi próbkami,

$$\delta(q) = \begin{cases} 0 \text{ dla } q \neq 0 \\ 1 \text{ dla } q = 0 \end{cases} \text{ – dyskretny impuls jednostkowy.}$$

Jeżeli częstotliwość graniczna sygnału $x(t)$ (warunek Nyquista):

$$\frac{\omega_x}{2\pi} = f_x, \tag{3.3}$$

spełnia warunek:

$$f_x < \frac{1}{2} f_p, \tag{3.4}$$

gdzie: $f_p = 1/\Delta t$ – częstotliwość próbkowania,

to wówczas znajomość próbek sygnału $x^{\#}(n)$ jest równoważna znajomości sygnału $x(t)$ we wszystkich chwilach czasu. Oznacza to konieczność dopasowania częstotliwości próbkowania do zakresu częstotliwościowego sygnału pomiarowego.

W przypadku klasycznych maszyn elektrycznych górna granica zakresu częstotliwościowego diagnostycznych sygnałów elektrycznych (napięcie, prąd, napięcie indukowane polem rozproszenia na zewnątrz maszyny) ograniczona jest do kilku kiloherców. Nieco szerszym zakresem częstotliwościowym charakteryzują się zjawiska wibracyjne. Uszkodzone łożyska toczne mogą być przyczyną drgań, których górna granica zakresu częstotliwościowego dochodzi do kilkunastu ki-

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

loherców. Pomiary, których wyniki są prezentowane w niniejszej pracy, zrealizowane zostały za pomocą systemu pomiarowego wyposażonego w 16-bitowy przetwornik analogowo-cyfrowy o częstotliwości próbkowania 20 kHz (sygnał elektryczny i sygnał wibracyjny wywołany oddziaływaniami elektromagnetycznymi) i 40 kHz (sygnał wibracyjny wywołany uszkodzeniem łożysk). Czas trwania sygnału został tak dobrany, aby zapewnić rozdzielczość częstotliwościową odpowiednio 0,1 Hz i 0,2 Hz.

3.2. Eliminacja zakłóceń losowych

Wszystkie sygnały występujące w technice są w zasadzie sygnałami stochastycznymi. W wielu przypadkach, gdy różnice między kolejnymi realizacjami sygnału są stosunkowo niewielkie, sygnały te traktować możemy jako zdeterminowane z losowymi zakłóceniami. W praktyce diagnostycznej maszyn elektrycznych najczęściej mamy do czynienia z nieharmonicznym sygnałem pseudookresowym (będącym sumą sygnałów harmonicznych o niewspółmiernych okresach). W szczególnych wypadkach sygnał ten można przybliżyć nieharmonicznym sygnałem okresowym (będącym sumą sygnałów harmonicznych o współmiernych okresach). Ta natura sygnału diagnostycznego sprawia określone trudności w analizie widma amplitudowego [1].

Do eliminacji zakłóceń sygnałów pseudookresowych szeroko wykorzystywane są filtry niewprowadzające przesunięcia fazy. Należy do nich filtr średniej ruchomej [3], który można stosować także w wypadku sygnałów nieokresowych. Wygładzanie danych pomiarowych uzyskiwane jest przez zastąpienie każdej danej wartością średnią z sąsiednich danych pomiarowych. Ilość danych pomiarowych pobranych do uśrednienia zdefiniowana jest przez szerokość okna uśredniania. Proces ten równoważny jest filtrowaniu dolnoprzepustowemu i opisany jest zależnością:

$$x_s(i) = \frac{1}{2N+1}\left(x(i-N) + \ldots + x(i-1) + x(i) + x(i+1) + \ldots + x(i+N)\right), \qquad (3.5)$$

gdzie: $2N+1$ – szerokość okna uśredniania.

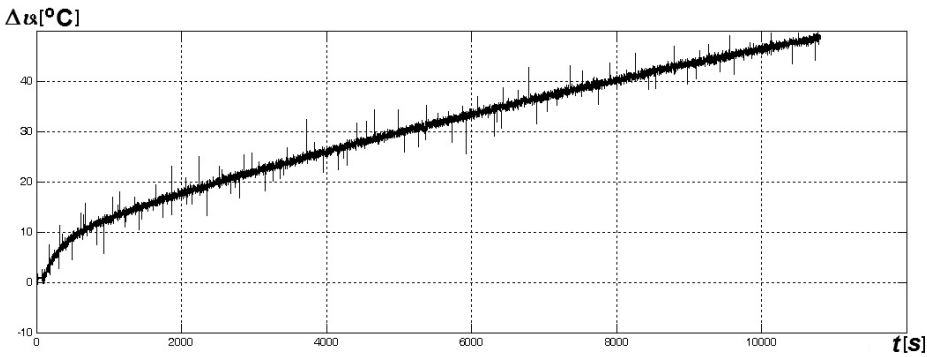
Szerokość okna uśredniania jest modyfikowana w wypadku, gdy wokół danej pomiarowej nie można odnaleźć wyspecyfikowanej przez szerokość okna sąsiednich danych pomiarowych. Sytuacja ta ma miejsce, gdy uśredniane są początkowe dane pomiarowe. Przy założeniu, że szerokość okna uśredniania wynosi $2N+1 = 5$ pierwsze cztery wyniki uzyskane przy zastosowaniu filtru średniej ruchomej wynoszą:

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

$$
\begin{aligned}
x_s(1) &= x(1),\\
x_s(2) &= \big(x(1)+x(2)+x(3)\big)/3,\\
x_s(3) &= \big(x(1)+x(2)+x(3)+x(4)+x(5)\big)/5,\\
x_s(4) &= \big((x(2)+x(3)+x(4)+x(5)+x(6)\big)/5.
\end{aligned}
\tag{3.6}
$$

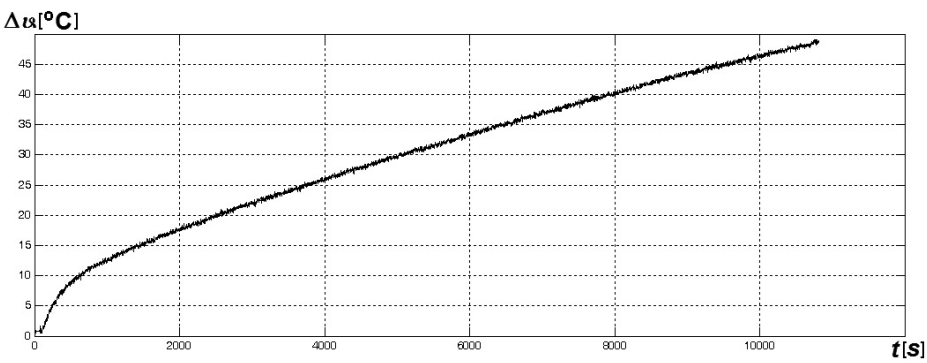
Filtr średniej ruchomej jest splotem danego sygnału i dyskretnego impulsu prostokątnego, którego suma amplitud wynosi jeden.

Przykład. Przykładem sygnału nieokresowego jest przyrost temperatury danego elementu maszyny elektrycznej podczas próby obciążenia. Przykładowy sygnał czujnika termoelektrycznego (termoelementu), użytego do wyznaczenia przyrostu temperatury uzwojeń tarczowego silnika bezszczotkowego z magnesami trwałymi podczas próby obciążenia, został przedstawiony na rysunku 3.1.



Rys. 3.1. *Przyrost temperatury ϑ uzwojeń silnika bezszczotkowego z magnesami trwałymi podczas próby obciążenia. Surowy sygnał pomiarowy jest zakłócony szumami przypadkowymi*

Na rysunku 3.2 prezentowany jest ten sam przebieg przyrostu temperatury, wygładzony za pomocą filtru średniej ruchomej.



Rys. 3.2. *Uśredniony przyrost temperatury Δϑ uzwojeń silnika bezszczotkowego z magnesami trwałymi. Filtr średniej ruchomej w znacznym stopniu pozwolił wyeliminować zakłócenia przypadkowe*

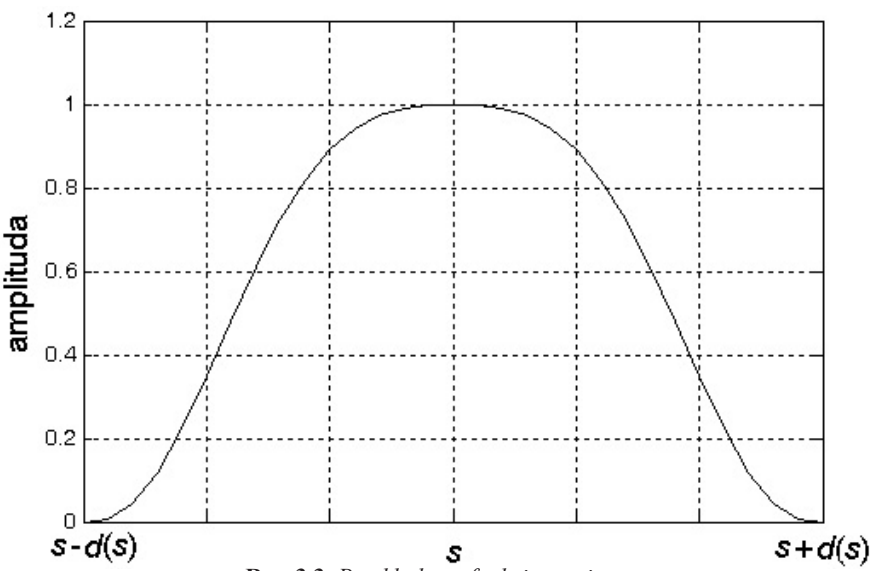
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Filtr średniej ruchomej umożliwia wyeliminowanie krótkotrwałych zakłóceń (fluktuacji) w celu uwidocznienia trendu zmian w dłuższym okresie czasu. Przez odpowiedni dobór szerokości okna uśredniania skutecznie wyeliminować można lokalne zmiany o stałej częstotliwości. W wypadku, gdy na wynik aktualnego uśrednienia zbyt duży wpływ mają poprzednie dane pomiarowe (wśród których znaleźć się mogą dane znacznie odbiegające od wartości średniej) w procesie uśredniania stosuje się funkcje wagi (na przykład wykorzystujące wagi regresyjne). Przykładową funkcję wagi opisuje zależność:

$$w_i = \left(1 - \left|\frac{s - s_i}{d(s)}\right|^3\right)^3, \tag{3.7}$$

gdzie: s – odcięta danej uśrednianej,
s_i – odcięta sąsiada danej uśrednianej,
$d(s)$ – maksymalna odległość s_i od s, zdeterminowana przez szerokość okna uśredniania.

Tak zdefiniowana funkcja wagi (rys. 3.3) sprawia, że największy wpływ na proces wygładzania uzyskują wyniki pomiarów występujące w najbliższym otoczeniu wartości uśrednianej.



Rys. 3.3. *Przykładowa funkcja wagi*

Zakłócenia o znacznej wartości, wywołane na przykład przez układy sterowania maszyn elektrycznych (falowniki, komutatory elektroniczne), mogą sprawić, że filtr średniej ruchomej jest nieskuteczny. W tym przypadku pomocne są metody

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

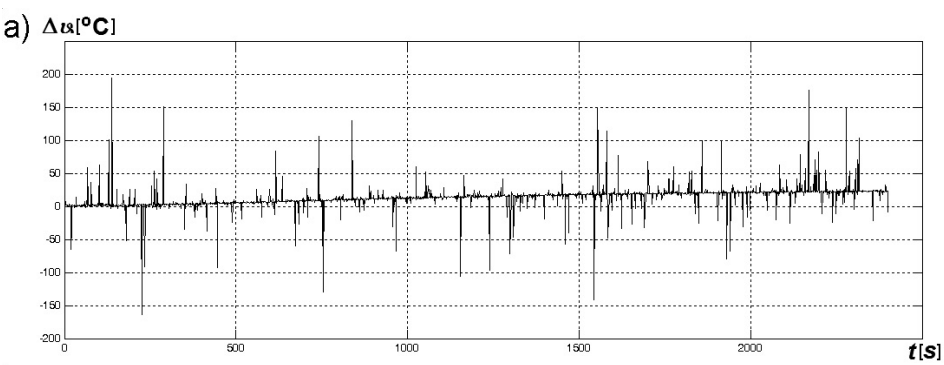
wygładzania oparte na wyznaczeniu lokalnej funkcji regresji grupy danych modyfikowanych funkcją wagi (danej uśrednianej przypisywana jest wartość wyznaczona za pomocą liniowej funkcji regresji wykorzystującej metodę najmniejszych kwadratów). Eliminację wpływu nawet znacznych zakłóceń umożliwiają metody wykorzystujące funkcję wagi nieuwzględniającą zakłóconych danych. W tym celu wyznacza się residua (różnice) pomiędzy surowymi danymi pomiarowymi a danymi wygładzonymi z wykorzystaniem jednej z opisanych wyżej metod wygładzania przebiegu funkcji. Poszczególnym danym pomiarowym przypisuje się wagę zgodnie z przykładową zależnością:

$$w_1 = \begin{cases} \left(1 - \left(r_i / 6|x_i - \bar{x}|\right)^2\right)^2 & , \text{ dla } |r_i| < 6|x_i - \bar{x}| \\ 0 & , \text{ dla } |r_i| \geq 6|x_i - \bar{x}| \end{cases}, \tag{3.8}$$

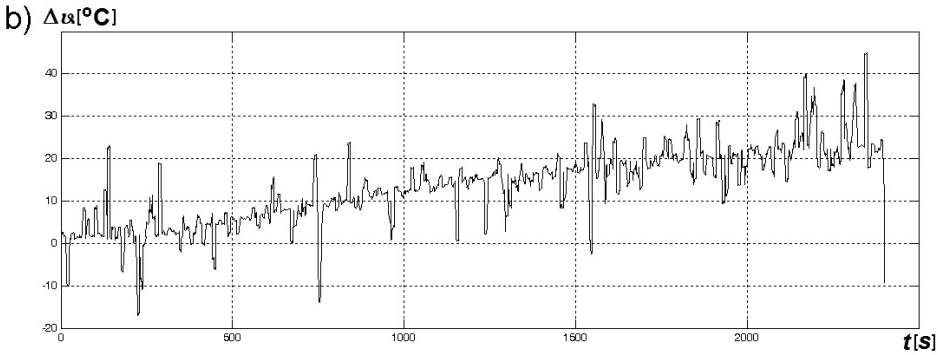
gdzie: r_i – residuum (różnica pomiędzy daną surową a daną wygładzoną),
$|x_i - \bar{x}|$ – odchylenie bezwzględne,

co oznacza, że dane obarczone zbyt dużym błędem nie są uwzględniane.

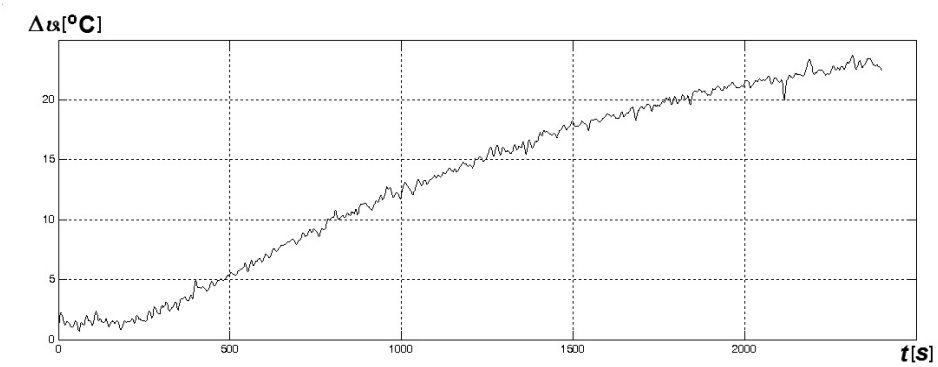
Przykład. Na rysunku 3.4a przedstawiono przebieg przyrostu temperatury uzwojeń silnika bezszczotkowego z magnesami ze znacznymi zakłóceniami wywołanymi układem sterowania. Zastosowanie filtru średniej ruchomej nie daje zadowalających wyników (rys. 3.4b). Zastosowanie lokalnej funkcji regresji grupy danych modyfikowanych funkcją wagi, nieuwzględniającą danych pomiarowych obarczonych zbyt dużym błędem umożliwia skuteczną eliminację zakłóceń (rys. 3.5).



Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 3.4. *a) Przyrost temperatury ϑ uzwojeń silnika bezszczotkowego z magnesami trwałymi podczas próby obciążenia. Surowy sygnał pomiarowy obarczony jest znacznymi zakłóceniami; b) eliminacja szumów za pomocą filtru średniej ruchomej*



Rys. 3.5. *Przyrost temperatury ϑ uzwojeń silnika bezszczotkowego z magnesami trwałymi podczas próby obciążenia. Eliminacja szumów przy zastosowaniu metody filtrowania opartej na wyznaczeniu lokalnej regresji w połączeniu z funkcją wagi*

Literatura

[1] Kraszewski J., Wittbrodt E., „Drgania układów mechanicznych w ujęciu komputerowym", Tom 1 WNT, 1992.
[2] Krauss M., Woschni E., „Systemy pomiarowo-informacyjne", WNT, 1997.
[3] Smith W., S., „The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing", California Technical Publishing 1999, ISBN 0-9660176-6-8.
[4] Zieliński T., „Cyfrowe przetwarzanie sygnałów", WKŁ, 2005.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

4 Metody analizy sygnału pomiarowego

W praktyce diagnostycznej z uwagi na złożoną strukturę obiektu rzadko mamy do czynienia z jednoznaczną relacją pomiędzy cechami stanu a dostępnym sygnałem pomiarowym (sygnałem diagnostycznym). Sygnał może podlegać zniekształceniu (interferencji, modulacji, sumowaniu – w przypadku sygnałów o tej samej naturze fizycznej). Ponadto utrudniony lub niemożliwy dostęp do poszczególnych węzłów konstrukcyjnych (co ma często miejsce w wypadku maszyn elektrycznych) wyklucza implementację czujników pomiarowych. Należy sobie także zdawać sprawę, że niejednokrotnie nie ma możliwości dokonania bezpośredniego pomiaru danej wielkości fizycznej. Wszystko to sprawia, że dostępny sygnał pomiarowy musi być poddany przetworzeniu w celu uzyskania jak najbardziej wiarygodnych informacji diagnostycznych, dogodnych do oceny aktualnego stanu technicznego urządzenia.

Przetworzenie sygnału może polegać na utworzeniu liczbowych miar diagnostycznych pozwalających na proste porównanie sygnałów o skomplikowanej strukturze (sygnały harmoniczne, okresowe, pseudookresowe). Innym sposobem analizy sygnału jest jego transformacja umożliwiająca wydzielenie symptomów reprezentujących interesujące nas cechy stanu diagnozowanego urządzenia. Transformację sygnału w tym aspekcie można porównać do utworzenia nowego obrazu sygnału, dogodniejszego do analizy. W wypadku analizy sygnału okresowego największe znaczenie ma jego transformacja z dziedziny czasu w dziedzinę częstotliwości. W przypadku sygnałów niestacjonarnych użyteczna jest transformacja sygnału z dziedziny czasu w dziedzinę częstotliwości i czasu. Szeroko stosowane są też techniki wielokrotnej transformacji odpowiednio przetworzonego sygnału oraz filtracji sygnału, pozwalające na wydzielenie istotnych z punktu widzenia analizy diagnostycznej składowych harmonicznych lub wyznaczenie wzajemnych związków w ramach wybranej serii składowych harmonicznych.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

4.1. Charakterystyki amplitudowe

Do charakterystyk amplitudowych zaliczamy: *prawdopodobieństwo rozkładu amplitud* $P(x)$ i jego pochodną $p(x) = \mathrm{d}P(x)/\mathrm{d}x$ – *gęstość prawdopodobieństwa rozkładu amplitud* [5].

$$P(x) = \Pr[x(t) \le x] = \frac{\sum \Delta t_i}{T}\,, \tag{4.1}$$

gdzie: T – czas trwania analizowanego sygnału,
Δt_i – przedział czasu, w którym amplituda sygnału jest mniejsza od wartości x,
$\Pr[\ldots]$ – prawdopodobieństwo wystąpienia danego zdarzenia.

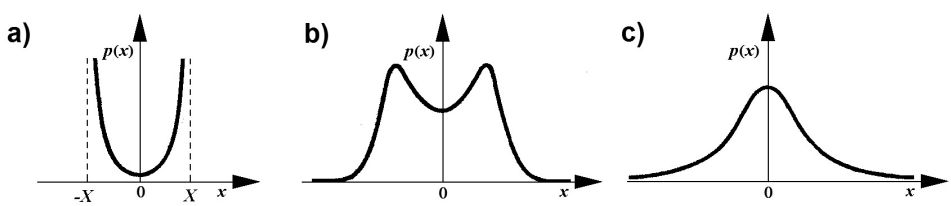
$$p(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Pr[x < x(t) \le x + \Delta x]}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\Delta x} \frac{\sum \Delta t_i}{T}\,, \tag{4.2}$$

gdzie: Δt_i – przedział czasu, w którym amplituda sygnału zawiera się w przedziale od x do $x+\Delta x$.

Gęstość rozkładu amplitud przybliżającą gęstość prawdopodobieństwa rozkładu amplitud otrzymuje się, wyznaczając histogram poprzez zliczenie ilości próbek sygnału występujących w arbitralnie przyjętych przedziałach amplitudy Δx w stosunku do całkowitej ilości próbek sygnału i unormowanie przebiegu względem ilości próbek i szerokości przedziału Δx.

Gęstość rozkładu amplitud dla sygnału stochastycznego przyjmuje kształt krzywej „dzwonowej" (zbliżonej do rozkładu normalnego). Odkształcenie od krzywej „dzwonowej" świadczy o występowaniu nielosowych komponent sygnału (rys. 4.1), gdyż każdy sygnał diagnostyczny może być przedstawiony jako suma składowej deterministycznej sygnału $x_d(t)$ i składowej losowej $x_l(t)$:

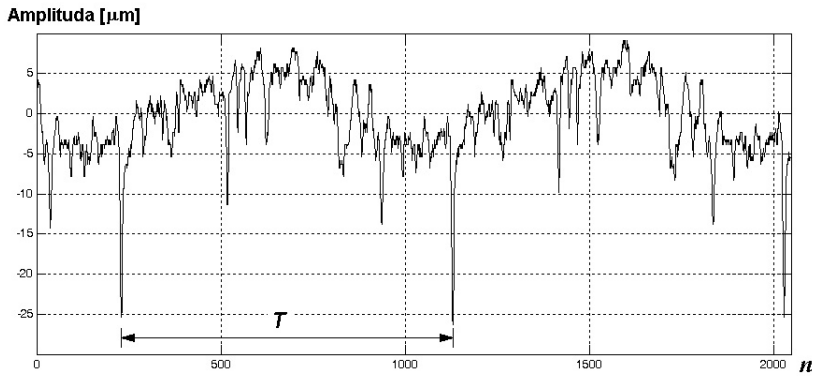
$$x(t) = x_d(t) + x_l(t)\,. \tag{4.3}$$



Rys. 4.1. *Wykresy funkcji gęstości prawdopodobieństwa: a) sygnału sinusoidalnego, b) sygnału sinusoidalnego z szumem losowym, c) szumu losowego*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

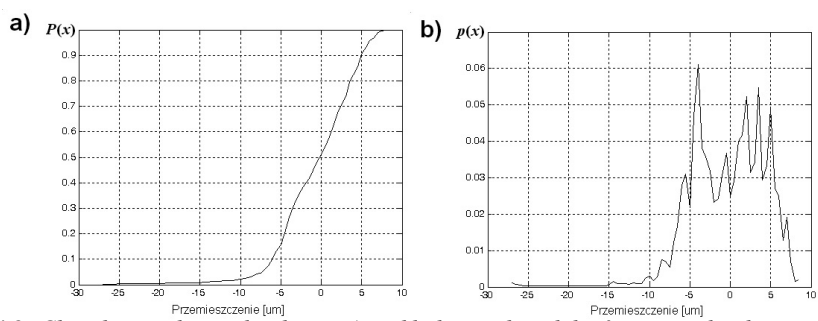
Przykład. Na rysunku 4.2 przedstawiony został sygnał pomiarowy radialnych przemieszczeń wycinków komutatora wzdłuż jego obwodu silnika EE 541 (średnica komutatora – 430 cm, liczba wycinków komutatora – 372).



Rys. 4.2. *Scentrowany sygnał przemieszczenia wycinków komutatora zarejestrowany podczas co najmniej dwóch pełnych obrotów wału; T – okres obrotu wału*

Sygnał ten składa się ze składowej deterministycznej reprezentującej ekscentryczność dynamiczną i spłaszczenie powierzchni (harmoniczna podstawowa i harmoniczna stopnia drugiego), a także przemieszczenie poszczególnych wycinków komutatora, które można traktować jako realizację pewnego procesu losowego.

Rozkład prawdopodobieństwa amplitud wyznaczony dla jednego obrotu wału przedstawiony został na rysunku 4.3a. Kształt rozkładu prawdopodobieństwa odbiega od typowego kształtu rozkładu dla procesu losowego, jest jednak trudny do zinterpretowania. Więcej informacji dostarcza rozkład gęstości amplitud (rys. 4.3b). Zaklęśnięcie krzywej rozkładu gęstości amplitud świadczy o występowaniu składowej harmonicznej w analizowanym sygnale, natomiast występujące „zęby" świadczą o segmentowej strukturze powierzchni – przemieszczeniu ulegają elementy złożone z różnej ilości wycinków komutatora, przy czym pojedynczy wycinek komutatora jest najmniejszym elementem podlegającym przemieszczeniu.



Rys. 4.3. *Charakterystyki amplitudowe: a) rozkład prawdopodobieństwa amplitud przemieszczeń wycinków komutatora, b) rozkład gęstości amplitud przemieszczeń wycinków komutatora*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

4.2. Funkcja korelacji

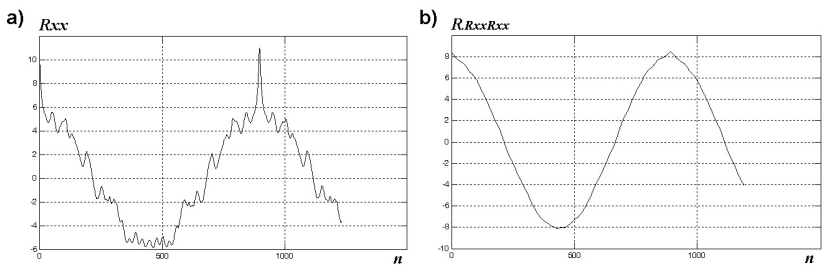
Funkcja korelacji [14], interpretowana jako statystyczna zależność wartości sygnałów $x(t)$ i $y(t+\tau)$ (korelacja wzajemna) lub $x(t+\tau)$ (autokorelacja) jest miarą ich podobieństwa.

$$\text{sygnał ciągły} - \; R_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)y(t+\tau)\mathrm{d}\tau = \overline{x(t)y(t+\tau)}\,, \tag{4.4}$$

$$\text{sygnał dyskretny} - \; R_{xy}(r) = \frac{1}{N-r} \sum_{n=0}^{N-r-1} x_n y_{n+r}\,. \tag{4.5}$$

Istotną właściwością funkcji autokorelacji jest powtarzalność jej kształtu wraz z okresem analizowanego sygnału w wypadku gdy analizowanym sygnałem jest okresowy sygnał nieharmoniczny z losowymi zakłóceniami. Właściwość ta może posłużyć do wyznaczenia nieznanego okresu podstawowego składowej deterministycznej.

Przykład. Na rysunku 4.2 przedstawiony został sygnał radialnych przemieszczeń powierzchni komutatora. Okresowość nie budzi wątpliwości, jednak dokładne wyznaczenie okresu obrotu metodą ZTC (przejścia sygnału przez zero – stosowaną w zaawansowanych systemach pomiarowych), z uwagi na występujące przemieszczenia wycinków komutatora (mające charakter sygnału losowego), jest niemożliwe. Na rysunku 4.4a przedstawiona została funkcja autokorelacji sygnału. Duże amplitudy przemieszczeń wycinków komutatora sprawiają, że funkcja autokorelacji nie jest dostatecznie gładka, aby wykorzystać ją do automatycznego wyznaczania okresu.



Rys. 4.4. *a) Funkcja autokorelacji sygnał przemieszczeń powierzchni komutatora, b) funkcja autokorelacji drugiego stopnia sygnału przemieszczeń powierzchni komutatora*

W wyniku ponownego wyznaczania funkcji autokorelacji (rys. 4.4b) otrzymano funkcję dostatecznie gładką, na podstawie której bez trudu wyznaczyć można okres podstawowy pierwotnego sygnału pomiarowego.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

4.3. Rozkład harmoniczny

W wielu zagadnieniach zachodzi potrzeba zastąpienia funkcji $f(t)$ w przedziale $[t_1, t_2]$ w sposób dokładny lub przybliżony za pomocą liniowej kombinacji funkcji $\varphi_k(t)$, $k = 1, 2,..., n$:

$$f(t) \approx f_n(t) = c_1\varphi_1(t) + c_2\varphi_2(t) + ... + c_n\varphi_n(t). \tag{4.6}$$

W przypadku gdy zbiorem funkcji aproksymujących $\varphi_k(t)$, nazywanych funkcjami bazowymi, są zespolone funkcje wykładnicze:

$$f_n(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{jk\omega t}, \tag{4.7}$$

o następująco określonych współczynnikach c_k:

$$c_k = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)e^{-jk\omega t}\mathrm{d}t, \tag{4.8}$$

otrzymujemy rozwinięcie funkcji okresowej $f(t)$ w szereg Fouriera, które może być traktowane jako dekompozycja funkcji $f(t)$ na składowe harmoniczne. Zbiór składowych harmonicznych nazywamy widmem funkcji $f(t)$.

W przypadku sygnału dyskretnego $x(n)$ o N próbkach, okresie próbkowania Δt i czasie trwania $T = N\Delta t$ otrzymujemy:

$$c_k = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad k = 0,\ 1,\ldots,\ N\text{–}1. \tag{4.9}$$

Współczynniki szeregu Fouriera c_k można traktować jak widmo amplitudowe sygnału $x(n)$:

$$X(k) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad k = 0,\ 1,\ldots,\ N\text{–}1. \tag{4.10}$$

Analogicznie do odstępu czasu Δt, możemy zdefiniować odstęp w dziedzinie częstotliwości:

$$\Delta f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\Delta t}\frac{1}{N} = \frac{f_p}{N}, \tag{4.11}$$

interpretowany jako rozdzielczość częstotliwościowa widma.

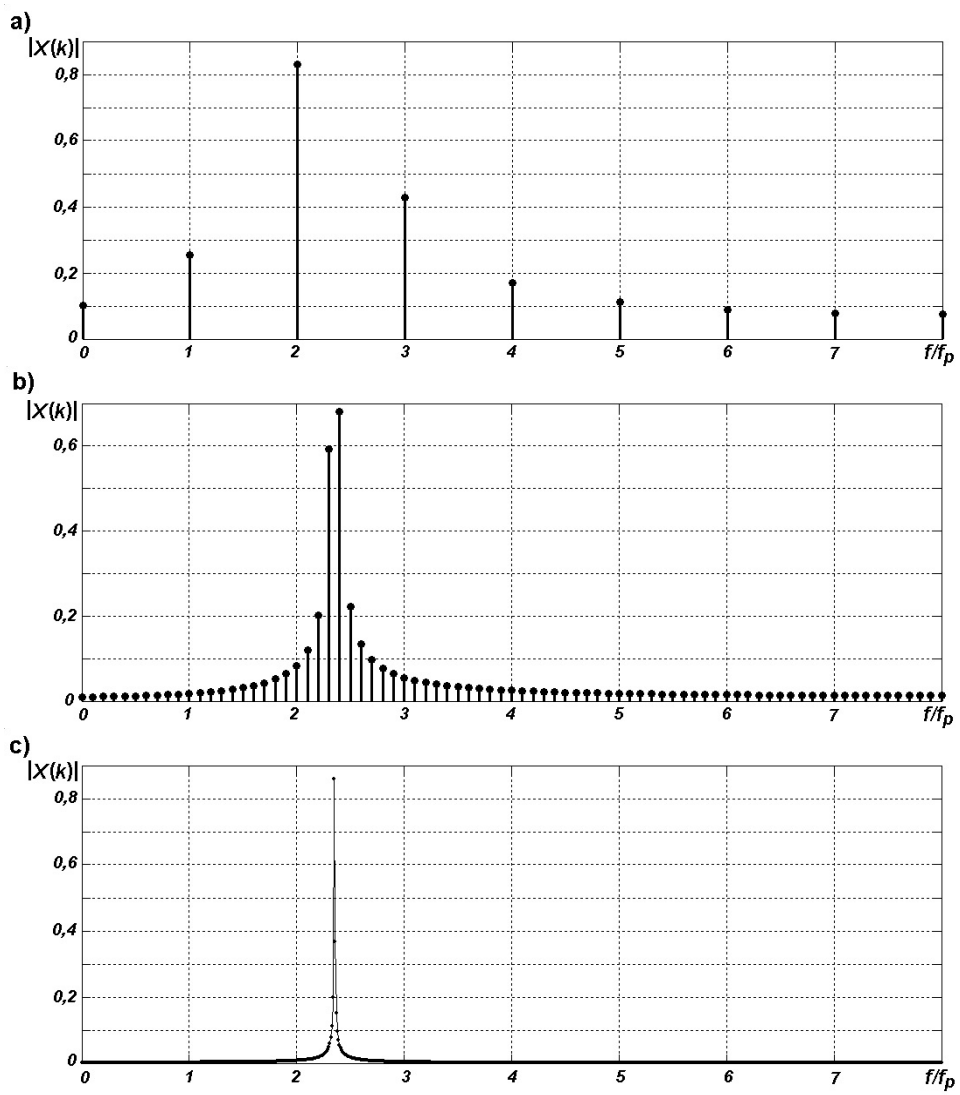
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Przekształcenie to nazywane jest dyskretną transformatą Fouriera (DFT). Algorytm numeryczny minimalizujący liczbę operacji niezbędnych do wyznaczenia dyskretnej transformaty Fouriera nazwano szybką transformatą Fouriera (FFT) [14].

Dyskretną transformatę Fouriera sygnału o ograniczonym czasie trwania traktować można jako transformatę iloczynu sygnału okresowego $x(n)$ i okna prostokątnego $w(n)$ o czasie trwania $T = \Delta t \cdot N$. Interpretacja prążków dyskretnej transformaty Fouriera zależeć będzie od tego czy czas trwania analizowanego sygnału T jest współmierny z jego okresem (czyli od tego czy mamy do czynienia z nieharmonicznym sygnałem okresowym, czy z nieharmonicznym sygnałem pseudookresowym). Tylko w wypadku współmierności prążki widma będą odpowiadały rzeczywistej składowej harmonicznej. Przy braku współmierności sygnał będzie reprezentowany przez szereg współmiernych składowych częstotliwościowych tworzących widmo rozmyte.

Przedziały częstotliwościowe widma amplitudowego można powiązać ze zjawiskami fizycznymi zachodzącymi w badanym obiekcie. W tym przypadku analiza widma amplitudowego polegać będzie na badaniu struktury częstotliwościowej sygnału pomiarowego oraz porównaniu amplitud lub mocy pulsacji składowych z wartościami dopuszczalnymi. W praktyce pomiarowej zgodnie z (1.2) często mamy do czynienia ze składowymi widma o częstotliwościach niewspółmiernych. Przykładem może być sygnał wibracyjny silnika indukcyjnego wywołany wirowaniem wirnika (z prędkością obrotową opóźniającą się o poślizg s w stosunku do prędkości synchronicznej wirowania pola magnetycznego) i oddziaływaniami elektromagnetycznymi i elektrodynamicznymi. W przypadku, gdy ocenę rozwoju danego uszkodzenia wiąże się z występowaniem ściśle określonej składowej częstotliwościowej widma sygnału (zmiany jakościowe), widmo rozmyte może nie dostarczyć właściwej informacji diagnostycznej (widmo rozmyte niewspółmiernej składowej częstotliwościowej może zamaskować pasma boczne lub inne, bliskie składowe częstotliwościowe). Jednym z możliwych rozwiązań jest zwiększenie rozdzielczości częstotliwościowej widma analizowanego sygnału. Wraz ze wzrostem rozdzielczości częstotliwościowej widma zmniejszeniu ulega rozmycie widma niewspółmiernej składowej częstotliwościowej – maleje udział wstęg bocznych (rys. 4.5). Innym sposobem jest taki dobór liczby próbek N (tożsamy z modyfikacją czasu trwania sygnału), aby okres analizowanej składowej częstotliwościowej był współmierny z czasem trwania sygnału.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 4.5. *Wpływ rozdzielczości częstotliwościowej widma sygnału na wielkość wstęg bocznych. Częstotliwość analizowanego sygnału f = 2,353 Hz jest niewspółmierna z szerokością okna. Rozdzielczość częstotliwościowa wynosi odpowiednio: a) Δf = 1[Hz], b) Δf = 0,1[Hz], c) Δf = 0,01[Hz]*

Przykład. W praktyce pomiarów diagnostycznych niedopasowanie okna czasowego do podstawowej harmonicznej analizowanego sygnału może wynikać na przykład z niewielkich, wolnozmiennych fluktuacji w czasie częstotliwości napięcia zasilającego. Uzyskanie dużej rozdzielczości częstotliwościowej wymaga stosowania szerokiego okna czasowego, co powoduje kumulację błędu δ_t pomiędzy rzeczywistym czasem trwania jednego okresu napięcia zasilającego a jego okresem znamionowym:

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

$$\delta_t = k(T_r - T) = k(T_r - N\Delta t), \tag{4.12}$$

gdzie: k – liczba rejestrowanych okresów,
T_r – rzeczywisty czas jednego okresu,
$T=N\Delta t$ – znamionowy czas trwania okresu,

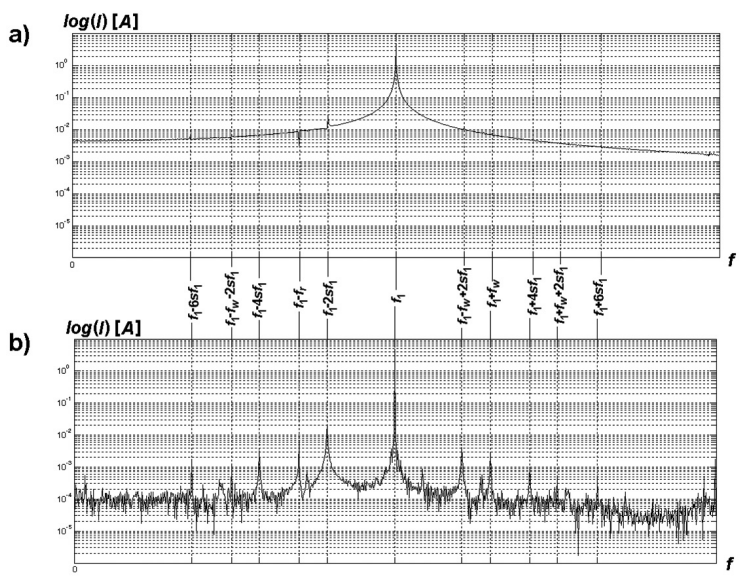
i w konsekwencji czas trwania analizowanego sygnału nie jest współmierny z jego okresem.

Na rysunku 4.6a przedstawione zostało widmo (w zakresie niskich częstotliwości) sygnału prądowego silnika indukcyjnego o rozdzielczości częstotliwościowej wynoszącej 0,1 Hz. Błąd częstotliwości podstawowej (częstotliwości napięcia zasilania) sprawia, że widmo wokół niej jest rozmyte. Pasma boczne maskują sumacyjno-różnicowe składowe widma sygnału. Korekcja czasu trwania analizowanego sygnału:

$$N^*\Delta t = kT_r, \tag{4.13}$$

gdzie: $N^*\Delta t$ – skorygowana szerokość okna czasowego,

minimalizuje pasma boczne ujawniając niewidoczne składowe częstotliwościowe sygnału (rys. 4.6b). Składowe harmoniczne (w tym przypadku związane z częstotliwością obrotową wirnika f_w, zdeterminowaną przez poślizg s i ilość par biegunów maszyny) nie muszą być współmierne z częstotliwością podstawową, co sprawia, że może wystąpić ich rozmycie.



Rys. 4.6. *a) Widmo niskoczęstotliwościowe prądu fazowego silnika indukcyjnego Sg 132M-6B-S w wypadku gdy $T_r \neq T$, b) widmo dla skorygowanego okna czasowego $T_r=T^*=N^*\Delta t$*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

4.4. Analiza struktury częstotliwościowej sygnału diagnostycznego

Analiza struktury częstotliwościowej sygnału na podstawie jego widma i identyfikacja składowych widma wrażliwych na dane uszkodzenie wymaga dokładnej znajomości częstotliwości charakterystycznych (częstotliwości obrotowej, częstotliwości zasilania, częstotliwości związanych z uszkodzeniem łożysk). Dotyczy to szczególnie identyfikacji ich wyższych harmonicznych i ich sumacyjno-różnicowych pasm bocznych. W takim przypadku pomocna może być analiza częstotliwościowo-częstotliwościowa (nazwa utworzona przez analogię do analizy czasowo-częstotliwościowej [6]). Mapa częstotliwościowo-częstotliwościowa (mapa F-F) tworzona jest w ten sposób, że fragmenty widma $X(k)$:

$$\Delta X(n,m) = X(n+(m-1)M_p), \tag{4.14}$$

gdzie: n = 1, 2, 3 ,…, N_p, – element fragmentu widma częstotliwościowego,
N_p – ilość elementów we fragmencie widma częstotliwościowego,
m = 1, 2, 3 ,..., M_p – fragment widma częstotliwościowego,
M_p – ilość fragmentów widma częstotliwościowego,

zostają złożone kaskadowo. Ilość elementów fragmentu widma częstotliwościowego wynika z częstotliwości f_{syn}, która determinuje zakres częstotliwościowy pierwszego fragmentu widma i rozdzielczości widma częstotliwościowego Δf (rys. 4.7):

$$N_p = \frac{f_{syn}}{\Delta f}. \tag{4.15}$$

Częstotliwość f_{syn}, dalej nazywana będzie częstotliwością, z którą mapa widma jest synchronizowana.

Kolejne elementy sąsiednich fragmentów widma sygnału indeksowane parametrem n są oddalone o częstotliwość f_{syn}:

$$\Delta X(n,m+1) - \Delta X(n,m) = N_p \Delta f = f_{syn}. \tag{4.16}$$

Zgodnie z zależnościami (4.14) i (4.16) mapa widma jest strukturą dyskretną, element mapy o współrzędnych n, m reprezentuje składową częstotliwościową widma:

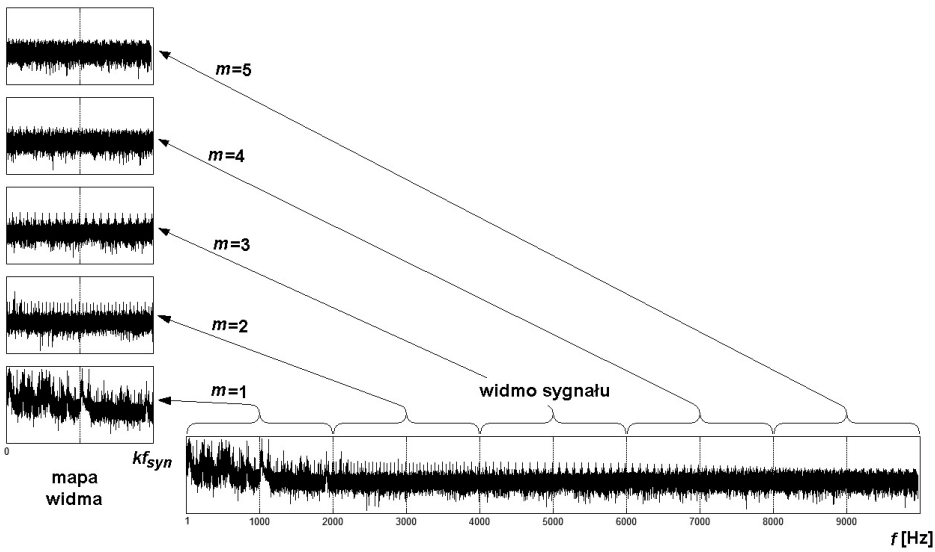
$$f_{n,m} = (m-1) f_{syn} + n\Delta f. \tag{4.17}$$

Operację opisaną zależnością (4.14) można traktować jak przesunięcie w dziedzinie częstotliwości kolejnego fragmentu widma o częstotliwość $(m–1)f_{syn}$. Pasma boczne odległe o częstotliwość f_{syn} (i jej wielokrotność) od analizowanej

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

składowej częstotliwościowej f (z zakresu $\Delta f - f_{syn}$) będą występowały wzdłuż prostych pionowych. Pasma boczne odległe o częstotliwość niewspółmierną z f_{syn} (i jej wielokrotnością) będą występowały wzdłuż prostych ukośnych.

Przyjęcie $f_{syn} = 2f_a$ (f_a – częstotliwość charakterystyczna), z którą synchronizujemy mapę F-F widma umożliwia analizę występowania składowych częstotliwościowych sygnału oddzielnie wokół nieparzystych i parzystych wielokrotności częstotliwości f_a.



Rys. 4.7. *Idea tworzenia mapy F-F widma (mapy częstotliwościowo-częstotliwościowej)*

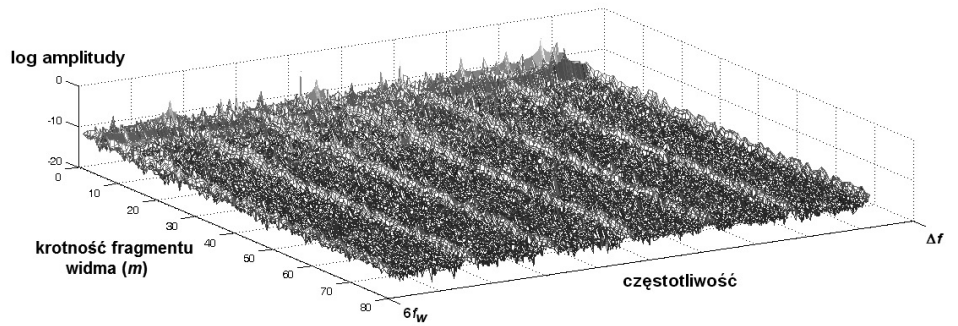
Pojawiające się i rozwijające uszkodzenia maszyny elektrycznej wprowadzają zaburzenia jej stanu pracy ujawniające się w zmianach analizowanego sygnału diagnostycznego. Zaburzenia te powinny ujawnić się w zmianach (często subtelnych) widma sygnału.

Mapę F-F można traktować jak obraz, którego zmiana wywołana jest zmianą stanu pracy maszyny, a także zaburzeniami związanymi z degradacją stanu technicznego. Proces odnajdywania składowych widma wrażliwych na dane uszkodzenie może zostać zastąpiony procesem interpretacji różnic w obrazie mapy F-F widma.

Przykład. Analiza częstotliwościowo-częstotliwościowa sygnału generowanego w cewce pomiarowej nawiniętej wokół wału maszyny indukcyjnej bez uszkodzeń i z uszkodzeniami klatki wirnika przez osiowy (aksjalny) strumień rozproszenia. Widmo aksjalnego strumienia rozproszenia nieuszkodzonej maszyny zawiera pasma boczne odległe o częstotliwość sf_1, wokół częstotliwości wirowania wirnika $f_w = f_1(1–s)/p$. Uszkodzenie prętów klatki wirnika wprowadza asymetrię pola, generującą dodatkowe pasma boczne odległe o wielokrotność częstotliwości sf_1 wokół częstotliwości obrotowej f_w.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Na rysunku 4.8 przedstawiona została przestrzenna mapa F-F widma napięcia indukowanego przez aksjalne pole rozproszenia w cewce pomiarowej nawiniętej wokół wału maszyny indukcyjnej z nieuszkodzonym wirnikiem. Mapa płaska przedstawiona na rysunku 4.9 utworzona została na podstawie mapy przestrzennej (rys. 4.8), wysokość punktów mapy przestrzennej została zastąpiona poziomicami o różnym stopniu szarości. Częstotliwość f_{syn}, z którą mapa F-F widma jest synchronizowana wynosi $2f_1(1–s)$. Tak skonstruowana mapa wizualizuje strukturę widma sygnału w postaci obrazu i pozwala ujawnić zróżnicowanie widma występujące w pełnym zakresie częstotliwości sygnału.



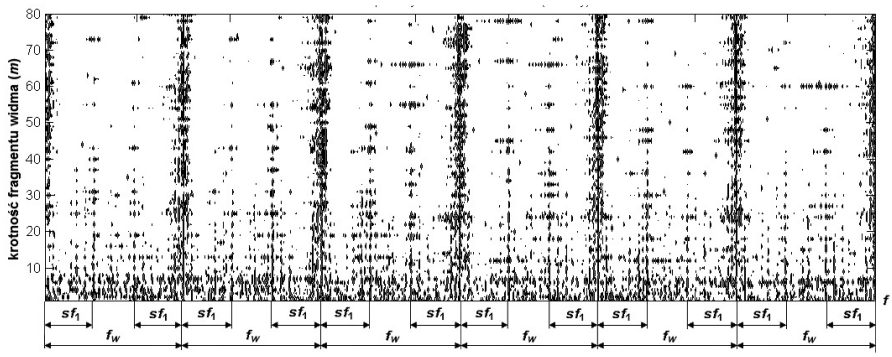
Rys. 4.8. *Analiza częstotliwościowo-częstotliwościowa. Przestrzenna mapa widma napięcia indukowanego przez aksjalne pole rozproszenia. Silnik indukcyjny z nieuszkodzonym wirnikiem*

Mapy widma przedstawione na rysunku 4.9 i rysunku 4.10 zostały utworzone ma podstawie pomiarów tego samego silnika indukcyjnego Sg 132M-613-S przy różnym stopniu uszkodzenia klatki wirnika (zmiany w obrazie mapy F-F widma wywołane rozwojem uszkodzenia są łatwo zauważalne). W obu wypadkach prążki widma skupiają się wokół prostych pionowych zdefiniowanych przez częstotliwość charakterystyczną, jaką jest częstotliwość obrotowa, oraz częstotliwość pasm bocznych odległych o wielokrotność częstotliwości poślizgu. Różnica występuje w intensywności pionowych struktur mapy.

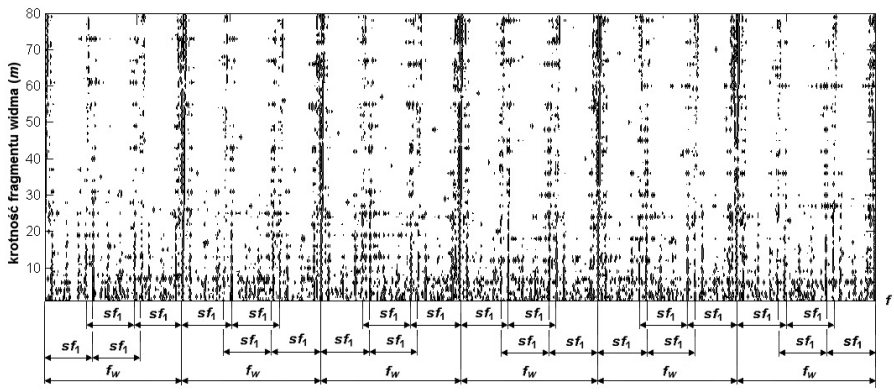
Należy podkreślić, że obraz mapy widma wykazuje dużą wrażliwość na warunki zasilania, obciążenie oraz sposób eksploatacji maszyny (montaż i sposób sprzęgnięcia z innymi urządzeniami).

W przypadku gdy częstotliwość f_{syn}, z którą prezentowane powyżej mapy F-F widma zostały synchronizowane, nie odpowiada dokładnie częstotliwości charakterystycznej (w tym wypadku wielokrotności prędkości obrotowej), pionowe struktury mapy ulegają pochyleniu. Na rysunku 4.11 przedstawiona została mapa F-F widma napięcia indukowanego przez aksjalne pole rozproszenia w cewce pomiarowej (prezentowanego w postaci mapy F-F widma na rysunku 4.10), lecz synchronizowana z częstotliwością obrotową zmierzoną za pomocą czujnika optycznego o dokładności pomiaru wynoszącej 1 obrót na minutę.

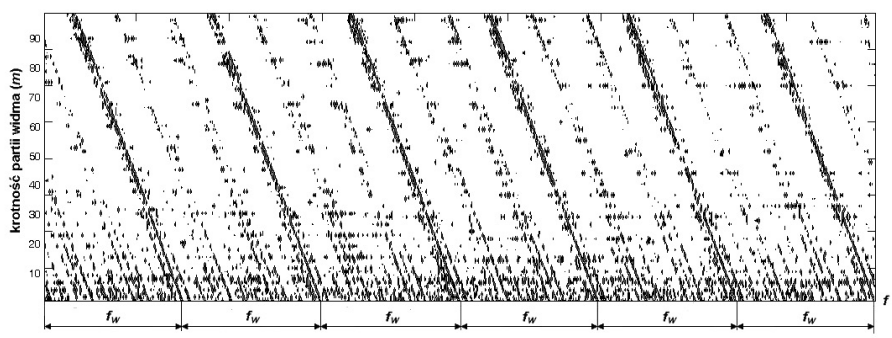
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 4.9. *Mapa F-F (synchroniczna z $2pf_w$) widma napięcia indukowanego przez aksjalne pole rozproszenia w silniku indukcyjnym z nieuszkodzonym wirnikiem. Opisane zostało położenie dominujących pasm bocznych wokół częstotliwości obrotowej $f_w=f_1(1-s)/p$ i jej wyższych harmonicznych*



Rys. 4.10. *Mapa F-F (synchroniczna z $2pf_w$) widma napięcia indukowanego przez aksjalne pole rozproszenia w silniku indukcyjnym z dwoma uszkodzonymi prętami wirnika. Opisane zostało położenie dominujących pasm bocznych wokół częstotliwości obrotowej $f_w=f_1(1-s)/p$ i jej wyższych harmonicznych*

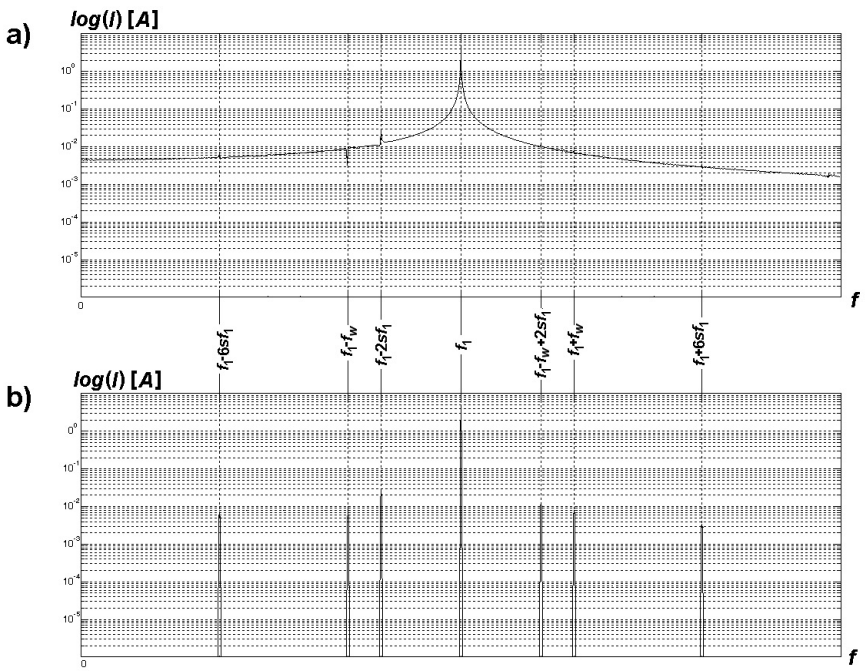


Rys. 4.11. *Mapa F-F widma napięcia indukowanego przez aksjalne pole rozproszenia w silniku indukcyjnym z dwoma uszkodzonymi prętami wirnika. Częstotliwość f_{syn} różni się od rzeczywistej wielokrotności częstotliwości obrotowej*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

W ten sposób ujawni się na przykład różnica pomiędzy oczekiwaną i rzeczywistą wartością częstotliwości f_{syn} (wynikająca na przykład z niewłaściwego wyznaczenia częstotliwości obrotowej lub częstotliwości zasilania, z którymi synchronizujemy mapę F-F widma). Różnica ta może uniemożliwić poprawne zidentyfikowanie harmonicznych częstotliwości charakterystycznych w zakresie wysokich częstotliwości, co w konsekwencji prowadzić może do błędnych decyzji diagnostycznych. Na podstawie obrazu mapy F-F widma można wprowadzić korekcję częstotliwości f_{syn}, a tym samym korekcję częstotliwości charakterystycznej.

Mapa widma F-F pozwala uchwycić subtelne zmiany struktury częstotliwościowej analizowanego sygnału diagnostycznego (pojawienie się nowych prążków widma reprezentujących nowe składowe częstotliwościowe sygnału – zarówno wyższe harmoniczne, jak też pasma boczne). W tym celu należy z widma usunąć prążki boczne tworzące widmo rozmyte w wypadku niewspółmierności okresu danej składowej częstotliwościowej sygnału z czasem jego trwania. Algorytm usuwania wstęg bocznych widma rozmytego wykorzystuje zjawisko monotonicznego wzrostu ich amplitud w miarę zbliżania się do prążka centralnego (rys. 4.12a). Amplitudy wstęg bocznych widma rozmytego zostały zredukowane do poziomu średniej amplitudy szumu występującego w sygnale. Na rysunku 4.12b przedstawione zostało widmo amplitudowe po procesie usuwania prążków bocznych tworzących widmo rozmyte.

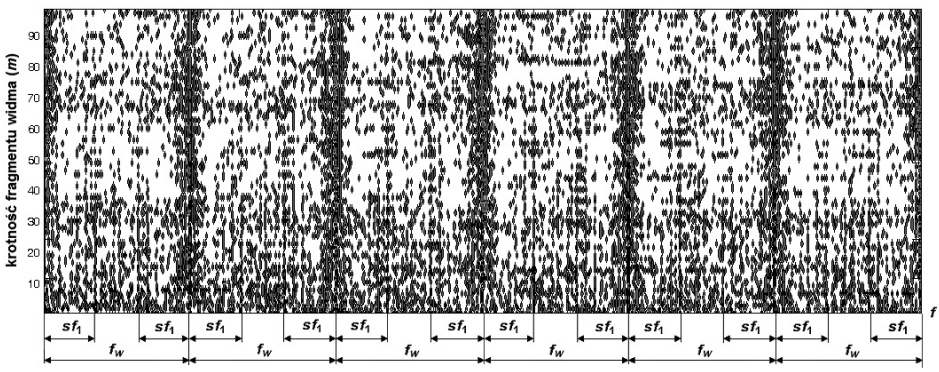


Rys. 4.12. *a) Widmo niskoczęstotliwościowe prądu fazowego silnika indukcyjnego Sg 132M-6B-S w wypadku gdy $T_r \neq T$, b) widmo po usunięciu prążków bocznych tworzących widmo rozmyte*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Przy tworzeniu mapy F-F widma należy zwrócić uwagę na położenie poziomic mapy. Od położenia pierwszej poziomicy zależy ilość prezentowanych składowych częstotliwościowych widma. Zbyt niski poziom spowoduje, że mapa zawierać będzie, oprócz istotnych dla oceny stanu technicznego maszyny składowych częstotliwościowych związanych ze składową deterministyczną sygnału, także trudne do interpretacji składowe częstotliwościowe, które na tym etapie utożsamiać można z procesem losowym.

Przykład. Na rysunku 4.13 przedstawiona została płaska mapa F-F widma, utworzona na podstawie mapy przestrzennej widma amplitudowego napięcia indukowanego przez aksjalne pole rozproszenia (rys. 4.8), przy czym położenie pierwszej poziomicy zostało obniżone w stosunku do mapy F-F widma przedstawionej na rysunku 4.9, co umożliwia prezentację wszystkich prążków.



Rys. 4.13. *Mapa F-F widma napięcia indukowanego przez aksjalne pole rozproszenia w silniku indukcyjnym z nieuszkodzonym wirnikiem, synchroniczna z* $2pf_w$. *Uwzględnione zostały wszystkie prążki widma*

Zbyt duża ilość informacji utrudnia analizę struktury częstotliwościowej sygnału. Natomiast skala, w jakiej przedstawione są amplitudy składowych harmonicznych (skala liniowa, skala logarytmiczna, skala wykładnicza) oraz przyjęta odległość pomiędzy poziomicami nie wpływa na ilość prezentowanych na mapie F-F szczegółów struktury częstotliwościowej sygnału.

Wyznaczenie średniej wartości amplitud składowych częstotliwościowych z zakresu 0–f_{syn} i ich wyższych harmonicznych odległych o f_{syn}:

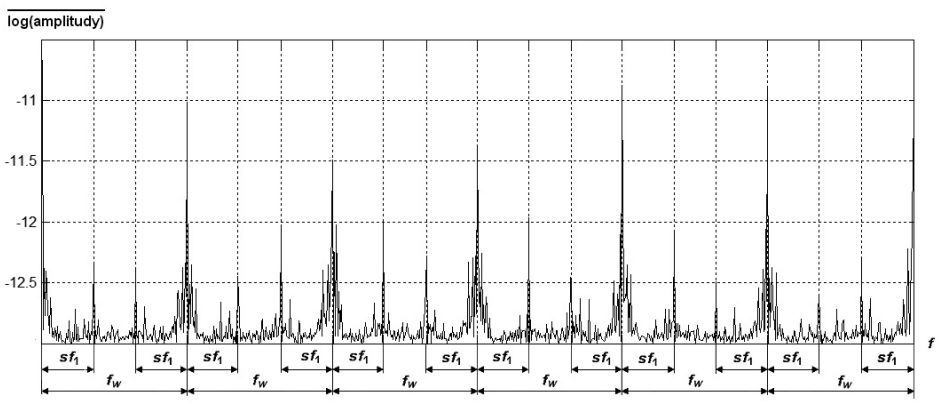
$$\Delta X_{sum}(n) = \frac{1}{M_p}\left\{\sum_{m=1}^{M_p} \Gamma[X(n+(m-1)N_p)]\right\}, \tag{4.18}$$

gdzie: Γ – operacja zmiany skali amplitud składowych częstotliwościowych widma,

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

na podstawie mapy F-F widma jest odpowiednikiem uśredniania synchronicznego, przeprowadzonego w dziedzinie częstotliwości. Motywacją wyznaczenia średniej wartości amplitud składowych częstotliwościowych jest próba znalezienia miary diagnostycznej charakteryzującej się znaczną wrażliwością na zmianę amplitud danej składowej częstotliwościowej i jej wyższych harmonicznych. Często bowiem rozwój danego typu uszkodzenia nie powoduje pojawienia się nowych składowych częstotliwościowych widma, a jedynie stosunkowo niewielką modyfikację ich amplitud. Średnią wartość przeskalowanych amplitud można traktować jako miarę intensywności występowania składowych widma i ich pasm bocznych utworzonych w wyniku modulacji sygnału, synchronicznych z częstotliwością f_{syn}, pomocną w ocenie zmiany sygnału pomiarowego związanej z rozwojem danego uszkodzenia.

Przykład. Średnia wartość logarytmów amplitud składowych harmonicznych wyznaczonych zgodnie z (4.18) na podstawie mapy widma prezentowanego na rysunku 4.9 przedstawiona została na rysunku 4.14.

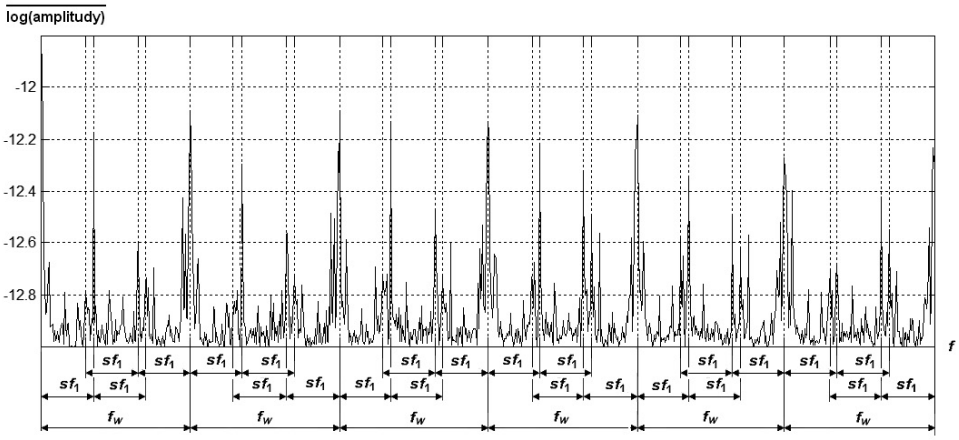


Rys. 4.14. *Analiza częstotliwościowo-częstotliwościowa. Średnia wartość logarytmów amplitud składowych harmonicznych wyznaczona na podstawie mapy widma amplitudowego napięcia indukowanego przez aksjalne pole rozproszenia w silniku indukcyjnym z nieuszkodzonymi wirnikiem. Opisane zostały najintensywniejsze pasma boczne wokół składowej widma $f_1(1-s)/p$ i jej wielokrotności*

Intensywność występowania składowych widma synchronicznych z częstotliwością f_{syn} zmienia się wraz z rozwojem uszkodzenia. Na rysunku 4.15 przedstawiona została średnia wartość logarytmów amplitud składowych harmonicznych w wypadku uszkodzenia 2 prętów wirnika.

Przyjmijmy skupianie się prążków widma wokół prostych pionowych jako swego rodzaju proces porządkowania mapy F-F widma. Im większa liczba prążków widma tworzy pionowe struktury na mapie, tym wyższy jest stopień uporządkowania.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



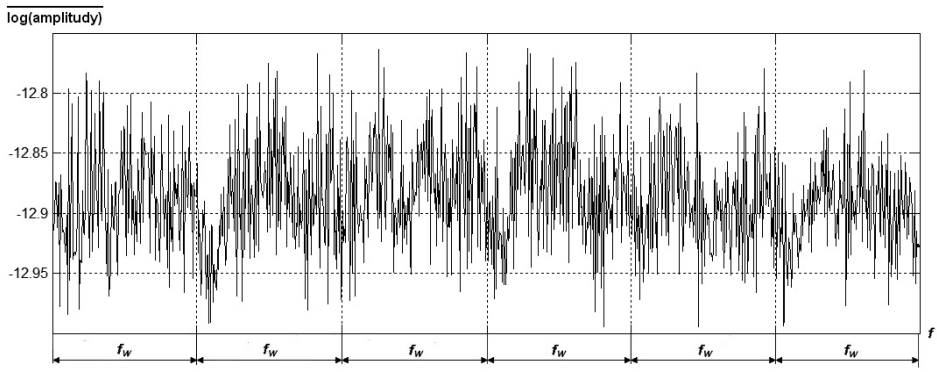
Rys. 4.15. *Analiza częstotliwościowo-częstotliwościowa. Średnia wartość logarytmów amplitud składowych harmonicznych wyznaczona na podstawie mapy widma amplitudowego napięcia indukowanego przez aksjalne pole rozproszenia w silniku indukcyjnym, z dwoma uszkodzonymi prętami wirnika. Opisane zostały najintensywniejsze pasma boczne wokół składowej widma $f_1(1\text{-}s)/p$ i jej wielokrotności*

Tak zdefiniowany stopień uporządkowania zależy zarówno od częstotliwości f_{syn} z jaką mapa jest synchronizowana, jak też od struktury częstotliwościowej sygnału pomiarowego. Oznacza to, że obraz mapy będzie się charakteryzował wysokim stopniem uporządkowania jedynie w wypadku gdy dla danej częstotliwości charakterystycznej w sygnale pomiarowym występują jej wyższe harmoniczne wraz z towarzyszącymi im pasmami bocznymi oraz gdy mapa będzie synchronizowana z częstotliwością będącą całkowitą wielokrotnością częstotliwości charakterystycznej.

Za miarę uporządkowania mapy F-F widma przy przyjęciu powyższej definicji stopnia uporządkowania można przyjąć średnią wartość amplitud składowych częstotliwościowych wyznaczonych zgodnie z zależnością (4.18).

Przykład. Na rysunku 4.16 przedstawiona została średnia wartość logarytmów amplitud składowych harmonicznych wyznaczonych zgodnie z (4.18) na podstawie mapy widma prezentowanego na rysunku 4.11. Zgodnie z powyższą definicją, stopień uporządkowania obrazu mapy prezentowanej na rysunku 4.16 jest niższy niż stopień uporządkowania obrazu mapy prezentowanej na rysunku 4.10. Intensywność występowania składowych częstotliwościowych będących wielokrotnością częstotliwości obrotowej i ich pasm bocznych wraz z wyższymi harmonicznymi odległymi o częstotliwość f_{syn}, wyraźnie widoczna w wypadku gdy częstotliwość f_{syn} jest współmierna z częstotliwością obrotową, znika w wypadku niewspółmierności częstotliwości f_{syn} i częstotliwości obrotowej.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 4.16. *Analiza częstotliwościowo-częstotliwościowa. Średnia wartość logarytmów amplitud składowych harmonicznych wyznaczona na podstawie mapy widma napięcia indukowanego przez aksjalne pole rozproszenia w silniku indukcyjnym z dwoma uszkodzonymi prętami wirnika, której częstotliwość f_{syn} różni się od rzeczywistej wielokrotności częstotliwości obrotowej*

Średnia wartość logarytmów amplitud wyznaczona zgodnie z (4.18) charakteryzuje się wrażliwością na zmianę amplitud wyższych harmonicznych odległych o wielokrotność f_{syn} od danej składowej częstotliwościowej z zakresu 0–f_{syn}, a więc wrażliwością na zmiany w obrazie całej mapy F-F widma. W przypadku gdy sygnał diagnostyczny podlega zmianom jedynie w pewnym zakresie częstotliwości (przykładem może być sygnał wibracyjny, silnie tłumiony w zakresie wysokich częstotliwości) istotną informacją diagnostyczną jest maksymalna wartość amplitud danej składowej częstotliwościowej widma z zakresu 0–f_{syn} lub jej wyższej harmonicznej odległej o wielokrotność f_{syn}:

$$\Delta X_{max}(n) = \max\left|\Gamma[X(n+(m-1)N_p)]\right|_{m=1}^{m=M_p}, \tag{4.19}$$

gdzie: Γ – operacja zmiany skali amplitud składowych częstotliwościowych widma.

W przypadku analizy sygnałów stacjonarnych (deterministycznych) dyskretna transformata Fouriera umożliwia identyfikację wszystkich występujących składowych widma. Z uwagi na to, że składowe częstotliwościowe sygnału nie zmieniają się, nie jest potrzebna informacja o czasie ich występowania. W praktyce diagnostycznej nie zawsze możliwe jest dochowanie warunku stacjonarności (dochowanie narzuconej podczas eksperymentu niezmienności wybranych parametrów). Występuje wtedy zmienność widma sygnału w czasie. Widmo częstotliwościowe zawierać będzie informację o występowaniu składowych o określonych częstotliwościach, brak będzie natomiast (ważnej z punktu widzenia zadań diagnostycznych) informacji o czasie ich występowania. Gdy informacja czasowa jest istotna, należy posługiwać się transformatą krótkookresową [3], [4], [5] lub analizą Falkową [9].

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

4.5. Analiza spektralna

Widmo mocy sygnału ciągłego w czasie ujawnia, w jaki sposób moc sygnału przenoszona jest przez poszczególne składowe harmoniczne [14]. Przez analogię do układów elektrycznych o jednostkowej rezystancji moc sygnału w danej chwili czasowej definiuje się jako kwadrat amplitudy. Zależność ta dla sygnału ciągłego w czasie przyjmuje postać:

$$p(t) = x(t)^2 . \tag{4.20}$$

Energię przenoszoną przez składowe harmoniczne z danego przedziału częstotliwości obliczamy przez sumowanie widma mocy w tym przedziale częstotliwości. Na przykład, widmo mocy procesu wibracyjnego pozwala ustalić, jaki zakres częstotliwości drgań ma największy wpływ na proces zużyciowy. Jednostką widma mocy jest moc/częstotliwość (częstotliwość może być wyrażona w Hz lub znormalizowana w stosunku do czasu trwania analizowanego sygnału). Gdy mamy do czynienia z sygnałem wibracyjnym, jednostką jego widma mocy może być [g^2/Hz] lub [m^2/s^4/Hz].

Estymatorem widma mocy dyskretnego sygnału stacjonarnego o ograniczonej liczbie próbek jest transformata Fouriera funkcji autokorelacji, równa kwadratowi modułu transformaty Fouriera (periodogram):

$$P(k) = \frac{1}{N}\left|X(k)\right|^2 , \tag{4.21}$$

na podstawie twierdzenia Parsevala:

$$\sum_{n=0}^{N-1} |\, x(n)\,|^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} |\, X(k)\,|^2 , \tag{4.22}$$

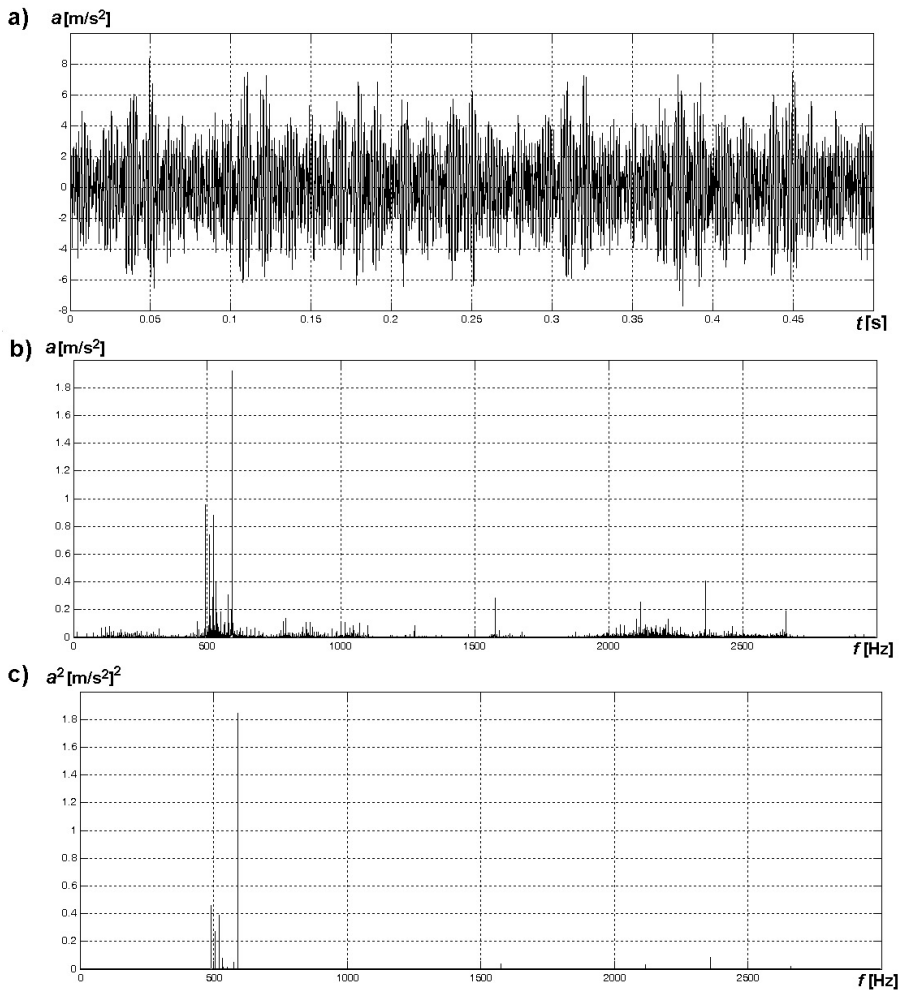
utożsamiającego energię sygnału z sumą kwadratów wartości bezwzględnej składowych transformaty Fouriera. W przypadku gdy periodogram powstaje przez wyznaczenie widma mocy sygnału przemnożonego przez funkcję okna należy funkcję okna znormalizować tak, aby jej energia była równa 1:

$$\hat{w}(n) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{n=0}^{N-1}(w(n))^2}}\, w(n) ,$$

$$P(k) = \frac{1}{N}\frac{1}{\sum_{n=0}^{N-1}(w(n))^2}\left|\sum_{n=0}^{N-1} x(n)w(n-m)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}\right|^2 . \tag{4.23}$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Przykład. Na rysunku 4.17a przestawiony został sygnał przyspieszenia przemieszczeń korpusu silnika indukcyjnego obciążonego mocą znamionową. Widoczny jest efekt wzbudzenia drgań strukturalnych. Na rysunku 4.17b przedstawione zostało widmo częstotliwościowe sygnału przyspieszenia drgań. Transformacja sygnału w dziedzinę częstotliwości ujawnia występowanie dominujących składowych harmonicznych drgań wywołanych strukturą zębową wirującego ekscentrycznie wirnika. W zakresie niskich częstotliwości zauważalne są drgania wprowadzane przez łożysko. Na rysunku 4.17c przedstawiony został unormowany periodogram sygnału przyspieszenia drgań. W analizowanym widmie uwypuklone zostały składowe harmoniczne drgań o największych amplitudach, mające największy wpływ na proces zużycia maszyny.



Rys. 4.17. *a) Sygnał przyspieszenia drgań korpusu silnika indukcyjnego Sg 132M-6B-S, b) widmo przyspieszenia drgań korpusu, c) periodogram przyspieszenia drgań korpusu silnika*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

4.6. Bispektrum

Periodogram zachowuje jedynie informację o amplitudzie poszczególnych składowych harmonicznych sygnału i dobrze opisuje proces losowy, jeżeli składowe harmoniczne są statystycznie nieskorelowane. Bispektrum zdefiniowane jako [14]:

$$B_{xxx} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} R_{xxx}(\tau_1,\tau_2)e^{-j(\omega_1\tau_1+\omega_2\tau_2)}\mathrm{d}\tau_1\mathrm{d}\tau_2, \tag{4.24}$$

gdzie: $R_{xxx}(\tau_1,\tau_2) = \mathrm{E}[x(t)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)]$ – funkcja korelacji rzędu trzeciego,

umożliwia wykrycie nieliniowych związków pomiędzy składowymi harmonicznymi (dzięki uwzględnieniu zarówno amplitudy, jak i fazy) analizowanego sygnału [8]. Bispektrum wyznacza się, obliczając transformatę Fouriera sygnału:

$$B(p,q) = \frac{1}{N}X(p)X(q)X^*(p+q), \tag{4.25}$$

gdzie: p, q – rząd składowych harmonicznych.

Bispektrum można interpretować jako poziom wzajemnej zależności fazowej pomiędzy składowymi harmonicznymi rzędu p, q i $p+q$. W wypadku koherentnych (współzależnych) składowych harmonicznych charakteryzujących się kwadraturowym sprzężeniem fazowym:

$$\begin{aligned} x_1 &= \cos(f_1+\varphi_1),\\ x_2 &= \cos(f_2+\varphi_2),\\ x_3 &= \cos(f_3+\varphi_3),\\ f_1+f_2 &= f_3,\\ \varphi_1+\varphi_2 &= \varphi_3, \end{aligned} \tag{4.26}$$

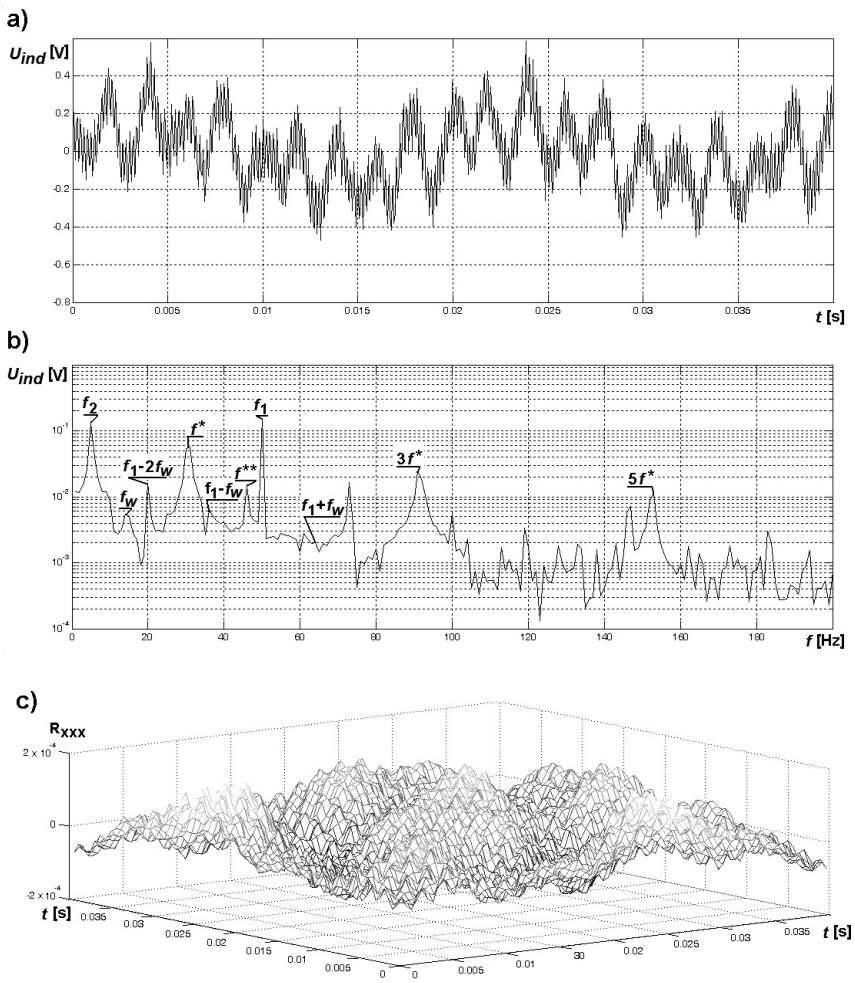
gdzie: f_1, f_2, f_3 – częstotliwość poszczególnych składowych harmonicznych,
$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ – faza poszczególnych składowych harmonicznych,

a także składowych harmonicznych, których wzajemne przesunięcie fazowe nie spełnia warunku (4.26), ale jest niezmienne w czasie, bispektrum osiąga duże wartości. Natomiast dla sygnałów niekoherentnych wartość bispektrum dąży do zera.

W diagnostycznej analizie sygnałów bispektrum można wykorzystać do wyznaczenia współzależności w przypadku, gdy dane uszkodzenie scharakteryzowane jest przez niezidentyfikowane na podstawie modelu przyczynowo-skutkowego składowe harmoniczne.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

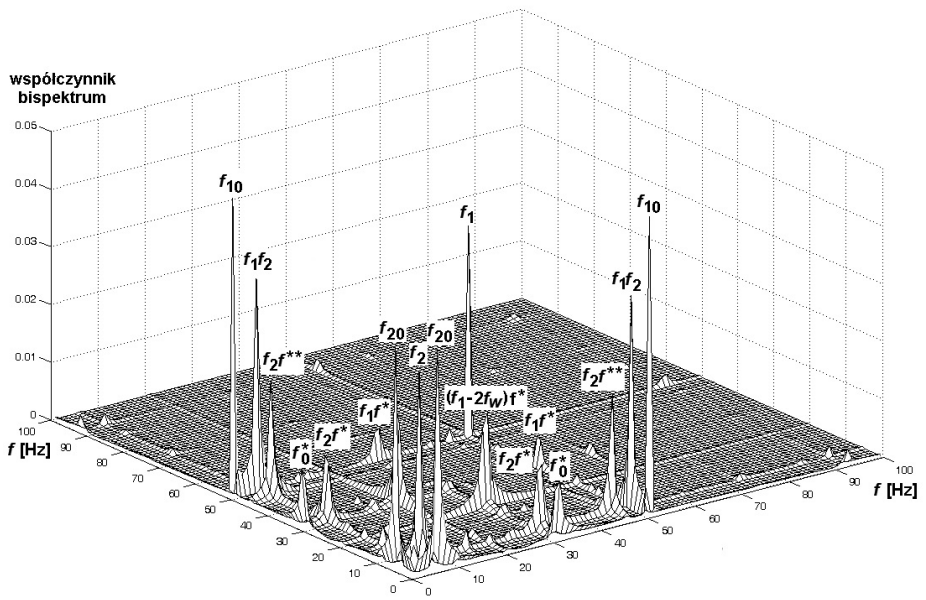
Przykład. Jednym z sygnałów wykorzystywanych do diagnozowania uszkodzeń klatki silnika indukcyjnego Sg 132M-6B-S jest składowa osiowa strumienia magnetycznego występującego w przestrzeni poza rdzeniem maszyny, zamykająca się poprzez wał maszyny. Przebieg napięcia indukowanego w cewce pomiarowej przez składową osiową strumienia przy obciążeniu znamionowym (n = 895 obr/min) przedstawiony został na rysunku 4.18a.



Rys. 4.18. *a) Fragment przebiegu napięcia indukowanego w cewce pomiarowej przez składową osiową strumienia magnetycznego silnika indukcyjnego, b) widmo częstotliwościowe napięcia indukowanego w cewce pomiarowej przez składową osiową strumienia magnetycznego silnika indukcyjnego, c) fragment funkcji autokorelacji drugiego rzędu sygnału napięcia indukowanego*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Z łatwością zauważyć można występowanie składowej wysokoczęstotliwościowej wywołanej strukturą zębową wirnika oraz składowych niskoczęstotliwościowych, których jedynie kilka zidentyfikować można za pomocą modelu uwzględniającego harmoniczną podstawową przepływu stojana oraz harmoniczną rzędu 2. Widmo częstotliwościowe sygnału zostało przedstawione na rysunku 4.18b. Zaznaczone zostały zidentyfikowane na podstawie modelu składowe częstotliwościowe widma (f_1 – częstotliwość napięcia zasilającego, f_2 – częstotliwość poślizgu, f_w – częstotliwość obrotowa wirnika). Dodatkowo oznaczone zostały istotne niezidentyfikowane składowe częstotliwościowe sygnału (f*, $3f$*, $5f$* oraz f**). Na rysunku 4.18c przedstawiona została funkcja autokorelacji drugiego rzędu sygnału napięcia indukowanego. Funkcja autokorelacji drugiego rzędu posłużyła do wyznaczenia bispektrum zgodnie z (4.24). Na rysunku 4.19 przedstawiony został fragment bispektrum dla częstotliwości $\omega_1 > 0$ i $\omega_2 > 0$. Niezidentyfikowane składowe harmoniczne oznaczone f* i f** wykazują silną zależność od składowych o częstotliwości f_1, f_2 i f_2-$2f_w$.



Rys. 4.19. *Bispektrum sygnału napięcia indukowanego. Ostre kontury współczynnika bispektrum świadczą o silnej wzajemnej zależności fazowej pomiędzy składowymi harmonicznymi o danej częstotliwości. Indeksem 0 wyróżniono składowe stałe*

4.7. Analiza obwiedni, transformata Hilberta

Analiza obwiedni sygnału (tożsama z procesem demodulacji amplitudowej) wywodzi się z technik stosowanych w radiokomunikacji. Sygnał zmo-

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

dulowany amplitudowo (zmianom amplitudy podlega sygnał o wyższej, stałej pulsacji Ω) opisuje zależność:

$$y(t) = A\cos(\Omega t) + x(t)\cos(\Omega t) = \big(A + x(t)\big)\cos(\Omega t) = a(t)\cos(\Omega t), \qquad (4.27)$$

gdzie: A – amplituda fali nośnej,
Ω – pulsacja fali nośnej,
$x(t)$ – sygnał modulujący,
$a(t) = A + x(t)$ – obwiednia sygnału zmodulowanego. (4.28)

Kształt obwiedni sygnału zmodulowanego jest zgodny z kształtem sygnału modulującego z dokładnością do składowej stałej. W celu demodulacji (odtworzenia sygnału modulującego $x(t)$) w wypadku, gdy spełniony jest warunek:

$$A > \max\{|\, x(t)\,|\}\ \text{ dla }\ x(t) < 0, \qquad (4.29)$$

zastosować można detektor obwiedni lub wykorzystać własności transformaty Hilberta funkcji rzeczywistej $r(t)$:

$$\hat{r}(t) = \mathrm{H}[r(t)] = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{r(t)}{t-\tau}\mathrm{d}\tau, \qquad (4.30)$$

będącej splotem funkcji $1/\pi t$ i funkcji $r(t)$ w dziedzinie czasu:

$$\hat{r}(t) = \frac{1}{\pi t} * r(t). \qquad (4.31)$$

Transformata Fouriera funkcji $1/\pi t$ przyjmuje postać:

$$\mathrm{F}\left(\frac{1}{\pi t}\right) = -j\,\mathrm{sgn}(\omega) = \begin{cases} -j & \text{dla } \omega > 0 \\ 0 & \text{dla } \omega = 0 \\ j & \text{dla } \omega < 0 \end{cases}, \qquad (4.32)$$

gdzie: $j = \sqrt{-1}$.

Składnik $-j\mathrm{sgn}(\omega)$ zmienia fazę sygnału $r(t)$ o $-\pi/2$ dla $\omega > 0$ i $\pi/2$ dla $\omega < 0$. Oznacza to, że transformatę Hilberta traktować można jako szczególny rodzaj filtru, który nie zmienia amplitudy sygnału, a jedynie fazę składowych harmonicznych w zależności od znaku częstotliwości.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Transformata Hilberta sygnału zmodulowanego amplitudowo $y(t)$, o ograniczonym paśmie częstotliwościowym, opisanego zależnością (4.27) na mocy twierdzenia Bedrosiana wynosi:

$$\hat{y}(t) = \mathrm{H}(a(t)\cos(\Omega t)) = a(t)\sin(\Omega t). \tag{4.33}$$

Sygnał analityczny $z(t)$ utworzony z sygnału rzeczywistego $r(t)$ i jego transformaty Hilberta:

$$z(t) = r(t) + j\hat{r}(t), \tag{4.34}$$

w przypadku sygnału $y(t)$ zmodulowanego amplitudowo przyjmuje postać:

$$z(t) = y(t) + j\hat{y}(t) = a(t)\cos(\Omega t) + j(a(t)\sin(\Omega t)) = a(t)e^{j\Omega t}. \tag{4.35}$$

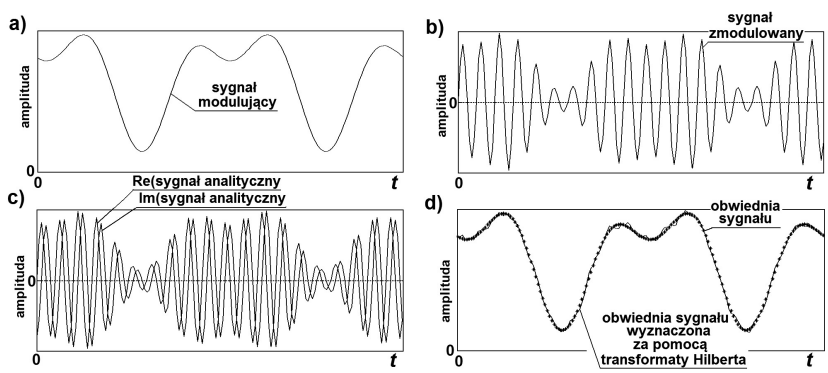
Obwiednia sygnału analitycznego:

$$|z(t)| = \sqrt{r^2(t) + \hat{r}^2(t)}, \tag{4.36}$$

sygnału $y(t)$ zmodulowanego amplitudowo przyjmuje postać:

$$|z(t)| = \sqrt{(a(t)\cos(\Omega t))^2 + (a(t)\sin(\Omega t))^2} = a(t). \tag{4.37}$$

Z zależności (4.35) i (4.37) wynika, że obwiednia sygnału analitycznego tożsama z obwiednią sygnału zmodulowanego jest kopią sygnału analitycznego przesuniętego o częstotliwość $\Omega/2\pi$ w dziedzinie częstotliwości. Na rysunku 4.20a, i rysunku 4.20b przedstawiony został odpowiednio sygnał modulujący i sygnał zmodulowany. Na rysunku 4.20c pokazana została część rzeczywista i część urojona sygnału analitycznego, a na rysunku 4.20d obwiednia sygnału wyznaczona zgodnie z (4.38) oraz sygnał modulujący.



Rys. 4.20. *a) Sygnał modulujący, b) sygnał zmodulowany, c) część rzeczywista i urojona sygnału analitycznego, d) obwiednia odtworzona przez wyznaczenie modułu sygnału analitycznego (linia ciągła). Dla porównania przedstawiony został sygnał modulujący (gwiazdki)*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Analiza obwiedni sygnału stosowana jest szeroko w diagnozowaniu stanu technicznego łożysk [7] i wyznaczaniu wahań sygnałów prądów i napięć [13]. Znalezienie oryginalnych składowych harmonicznych wywołanych uszkodzeniem łożyska w niskoczęstotliwościowym zakresie widma wymaga zastosowania wysokiej rozdzielczości częstotliwościowej. Warunkiem uzyskania wysokiej rozdzielczości częstotliwościowej pomiaru jest dochowanie dużej stabilności pracy maszyny, co z reguły jest trudne do osiągnięcia. Analiza obwiedni umożliwia odnalezienie w średnioczęstotliwościowym zakresie widma częstotliwości charakterystycznych dla uszkodzonego łożyska.

Rozwijające się uszkodzenie wprowadza modulację amplitudy drgań wywołaną pojawieniem się dodatkowych sił okresowych w postaci serii impulsów udarowych o stosunkowo małej energii. Modulacji amplitudowej mogą podlegać drgania szerokopasmowe o charakterze stacjonarnego procesu losowego wzbudzone tarciem tocznym zależnym od stanu powierzchni tocznej i jakości smarowania łożyska oraz drgania o charakterze deterministycznym wywołane zazębieniem przekładni, strukturą żłobkowo-zębową stojana i wirnika oraz pracą wentylatora. Impulsy udarowe wzbudzają także strukturalne drgania rezonansowe poszczególnych elementów maszyny, których oznaką jest generalny wzrost amplitudy drgań w zakresie częstotliwości od 2 kHz do 20 kHz. Wykorzystanie zakresu drgań własnych (drgań strukturalnych) w celu detekcji uszkodzeń łożysk wymaga selektywnego wydzielenia zakresu częstotliwości, w którym nastąpiła największa zmiana amplitudy drgań. Cechą charakterystyczną tej metody jest jej mała wrażliwość na wpływ innych źródeł drgań (wywołanych na przykład naprężeniami radialnymi związanymi z błędami montażu i sprzęgnięcia wałów).

Stosując przedstawione wyżej techniki wyznaczania obwiedni uzyskuje się sygnał związany z występującymi impulsami udarowymi, z którego wyeliminowana jest częstotliwość drgań własnych elementów diagnozowanej maszyny. W tym przypadku częstotliwość drgań własnych traktować możemy jak częstotliwość nośną. Analiza częstotliwościowa sygnału obwiedni umożliwia wyznaczenie podstawowej i wyższych harmonicznych drgań wskazujących na rodzaj uszkodzenia łożyska, gdyż częstotliwość modulacji jest bezpośrednio związana z rodzajem występującego uszkodzenia.

4.8. Analiza czasu pomiędzy kolejnymi przejściami przez zero (ZTC)

Przejście przez zero definiowane jest jako miejsce, w którym funkcja zmienia znak, reprezentowane przez punkt przecięcia wykresu funkcji z osią rzędnych (osią czasu). Czas pomiędzy kolejnymi przejściami funkcji przez zero (ZTC) zdefiniowany jest jako interwał pomiędzy dwoma kolejnymi miejscami zmiany znaku:

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

$$T_{ZC}(n) = t(n) - t(n-1), \tag{4.38}$$

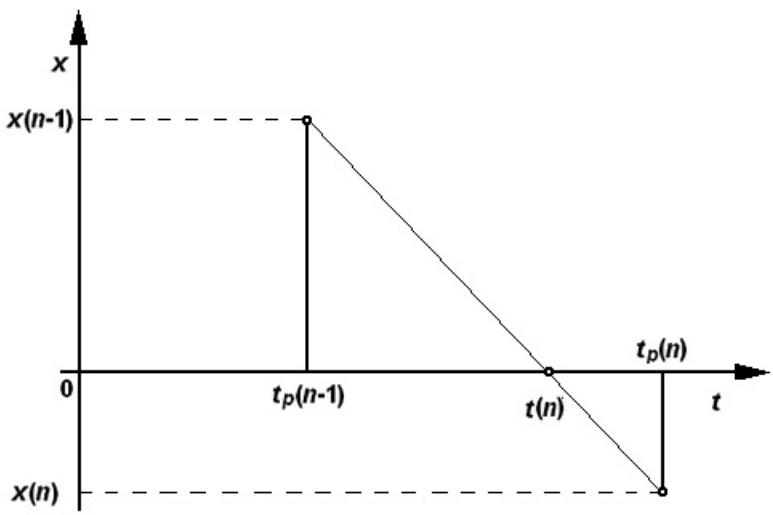
gdzie: $t(n)$ – czas n-tego miejsca zmiany znaku funkcji, n = 1, 2, 3...

Metoda ta wykorzystywana jest do wyznaczenia częstotliwości podstawowej sygnału pomiarowego. W wypadku sygnału poliharmonicznego, obarczonego szumem losowym ZTC wyznaczana jest na podstawie funkcji autokorelacji analizowanego sygnału.

W celu dokładnego wyznaczenia miejsca przejścia analizowanego sygnału przez zero (z reguły dostępnego w postaci dyskretnej $x(n)$) stosuje się aproksymację liniową zakładając, że przebieg sygnału pomiędzy jego wartościami dyskretnymi z dostateczną dokładnością można przybliżyć funkcją liniową (rys. 4.21):

$$t(n) = t_p(n) - \frac{x(n)[t_p(n) - t_p(n-1)]}{x(n) - x(n-1)}, \tag{4.39}$$

gdzie: $t_p(n)$ – czas wystąpienia n-tej próbki sygnału,
$x(n)$ – reprezentacja bitowa n-tej próbki sygnału.



Rys. 4.21. *Dokładne wyznaczanie miejsca przejścia dyskretnego sygnału przez zero*

Rozpatrzmy funkcję okresową $x(t)$. Czas pomiędzy kolejnymi przejściami sygnału przez zero tworzy dyskretny ciąg $T_{ZC}(n)$. Przyporządkujmy każdemu wyrazowi ciągu $T_{ZC}(n)$ chwilę czasową:

$$t_{ZC}(n) = t(n-1) + \big(t(n) - t(n-1)\big)/2, \tag{4.40}$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

wtedy:

$$t_{ZC}(n) - t_{ZC}(n-1) = \left(T_{ZC}(n) + T_{ZC}(n-1)\right)/2\,. \tag{4.41}$$

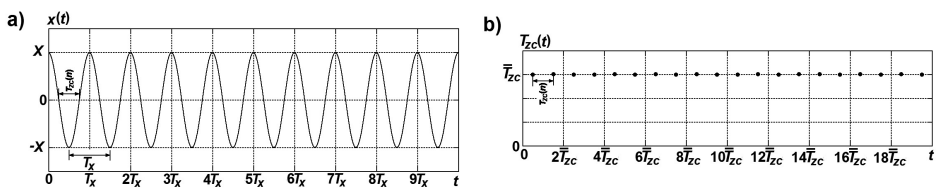
Otrzymamy dyskretny ciąg impulsów $T_{ZC}(t)$ o amplitudzie $T_{ZC}(n)$ i regularnym bądź nieregularnym czasie występowania. W przypadku gdy mamy do czynienia z sygnałem okresowym, zmieniającym znak dwukrotnie w ciągu okresu, suma odległości pomiędzy trzema kolejnymi elementami ciągu $T_{ZC}(n)$ jest równa okresowi analizowanego sygnału $x(t)$:

$$\begin{aligned} &t_{ZC}(n) - t_{ZC}(n-2) = t_{ZC}(n) - t_{ZC}(n-1) + t_{ZC}(n-1) - t_{ZC}(n-2) = \\ &= T_{ZC}(n) + T_{ZC}(n-1) = T\,. \end{aligned} \tag{4.42}$$

$T_{ZC}(n)$ sygnału harmonicznego (rys. 4.22a) jest równy połowie jej okresu:

$$T = 2T_{ZC}(n) = 2\overline{T}_{ZC}\,, \tag{4.43}$$

gdzie: $\overline{T}_{ZC}$ – średnia wartość $T_{ZC}(n)$.



Rys. 4.22. *a) Okres T_x i T_{ZC} sygnału harmonicznego x(t), b) $T_{ZC}(t)$ sygnału harmonicznego x(t)*

Zgodnie z (4.38), (4.42) i (4.43) $T_{ZC}(t)$ sygnału harmonicznego przedstawionego na rysunku 4.22a jest ciągiem punktów równo odległych od osi czasu (rys. 4.22b).

Odejmując od $T_{ZC}(n)$ wartość średnią $\overline{T}_{ZC}$, otrzymujemy ciąg reprezentujący dewiację $T_{ZC}(n)$:

$$\Delta T_{ZC}(n) = T_{ZC}(n) - \overline{T}_{ZC}\,. \tag{4.44}$$

Dewiację $\Delta T_{ZC}(t)$ (zdefiniowaną analogicznie jak $T_{ZC}(t)$) można traktować jako miarę chwilowego odkształcenia sygnału $x(t)$ od sygnału harmonicznego. Jak wynika z (4.44), dewiacja $T_{ZC}(t)$ dla sygnału harmonicznego jest równa zero (rys. 4.22b).

Rozpatrzmy różne przypadki odkształcenia sygnału harmonicznego $x(t)$ innym sygnałem harmonicznym $y(t)$, z którymi mamy do czynienia w diagnostyce maszyn elektrycznych (rys. 4.23). Ponadto zakładamy, że częstotliwość sygnału wprowadzającego odkształcenie $y(t)$ jest mniejsza niż częstotliwość sygnału $x(t)$:

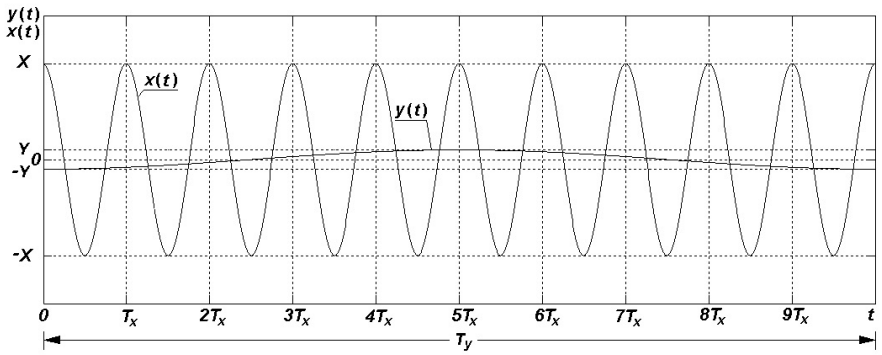
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

$$f_x > f_y, \tag{4.45}$$

a sygnał harmoniczny jest odkształcany jedynie w takim stopniu, aby spełniona była zależność (4.41), co narzuca warunek:

$$X > Y, \tag{4.46}$$

gdzie: X – amplituda sygnału harmonicznego $x(t)$,
Y – amplituda sygnału modulującego $y(t)$.



Rys. 4.23. *Sygnał harmoniczny x(t) i sygnał wprowadzający odkształcenie y(t) spełniające warunki (4.45) i (4.46)*

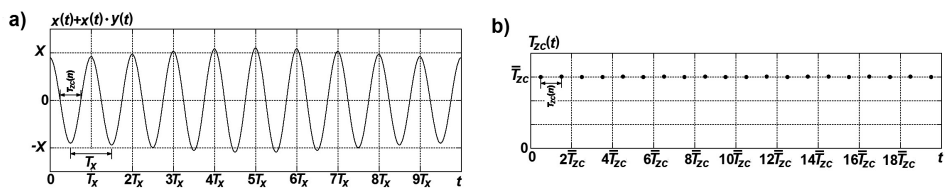
– Sygnał wypadkowy jest sumą sygnału harmonicznego $x(t)$ i sygnału iloczynowego $x(t)y(t)$ (modulacja amplitudy):

$$x^*(t) = x(t) + x(t)y(t) = X\cos(\omega_x t) + X\cos(\omega_x t)Y\cos(\omega_y t), \tag{4.47}$$

przy czym sygnałem wprowadzającym odkształcenie jest sygnał iloczynowy:

$$z(t) = x(t)y(t) = XY\cos(\omega_x t)\cos(\omega_y t). \tag{4.48}$$

Na rysunku 4.24a przedstawiony został sygnał odkształcony $x^*(t)$, a na rysunku 4.24b odpowiadająca mu zależność $T_{ZC}(t)$. Podobnie jak w wypadku sygnału harmonicznego $\Delta T_{ZC}(t)$ jest równa zeru.



Rys. 4.24. *a) Okres T_x i T_{ZC} zmodulowanego amplitudowo sygnału harmonicznego $x^*(t)=x(t)+x(t)y(t)$, b) $T_{ZC}(t)$ zmodulowanego amplitudowo sygnału harmonicznego $x^*(t)=x(t)+x(t)y(t)$*

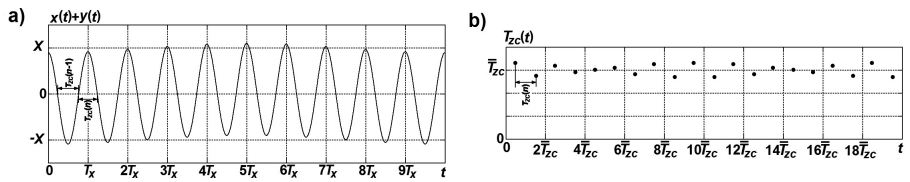
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Modulacja amplitudowa nie wprowadza żadnych zmian w obrazie $T_{ZC}(t)$. Tak więc zarówno w wypadku sygnału harmonicznego, jak i sygnału zmodulowanego amplitudowo $T_{ZC}(t)$ możemy traktować jako swoisty filtr tych sygnałów.

– Sygnał wypadkowy jest sumą sygnału harmonicznego $x(t)$ i innego sygnału harmonicznego $y(t)$ (rys. 4.25a):

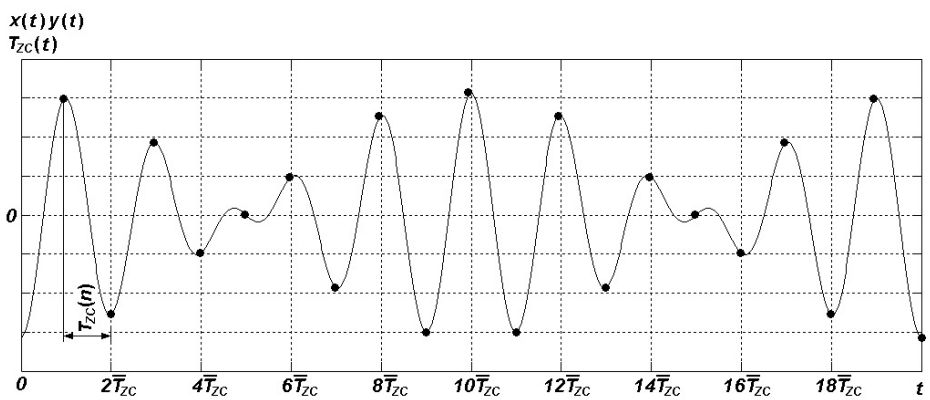
$$x^{**}(t) = x(t) + y(t) = X\cos(\omega_x t) + Y\cos(\omega_y t)\ . \tag{4.49}$$

Na rysunku 4.25b przedstawiony został $T_{ZC}(t)$ sygnału $x^{**}(t)$.



Rys. 4.25. *a) T_{ZC} sumy sygnału harmonicznego i sygnału wprowadzającego odkształcenie $x^{**}(t)=x(t)+y(t)$, b) $T_{ZC}(t)$ odkształconego sygnału harmonicznego $x^{**}(t)=x(t)+y(t)$*

Zmienna w czasie $\Delta T_{ZC}(t)$ sumy sygnałów harmonicznych $x(t)+y(t)$ odzwierciedla iloczyn sygnałów harmonicznych $x(t)y(t)$ (rys. 4.26).



Rys. 4.26. *$\Delta T_{ZC}(t)$ odkształconego sygnału harmonicznego $x^{**}(t)=x(t)+y(t)$ i sygnał zmodulowany $x(t)y(t)$. Sygnał zmodulowany $x(t)y(t)$ został przeskalowany o współczynnik $T_x/(X\pi)$*

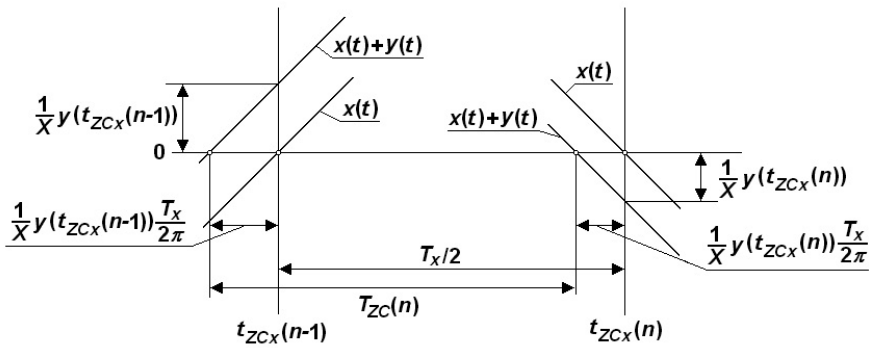
Rozpatrzmy dwie kolejne chwile czasowe $t_{ZCx}(n\text{-}1)$ i $t_{ZCx}(n)$ przejścia sygnału harmonicznego $x(t)$ przez zero (rys. 4.27), przy czym $T_{ZCx}(n) = T_x/2 = t_{ZCx}(n) - t_{ZCx}(n\text{-}1)$. Drugi człon sumacyjny przesuwa amplitudę sygnału harmonicznego w chwilach czasowych $t_{ZCx}(n\text{-}1)$ i $t_{ZCx}(n)$ z położenia zerowego do położenia $y(t_{ZCx}(n\text{-}1))$ i $y(t_{ZCx}(n))$. Przy założeniu niewielkich odkształceń możemy przyjąć, że przemieszczenie amplitudy spowoduje przesunięcie chwili przejścia sygnału odkształconego o czas:

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

$$\delta t_{ZCx}(n) = \frac{1}{X} y(t_{ZCx}(n)) \frac{T_x}{2\pi}. \tag{4.50}$$

Możemy przyjąć, że $T_{ZC}(n)$ sygnału odkształconego jest sumą $T_{ZCx}(n)$ i zmian czasu przejścia przez zero wynikającego z przesunięcia sygnału $y(t_{ZCx}(n\text{-}1))$ i $y(t_{ZCx}(n))$:

$$T_{ZC}(n) = \frac{T_x}{2} + \frac{1}{X} y(t_{ZCx}(n-1)) \frac{T_x}{2\pi} + \frac{1}{X} y(t_{ZCx}(n)) \frac{T_x}{2\pi}. \tag{4.51}$$



Rys. 4.27. *T_{ZC} sygnału odkształconego x(t)+y(t)*

Dewiacja $T_{ZC}(n)$ wynosi:

$$\Delta T_{ZC}(n) = T_{ZC}(n) - \frac{T_x}{2} = \frac{1}{X} y(t_{ZCx}(n-1)) \frac{T_x}{2\pi} + \frac{1}{X} y(t_{ZCx}(n)) \frac{T_x}{2\pi}. \tag{4.52}$$

Maksimum ΔT_{ZC} wyznaczyć można, zakładając maksymalne amplitudy przemieszczeń $y(t_{ZCx}(n\text{-}1))$ i $y(t_{ZCx}(n))$:

$$\Delta T_{ZC\max} = \frac{1}{X} y(t_{ZCx}(n-1))\big|_{\max} \frac{T_x}{2\pi} + \frac{1}{X} y(t_{ZCx}(n))\big|_{\max} \frac{T_x}{2\pi} =$$
$$= \left(\frac{1}{X} Y + \frac{1}{X} Y \right) \frac{T_x}{2\pi} = \frac{Y}{X} \frac{T_x}{\pi}. \tag{4.53}$$

Współczynnik przeskalowania pomiędzy sygnałem $y(t)$ i ΔT_{ZC} wynosi:

$$\frac{\Delta T_{ZC}}{Y} = \frac{1}{X} \frac{T_x}{\pi}. \tag{4.54}$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

– Sygnał wypadkowy jest wynikiem modulacji fazowej sygnału harmonicznego $x(t)$ innym sygnałem harmonicznym $y(t)$ (w maszynach elektrycznych z modulacją fazową mamy do czynienia wtedy, gdy występuje tak zwane zjawisko kołysania wirnika):

$$x^{***}(t) = x(t, y(t)) = X\cos\left((\omega_x t) + k_p Y\cos(\omega_y t)\right), \tag{4.55}$$

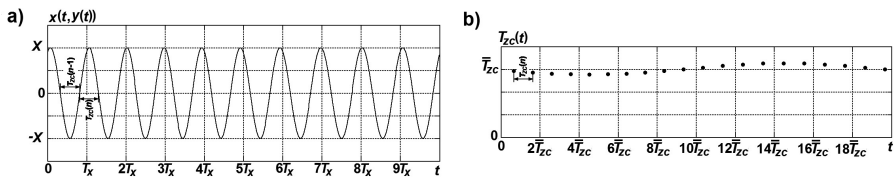
gdzie: k_p – współczynniki proporcjonalności,

przy czym dewiacja pulsacji sygnału zmodulowanego fazowo sygnałem harmonicznym wynosi:

$$\Delta\omega_p = k_p\left|\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}\right|_{\max} = k_p Y\omega_y . \tag{4.56}$$

Przy uwzględnieniu (4.49) pulsacja sygnału zmodulowanego fazowo odchyla się w niewielkim stopniu od pulsacji sygnału modulowanego ($\omega_x >> \Delta\omega_p$), szerokość pasma sygnału zmodulowanego fazowo jest w przybliżeniu równa:

$$B_f = 2\omega_y . \tag{4.57}$$



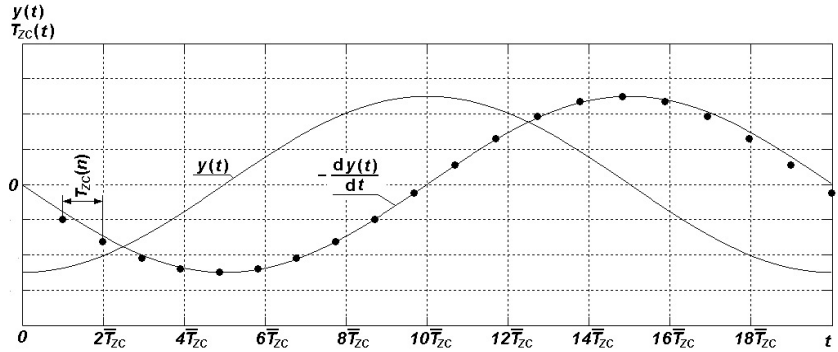
Rys. 4.28. *a) T_{ZC} zmodulowanego fazowo sygnału harmonicznego x***(t)= x(t,y(t)), b) $T_{ZC}(t)$ sygnału harmonicznego zmodulowanego fazowo x***(t)=x(t,y(t)). Położenie elementów ciągu $T_{ZC}(t)$ różni się od położenia miejsc przejścia przez zero sygnału modulowanego x(t)*

Na rysunku 4.28a przedstawiony został sygnał zmodulowany fazowo spełniający warunek $\omega_x >> \Delta\omega_f$. Kolejne elementy ciągu $T_{ZC}(t)$ występują nierównomiernie na osi czasu (rys. 4.28b).

Zmienna w czasie $\Delta T_{ZC}(t)$ sygnału harmonicznego zmodulowanego fazowo $x(t,y(t))$ odzwierciedla zanegowany sygnał modulujący $y(t)$ przesunięty o $\pi/2$ radianów (rys. 4.29).

Rozpatrzmy dwie kolejne chwile czasowe $t_{ZCx}(n\text{-}1)$ i $t_{ZCx}(n)$ przejścia sygnału harmonicznego $x(t)$ przez zero (rys. 4.30), przy czym $T_{ZCx}(n) = T_x/2 = t_{ZCx}(n) - t_{ZCx}(n\text{-}1)$. Człon modulujący fazę $y(t)$ zmienia chwilę przejścia sygnału $x(t)$ przez zero o czasy $\delta t_{ZCx}(n\text{-}1))$ i $\delta(t_{ZCx}(n))$:

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 4.29. *$\Delta T_{ZC}(t)$ sygnału harmonicznego zmodulowanego fazowo x***(t)=x(t,y(t)) i sygnał modulujący y(t). Sygnał modulujący y(t) został przeskalowany o współczynnik $k_p T_x 2/2T_y$*

$$\delta t_{ZCx}(n-1) = k_p y(t_{ZCx}(n-1))\frac{T_x}{2\pi} = k_p Y \cos\left(\frac{2\pi}{T_y} t_{ZCx}(n-1)\right)\frac{T_x}{2\pi},$$

$$\delta t_{ZCx}(n) = k_p y(t_{ZCx}(n))\frac{T_x}{2\pi} = k_p Y \cos\left(\frac{2\pi}{T_y} t_{ZCx}(n)\right)\frac{T_x}{2\pi}. \tag{4.58}$$

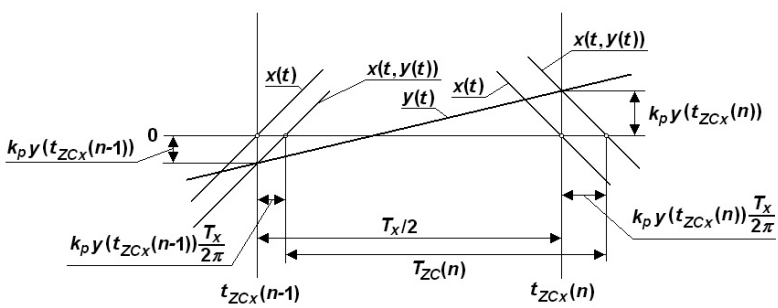
Przyjmujemy, że $T_{ZC}(n)$ sygnału odkształconego jest sumą $T_{ZCx}(n)$ i zmian czasu przejścia przez zero wynikającego z przesunięć fazy $\delta t_{ZCx}(n\text{-}1)$ i $\delta t_{ZCx}(n)$:

$$T_{ZC}(n) = \frac{T_x}{2} + k_p Y \cos\left(\frac{2\pi}{T_y} t_{ZCx}(n-1)\right)\frac{T_x}{2\pi} + k_p Y \cos\left(\frac{2\pi}{T_y} t_{ZCx}(n)\right)\frac{T_x}{2\pi}. \tag{4.59}$$

Dewiacja $T_{ZC}(n)$ wynosi:

$$\Delta T_{ZC}(n) = T_{ZC}(n) - \frac{T_x}{2} =$$

$$= k_p Y \cos\left(\frac{2\pi}{T_y} t_{ZCx}(n-1)\right)\frac{T_x}{2\pi} + k_p Y \cos\left(\frac{2\pi}{T_y} t_{ZCx}(n)\right)\frac{T_x}{2\pi}. \tag{4.60}$$



Rys. 4.30. *T_{ZC} sygnału odkształconego x(t,y(t))*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Maksimum ΔT_{ZC} wyznaczyć można, analizując maksymalne zmiany sygnału modulującego i zakładając jedynie niewielkie odkształcenie sygnału zmodulowanego:

$$\Delta T_{ZC\max}(n) = 0 + k_p Y \cos\left(\frac{2\pi}{T_y} t_{ZCx}(n)\right)\frac{T_x}{2\pi} =$$

$$= k_p Y \frac{2\pi}{T_y} t_{ZCx}(n)\frac{T_x}{2\pi} = k_p Y \frac{2\pi}{T_y}\frac{T_x}{2}\frac{T_x}{2\pi} = \frac{1}{2} k_p Y \frac{T_x^2}{T_y}\,. \tag{4.61}$$

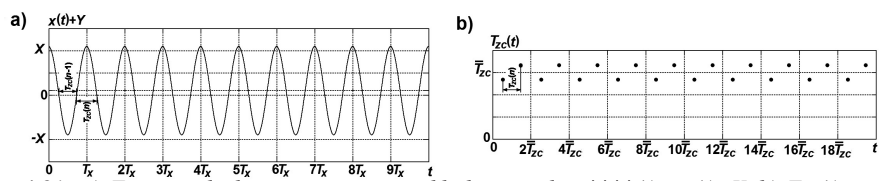
Współczynnik przeskalowania pomiędzy sygnałem $y(t)$ i ΔT_{ZC} wynosi:

$$\frac{\Delta T_{ZC}}{Y} = \frac{1}{2} k_p \frac{T_x^2}{T_y}. \tag{4.62}$$

– Sygnał wypadkowy jest wynikiem sumowania sygnału harmonicznego $x(t)$ i składowej stałej Y (rys. 4.31a):

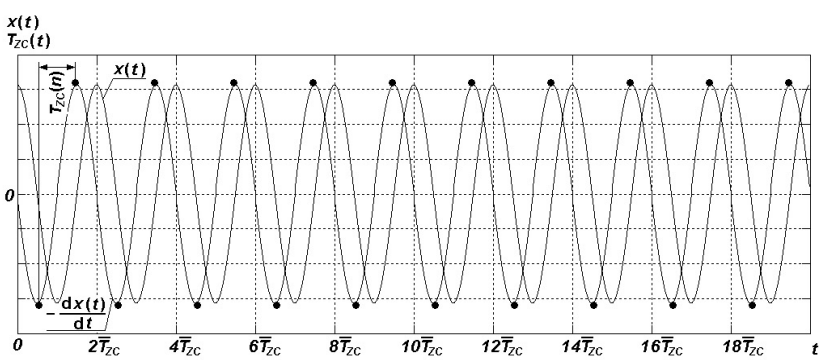
$$x^{****}(t) = x(t) + Y\,. \tag{4.63}$$

Na rysunku 4.31b przedstawiony został $T_{ZC}(t)$ sygnału $x^{****}(t)$.



Rys. 4.31. *a) T_{ZC} sygnału harmonicznego ze składową stałą x****(t)= x(t)+Y, b) $T_{ZC}(t)$ sygnału harmonicznego ze składową stałą x****(t)= x(t)+Y. Położenie elementów ciągu $T_{ZC}(t)$ różni się od położenia miejsc przejścia przez zero sygnału modulowanego x(t)*

Zmienna w czasie dewiacja $\Delta T_{ZC}(t)$ sygnału harmonicznego ze składową stałą $x(t)+Y$ odzwierciedla sygnał harmoniczny $x(t)$ przesunięty o $\pi/4$ radianów (rys. 4.32).



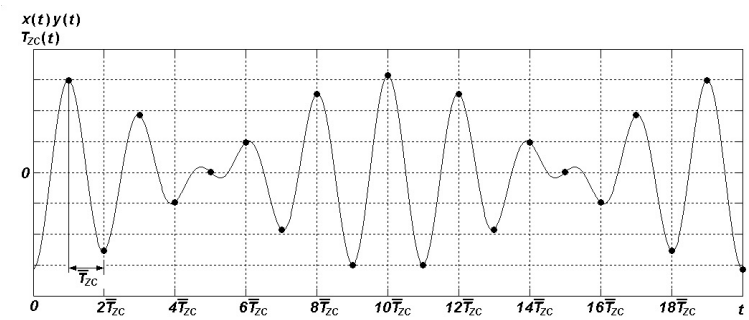
Rys. 4.32. *$\Delta T_{ZC}(t)$ sygnału harmonicznego ze składową stałą x****(t)=x(t)+Y i sygnał harmoniczny x(t). Sygnał harmoniczny x(t) został przeskalowany o współczynnik $YT_x/(X2\pi)$*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

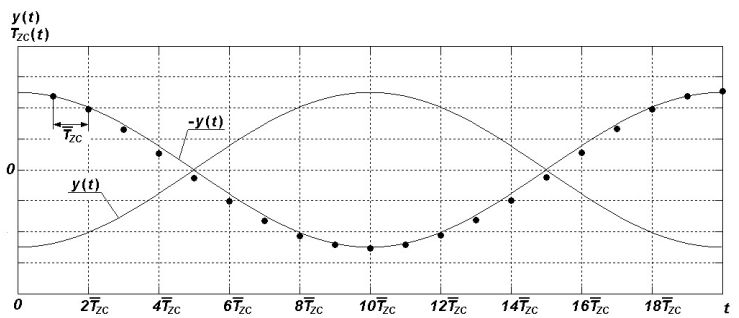
Współczynnik przeskalowania wyznaczony na podstawie (4.56) i odniesiony do sygnału $x(t)$ wynosi:

$$\frac{\Delta T_{ZC}}{X} = \frac{Y}{X^2}\frac{T_x}{\pi}. \tag{4.64}$$

Należy zaznaczyć, że w przypadku sygnałów wykorzystywanych w diagnostyce maszyn elektrycznych zazwyczaj mamy do czynienia z niewielką głębokością modulacji amplitudowej i fazowej, a podstawowa harmoniczna sygnału jest dominująca w stosunku do innych składowych harmonicznych ($X>>Y$). W tej sytuacji elementy ciągu $T_{ZC}(t)$ i ciągu $\Delta T_{ZC}(t)$ można uszeregować równomiernie na osi czasu z interwałem T_{ZC} sygnału modulowanego $x(t)$. Takie podejście umożliwia wyznaczenie widma częstotliwościowego $\Delta T_{ZC}(t)$ i jest uzasadnione, gdy nie wprowadza istotnej deformacji $\Delta T_{ZC}(t)$. Na rysunku 4.33 przedstawiono zmienną w czasie $\Delta T_{ZC}(t)$ sumy sygnału harmonicznego i sygnału zniekształcającego $x(t)+y(t)$, na rysunku 4.34 zmienną w czasie $\Delta T_{ZC}(t)$ sygnału harmonicznego zmodulowanego fazowo $x(y(t))$, a na rysunku 4.35 zmienną w czasie $\Delta T_{ZC}(t)$ sumy sygnału harmonicznego i składowej stałej $x(t)+Y$, przy czym kolejnym elementom ciągów $\Delta T_{ZC}(t)$ przyporządkowano chwile czasowe będące wielokrotnością $\overline{T}_{ZC}$ (średnią wartością $T_{ZC}(n)$), czyli T_{ZC} sygnału $x(t)$.

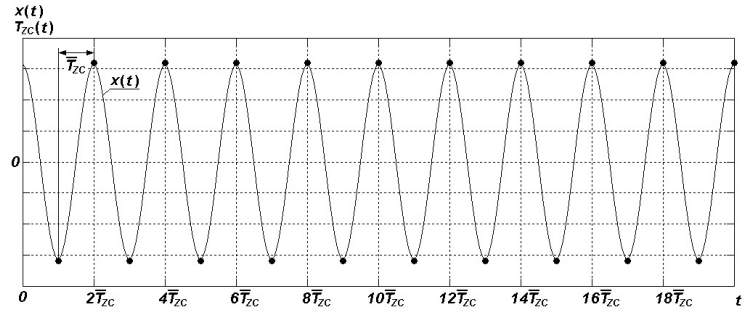


Rys. 4.33. *$\Delta T_{ZC}(t)$ odkształconego sygnału harmonicznego x**(t)=x(t)+y(t) i sygnał zmodulowany x(t)y(t) przy zachowaniu równomiernego położenia elementów ciągu $\Delta T_{ZC}(t)$ na osi czasu*



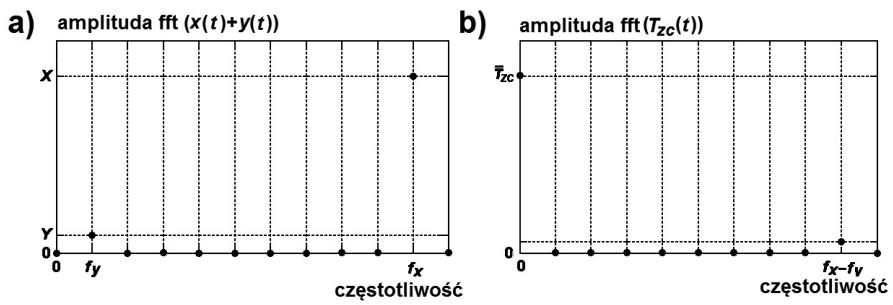
Rys. 4.34. *$\Delta T_{ZC}(t)$ sygnału harmonicznego zmodulowanego fazowo x***(t)=x(t,y(t)) i sygnał modulujący y(t) przy zachowaniu równomiernego położenia elementów ciągu $\Delta T_{ZC}(t)$ na osi czasu*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



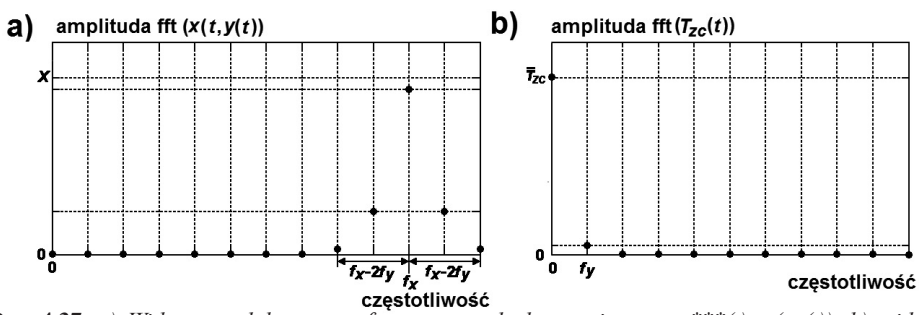
Rys. 4.35. *$\Delta T_{ZC}(t)$ odkształconego sygnału harmonicznego x****(t)=x(t)+T i sygnał harmoniczny x(t) przy zachowaniu równomiernego położenia elementów ciągu $\Delta T_{ZC}(t)$ na osi czasu*

Z porównania rysunków 4.26 i 4.33, rysunków 4.29 i 4.34 oraz rysunków 4.32 i 4.35 wynika, że w analizowanych przypadkach $\Delta T_{ZC}(t)$ odkształconego sygnału harmonicznego z bardzo dużym podobieństwem odwzorowuje kształt sygnału wprowadzającego zakłócenie lub kształt samego sygnału harmonicznego. Uzasadnione jest wykorzystanie ZTC w diagnostyce maszyn elektrycznych. Na rysunku 4.36 przedstawiono widmo sygnału $x(t)+y(t)$ oraz widmo jego $T_{ZC}(t)$.



Rys. 4.36. *a) Widmo odkształconego sygnału x**(t)=x(t)+y(t), b) widmo jego $T_{ZC}(t)$*

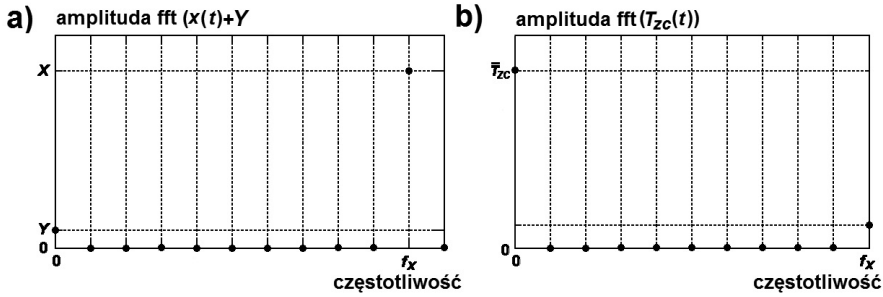
Na rysunku 4.37 przedstawiono widmo zmodulowanego fazowo sygnału $x(t,y(t))$ oraz widmo jego $T_{ZC}(t)$.



Rys. 4.37. *a) Widmo zmodulowanego fazowo sygnału harmonicznego x***(t)=x(t,y(t)), b) widmo $T_{ZC}(t)$. Zaznaczono pasma boczne widma sygnału zmodulowanego częstotliwościowo o szerokości $2f_y$*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Na rysunku 4.38 przedstawiono widmo sygnału $x(t)+Y$ oraz widmo jego $T_{ZC}(t)$.



Rys. 4.38. *a) Widmo sygnału harmonicznego ze składową stałą x****(t)=x(t)+Y, b) widmo $T_{ZC}(t)$*

Na prezentowanych wykresach widm odkształconego sygnału $x(t)$ i $T_{ZC}(t)$, amplitudy X i $\overline{T}_{ZC}$ przedstawiono w różnej skali tak, aby można było porównać proporcje amplitud składowych harmonicznych. Można zauważyć, że $T_{ZC}(t)$ wprowadza przesunięcie w dziedzinie częstotliwości o częstotliwość sygnału $x(t)$ poddanego odkształceniu. W przypadku sygnału sumacyjnego $x(t)+y(t)$ częstotliwość f_y odpowiada nowej częstotliwości $f_x–f_y$ a częstotliwość f_x odpowiada składowej stałej:

$$\begin{aligned} f_y\big|_{(x(t)+y(t))} &\to f_x - f_y\,, \\ f_x\big|_{(x(t)+y(t))} &\to \overline{T}_{ZC}\,. \end{aligned} \tag{4.65}$$

W przypadku sygnału zmodulowanego fazowo $x(t,y(t))$ częstotliwość środkowa pasma bocznego $f_x–f_y$ odpowiada nowej częstotliwości f_y a częstotliwość f_x odpowiada składowej stałej:

$$\begin{aligned} f_x - f_y\big|_{(x(t,y(t)))} &\to f_y\,, \\ f_x\big|_{(x(t,y(t)))} &\to \overline{T}_{ZC}\,. \end{aligned} \tag{4.66}$$

W przypadku sumy sygnału harmonicznego i składowej stałej $x(t)+Y$ częstotliwość f_x odpowiada składowej stałej, a składowa stała Y częstotliwości f_x:

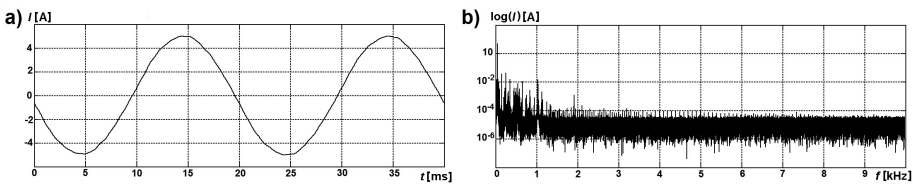
$$\begin{aligned} f_x\big|_{(x(t)+Y} &\to \overline{T}_{ZC}\,, \\ Y\big|_{(x(t)+Y} &\to f_x\,. \end{aligned} \tag{4.67}$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Widmo $\Delta T_{ZC}(t)$ pozbawione jest składowej stałej.

Ciągi $T_{ZC}(t)$ i $\Delta T_{ZC}(t)$ uszeregowane równomiernie na osi czasu z interwałem $T_x/2$ możemy potraktować jak sygnał dyskretny, próbkowany z częstotliwością $2f_x$. Aby wyeliminować z widma sygnału ZTC występowanie pozornych harmonicznych o częstotliwościach sumacyjno-różnicowych należy ograniczyć pasmo sygnału pomiarowego do częstotliwości f_x (częstotliwość Nyquista). Przed wyznaczeniem ZTC sygnał pomiarowy powinien być poddany filtrowaniu. Operacji tej dokonać można, przeprowadzając filtrowanie rejestrowanego sygnału (filtr dolnoprzepustowy w torze pomiarowym) lub przeprowadzając operację filtrowania zarejestrowanego sygnału za pomocą filtrów cyfrowych.

Przykład. Na rysunku 4.39 przedstawiony został chwilowy przebieg prądu fazowego silnika indukcyjnego i widmo amplitudowe prądu fazowego.

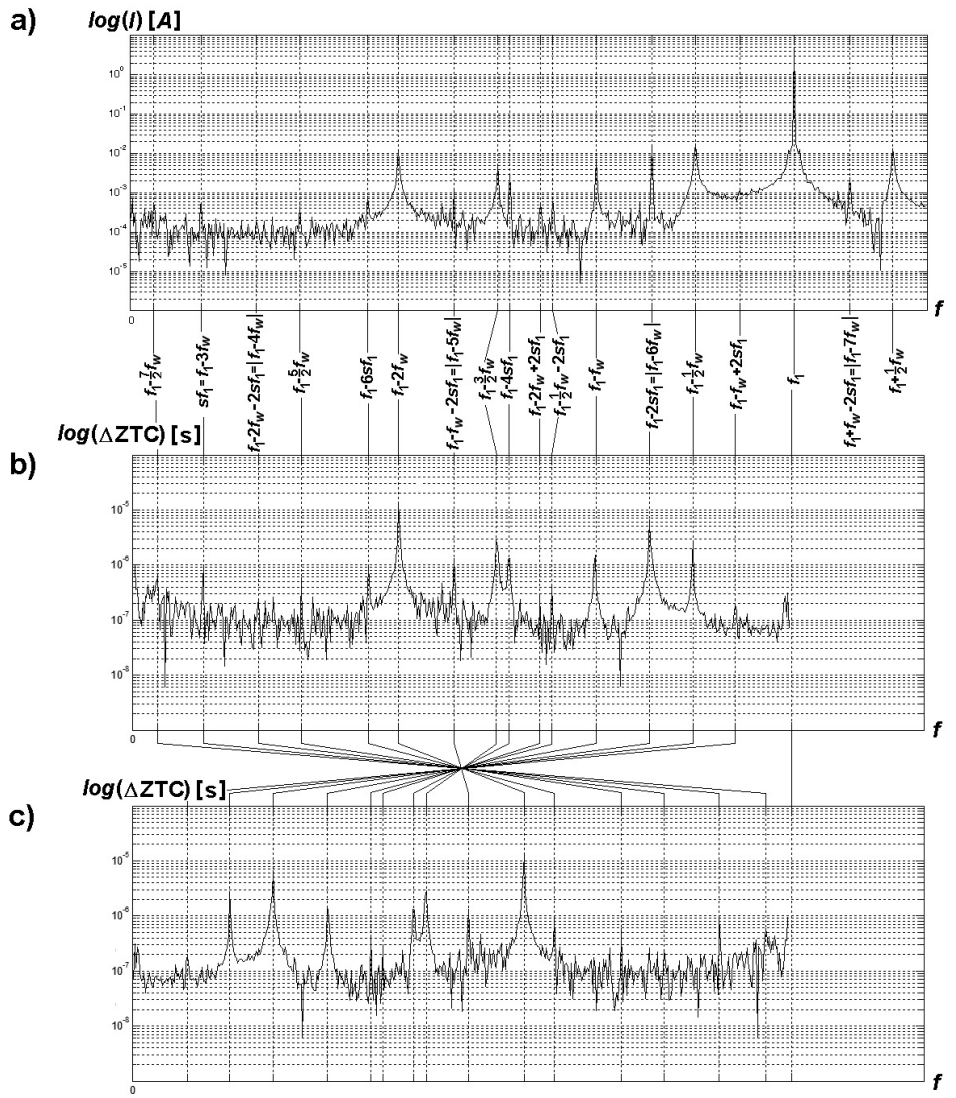


Rys. 4.39. *a) Chwilowy przebieg prądu fazowego silnika indukcyjnego Sg 132M-613-S (p = 3), b) widmo prądu fazowego*

Wyznaczenie ZTC wymaga odfiltrowania wyższych harmonicznych tak, aby wyeliminować pozorne harmoniczne sumacyjno-różnicowe i zapewnić spełnienie warunku (4.47). Na rysunku 4.40 przedstawiono widmo amplitudowe prądu fazowego silnika indukcyjnego zasilanego z sieci (o ograniczonym zakresie częstotliwościowym do harmonicznej podstawowej f_1), widmo amplitudowe ZTC powstałe przez przesunięcie składowych harmonicznych o częstotliwość podstawową $f_1=1/(2\overline{T}_{ZC})$ oraz widmo amplitudowe ZTC.

Przesunięcie składowych harmonicznych o częstotliwość f_1 w widmie ZTC jest równoważne odwróceniu widma. Zarówno w widmie prądu fazowego, jak i widmie ZTC występują te same sumacyjno-różnicowe składowe harmoniczne związane z prędkością obrotową wirnika i częstotliwością prądu fazowego. W widmie ZTC dominującą składową harmoniczną jest harmoniczna o częstotliwości f_1-$2f_w$.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 4.40. *a) Widmo prądu fazowego silnika indukcyjnego Sg 132M-613-S, b) widmo ZTC przesunięte o częstotliwość podstawową f_1, c) widmo ZTC*

4.9. Uśrednianie synchroniczne

Uśrednianie synchroniczne stosujemy w celu wyeliminowania szumu zakłóceń przypadkowych. Uśrednianie synchroniczne umożliwia także eliminację składowych harmonicznych o okresie niewspółmiernym z czasem trwania analizowanego sygnału [5]. Sygnał pomiarowy $x(n)$ poddawany jest sumowaniu synchronicz-

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

nemu (*K*-krotne sumowanie *T*-okresowych fragmentów sygnału podstawowego zawierających *M* elementów):

$$x_T(m,K) = \frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1} x(m+kM), \tag{4.68}$$

gdzie: $m = 1,\ldots, M$,
$K > 1$ – liczba T okresowych fragmentów sygnału pomiarowego.

Niech sygnał $x_s(n)$ zawierający składowe sygnału $x(n)$ o okresie $T_i = T/i$ ($i = 1, 2,\ldots, M/2$), a więc współmierne z okresem T, będzie sygnałem użytecznym. W wyniku uśredniania w dziedzinie czasu ciągu $x_s(n)$ z okresem T, m-ty element nowo utworzonego ciągu $x_{sT}(m)$ spełnia zależność:

$$x_{sT}(m,K) = \frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1} x_s(m+kM) = x_s(m), \tag{4.69}$$

gdyż kolejne T-okresowe fragmenty ciągu $x_s(n)$ są identyczne.

Oznaczmy przez $x_a(n)$ pozostałą część sygnału $x(n)$, traktowaną jako sygnał zakłóceń. T-okresowe fragmenty sygnału $x_a(n)$ poddawane są uśrednianiu, m-ty element nowo powstałego ciągu $x_{aT}(m)$ z uwagi na jego stochastyczny charakter spełnia zależność:

$$x_{aT}(m,K) = \frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1} x_a(m+kM), \tag{4.70}$$

w konsekwencji:

$$\begin{aligned} &\max[|\ x_{aT}(m,K)] = \max[|\ x_T(m,K) - x_{sT}(m,K)\ |] \approx \\ &\approx \max[|\ x_T(m,K) - x_T(m,K+L\ |] \le \varepsilon, \end{aligned} \tag{4.71}$$

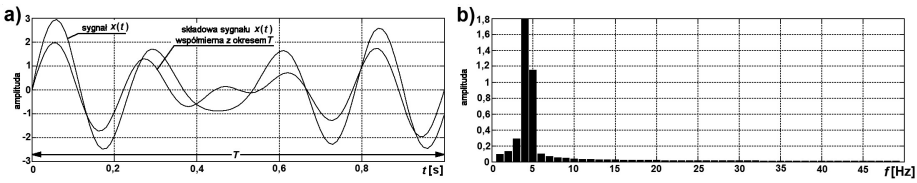
gdzie: L – liczba naturalna, $L \to \infty$,
ε – maksymalny błąd z jakim sygnał $x_T(m,K)$ odwzorowuje sygnał $x_{sT}(m,K)$ (błąd sumowania synchronicznego).

Oznacza to, że można dobrać K tak, aby ε był dostatecznie mały. Tak więc składowe częstotliwościowe współmierne z czasem trwania sygnału pomiarowego w wyniku uśredniania w dziedzinie czasu nie ulegają zmianie, podczas gdy składowe niewspółmierne są eliminowane. Uśrednianie synchroniczne daje K-krotne polepszenie stosunku sygnału użytecznego do sygnału zakłócającego. Sumowanie synchroniczne jest równoważne z zastosowaniem filtrów wąskopasmowych o częstotliwości pasma przepustowego f_0, $2f_0$,… ($f_0 = 1/T$).

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

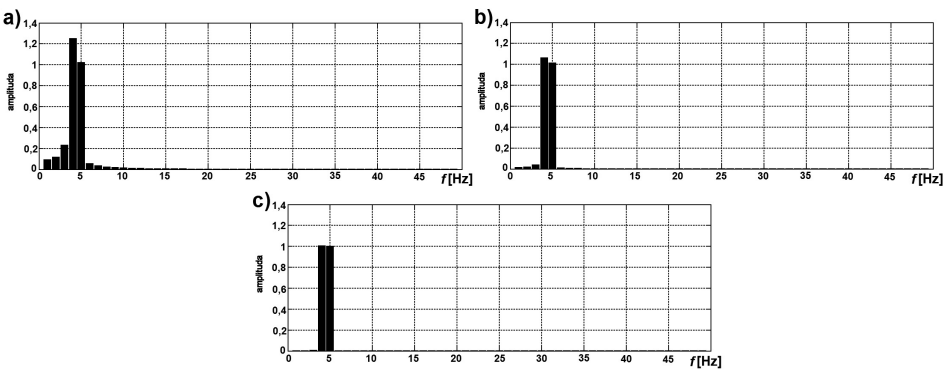
Przykład. Rozważmy sygnał $x(t)$ zawierający składowe współmierne z okresem T – $\sin(4\omega t)+\sin(5\omega t)$ oraz składową niewspółmierną – $\sin(3{,}7657\omega t)$.

Na rysunku 4.41a przedstawiono sygnał $x(t)$ oraz jego część składową współmierną z okresem T, a na rysunku 4.41b widmo częstotliwościowe sygnału $x(t)$. Sygnał $x(t)$ został poddany uśrednianiu synchronicznemu z okresem T.



Rys. 4.41. *a) Sygnał x(t)=sin(4ωt)+sin(5ωt)+ sin(3,7657ωt) zawierający składową harmoniczną niewspółmierną z okresem T oraz sygnał sin(4ωt)+sin(5ωt) złożony jedynie ze składowych współmiernych z okresem T, b) widmo częstotliwościowe sygnału x(t)*

Widmo amplitudowe sygnału uśrednionego 2-, 10- i 100-krotnie zostało przedstawione na rysunku 4.42. Już 10-krotne uśrednienie synchroniczne umożliwia poprawne wyodrębnienie części współmiernej sygnału. Uśrednienie 100-krotne praktycznie całkowicie eliminuje składową niewspółmierną sygnału.



Rys. 4.42. *Widmo amplitudowe sygnału x(t) uśrednione synchronicznie z okresem T, a) uśrednienie 2-krotne, b) uśrednienie 10-krotne, c) uśrednienie 100-krotne*

4.10. Wyznaczanie parametrów modelu sygnału metodami optymalizacyjnymi

Sygnał pomiarowy możemy przedstawić w postaci sumy dwóch sygnałów:

$$x_p(n) = x_d(n) + x_z(n), \tag{4.72}$$

gdzie: $x_d(n)$ – sygnał pomiarowy opisujący analizowane zjawisko fizyczne,

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

$x_z(n)$ – zakłócenia i zniekształcenia (odkształcenia wywołane przez inne zjawiska fizyczne) sygnału pomiarowego.

W wielu przypadkach znany jest model zjawiska (ogólna zależność opisująca analizowane zjawisko fizyczne):

$$x_d(n)) = f(n, \mathbf{A}), \tag{4.73}$$

gdzie: $\mathbf{A} = <a, b, c \ldots>$ – zbiór nieznanych parametrów.

Rozwiązanie zagadnienia polega na znalezieniu zbioru parametrów optymalnych $\mathbf{A}^*$ minimalizujących przyjętą miarę różnic (skalarną funkcję celu) pomiędzy sygnałem wyliczonym na podstawie znanego modelu a sygnałem pomiarowym:

$$\min_{\mathbf{A}^*} f\left\{f(n, \mathbf{A}^*) - x_p(n), f(n, w)\right\}, \tag{4.74}$$

gdzie: $f(n,w)$ – funkcja wagi,

dla której ciąg $x_d^*(n) = f(n,\mathbf{A}^*)$ najlepiej aproksymuje poszukiwany sygnał $x_d(n)$. W poszukiwaniu sygnału $x_d(n)$ z uwagi na nieznany wpływ zakłóceń i zniekształceń ważny jest sposób sformułowania funkcji celu. W przypadku zakłóceń o charakterze losowym stosuje się sumę różnic. Jednak gdy zakłócenia (odkształcenia) są skorelowane w celu poprawnego wyznaczenia sygnału aproksymującego $x_d^*(n)$, funkcja kryterialna powinna być odpowiednio zmodyfikowana na przykład przez wprowadzenie funkcji wagi w celu zatarcia różnic lub uwypuklenia zgodności pomiędzy sygnałami $x_p(n)$ i $x_d^*(n)$ (zadanie optymalizacyjne bez ograniczeń). Innym rozwiązaniem jest narzucenie dodatkowych ograniczeń na zadanie optymalizacyjne [1], [11].

Znalezienie minimum globalnego funkcji kryterialnej przy występowaniu wielu minimów lokalnych jest trudnym zadaniem obliczeniowym. W takim przypadku stosuje się metodę poszukiwania minimum lokalnego dla różnych punktów startowych, zasadę „błądzenia" wokół aktualnie wyznaczonego minimum, zasadę zaburzenia losowego kierunku poszukiwań oraz algorytmy genetyczne.

Przykład. Zadanie optymalizacyjne polega na wyznaczeniu parametrów równania opisującego przyrost temperatury uzwojenia silnika bezrdzeniowego w czasie (uzwojenie to można traktować jak ciało jednorodne):

$$\vartheta(t) = \vartheta_{\max}\left(1 - e^{-t/T}\right), \tag{4.75}$$

gdzie: $\vartheta_{\max}$ – ustalona wartość temperatury,
T – stała czasowa temperaturowa ciała jednorodnego.

Obiektem badanym była pętla uzwojenia bezrdzeniowego silnika prądu stałego z magnesami trwałymi. Zagadnienie optymalizacyjne zostało rozwiązane przy zasto-

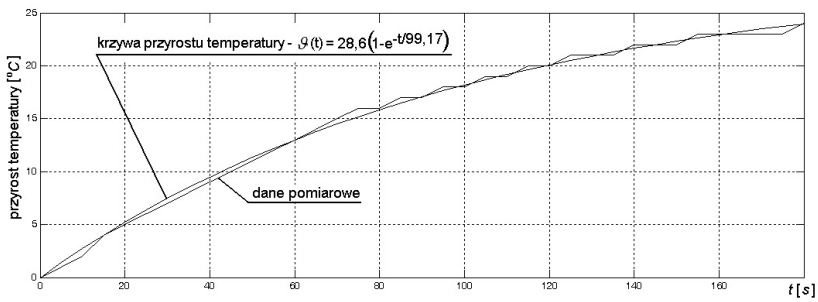
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

sowaniu kryterium najmniejszej sumy kwadratów różnic pomiędzy krzywą wyznaczoną na podstawie modelu i danymi pomiarowymi do wyznaczenia funkcji celu:

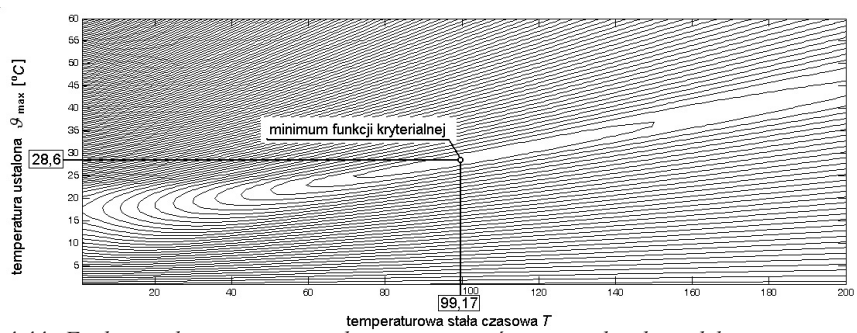
$$f(\vartheta_{\max}, T) = \sum_{n} \left(\vartheta(n, \vartheta_{\max}, T) - \vartheta_p(n)\right)^2, \tag{4.76}$$

gdzie: $\vartheta(n, \vartheta_{\max}, T)$ – przyrost temperatury wyznaczony na podstawie modelu,
$\vartheta(n)$ – sygnał pomiarowy.

Wyniki pomiarów i dopasowaną krzywą przyrostu temperatury przedstawiono na rysunku 4.43. Na rysunku 4.44 przedstawiona została mapa funkcji celu w zależności od poszukiwanych parametrów $\vartheta_{\max}$ i T, wyznaczona zgodnie z kryterium (4.76). Zastosowanie kryterium najmniejszej sumy kwadratów pozwoliło uzyskać funkcję celu wypukłą z minimum lokalnym będącym minimum globalnym. Przyjęcie innego kryterium do zdefiniowania funkcji celu (na przykład minimum sumy różnic) może doprowadzić do uzyskania płaskiego obszaru wokół minimum funkcji kryterialnej (rys. 4.45).

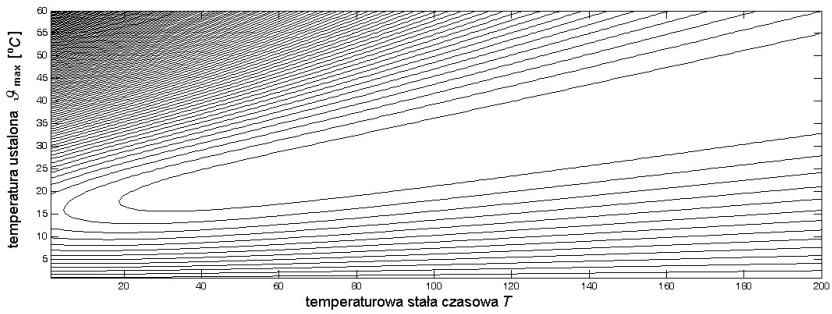


Rys. 4.43. *Przyrost temperatury pętli uzwojenia bezrdzeniowej maszyny prądu stałego z magnesami trwałymi wyznaczony na drodze pomiarowej i jego aproksymacja za pomocą modelu przyrostu temperatury ciała jednorodnego*



Rys. 4.44. *Funkcja celu wyznaczania zbioru parametrów optymalnych modelu przyrostu temperatury uzwojenia bezrdzeniowej maszyny prądu stałego z magnesami trwałymi i jej minimum wyznaczone za pomocą gradientowej metody Newtona i zastosowaniu kryterium najmniejszej sumy kwadratów*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 4.45. *Funkcja celu wyznaczania zbioru parametrów optymalnych modelu przyrostu temperatury uzwojenia bezrdzeniowej maszyny prądu stałego z magnesami trwałymi wyznaczona z zastosowaniem kryterium najmniejszej sumy*

Przykład. Zadanie optymalizacyjne polega na odtworzeniu pierwotnego kształtu komutatora silnika prądu stałego, w którym w wyniku procesów cieplnych i działania siły odśrodkowej nastąpiło losowe przesunięcie na zewnątrz kilku grup wycinków. Sygnał pomiarowy odzwierciedlający aktualny stan powierzchni komutatora $x_p(\alpha)$ możemy przedstawić w postaci sumy sygnałów $x_a(\alpha)$ i $x_d(\alpha)$, zawierających odpowiednio informację o falistości i ekscentryczności oraz lokalnym przemieszczeniu wycinków komutatora:

$$x_p(\alpha) = x_a(\alpha) + x_d(\alpha) \,, \tag{4.77}$$

gdzie: α – położenie kątowe.

Pierwotna powierzchnia komutatora $x_a(\alpha)$ charakteryzuje się jedynie parametrem ekscentryczności – opisanym pierwszą harmoniczną i spłaszczenia – opisanym drugą harmoniczną jednego okresu sygnału pomiarowego:

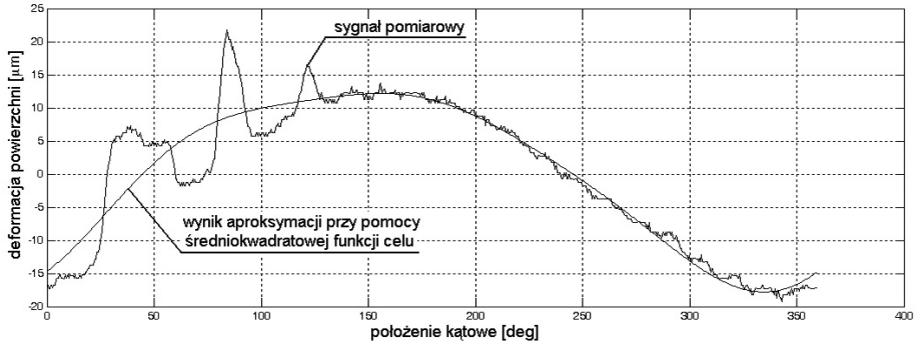
$$x_a(\alpha) = a_0 + a_1\cos(\alpha) + b_1\sin(\alpha) + a_1\cos(2\alpha) + b_1\sin(2\alpha) \,. \tag{4.78}$$

Wyznaczanie ekscentryczności i falistości komutatora polega na znalezieniu zbioru parametrów optymalnych $\mathbf{A}^* = <a^*_o, a^*_1, b^*_1, a^*_2, b^*_2>$ funkcji trygonometrycznej (4.78), najlepiej aproksymujący poszukiwany sygnał $x_a(\alpha)$.

Zastosowanie kryterium najmniejszej sumy kwadratów daje niewłaściwy obraz powierzchni komutatora przed wystąpieniem przemieszczeń, który jest równoważny złożeniu pierwszej i drugiej harmonicznej widma częstotliwościowego sygnału pomiarowego (rys. 4.46).

W celu poprawnego rozwiązania zadania należy tak sformułować funkcję celu, aby była ona niewrażliwa na przemieszczenie wycinków, co w tym konkretnym wypadku oznacza, że zaniedbując wpływ szumu losowego ciąg opisujący idealną powierzchnię komutatora powinien znajdować się poniżej lub być co najwyżej równy ciągowi danych pomiarowych.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 4.46. *Aproksymacja sygnału pomiarowego deformacji powierzchni komutatora funkcją trygonometryczną* $a^*_0+a^*_1\cos(\alpha)+b^*_1\sin(\alpha)+a^*_2\cos(2\alpha)+b^*_2\sin(2\alpha)$ *przy użyciu średniokwadratowej funkcji celu. Wynik aproksymacji nie odzwierciedla kształtu komutatora przed wystąpieniem deformacji*

Z uwagi na niemożność narzucenia ograniczeń na poszukiwane parametry zadanie zostało rozwiązane przez wprowadzenie funkcji wagi do funkcji celu:

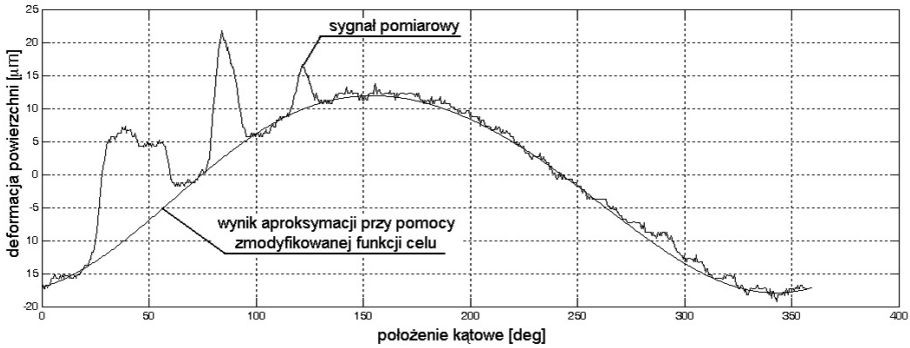
$$f(a_0,a_1,b_1,a_2,b_2)=\begin{cases}\sum_n \left(x_p(n)-f(n,\mathbf{A}^*)\right)w \text{ dla } f(n,\mathbf{A}^*)<x_p(n)\\ \sum_n \left(f(n,\mathbf{A}^*)-x_p(n)\right) \text{ dla } f(n,\mathbf{A}^*)\geq x_p(n)\end{cases}, \qquad (4.79)$$

gdzie: $f(n,\mathbf{A}^*)=a^*_0+a^*_1\cos(\omega n/N)+b^*_1\sin(\omega n/N)+a^*_2\cos(2\omega n/N)+b^*_2\sin(2\omega n/N)$ – ogólna zależność opisująca ekscentryczność i spłaszczenie komutatora,
w – współczynnik wagi.

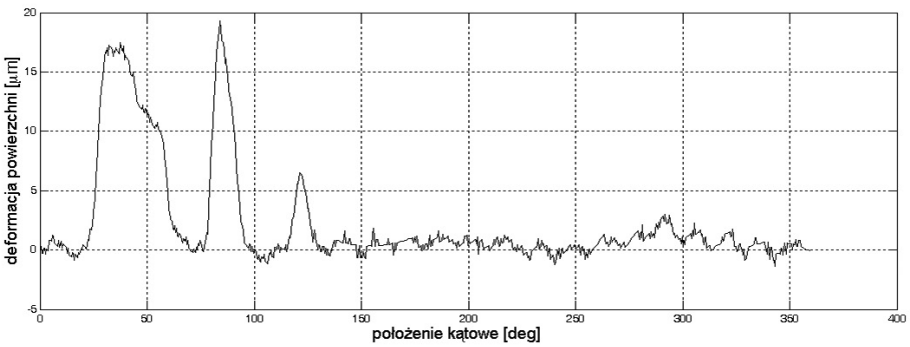
Wynik rozwiązania zadania optymalizacyjnego przy użyciu funkcji celu skonstruowanej zgodnie z (4.79) został przedstawiony na rysunku 4.47. Dzięki odpowiedniemu doborowi i modyfikacji funkcji celu prawidłowo została odtworzona pierwotna powierzchnia komutatora oraz zostały wyznaczone jej parametry (wielkość ekscentryczności i spłaszczenia).

Znając najlepsze przybliżenie $f(n,\mathbf{A}^*)$ kształtu komutatora przed wystąpieniem deformacji ($x_a(n)$) – składowa deterministyczna) można wyznaczyć wielkość wysunięcia wycinków komutatora ponad jego powierzchnię (składowa losowa), przekształcając zależność (4.77). Przemieszczenia wycinków komutatora zostały przedstawione na rysunku 4.48.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 4.47. *Aproksymacja sygnału pomiarowego deformacji powierzchni komutatora funkcją trygonometryczną* $a^*_0+a^*_1\cos(\omega t)+b^*_1\sin(\omega t)+ a^*_2\cos(2\omega t)+b^*_2\sin(2\omega t)$ *przy użyciu zmodyfikowanej funkcji celu. Wynik aproksymacji odzwierciedla kształt komutatora przed wystąpieniem deformacji. Parametry komutatora wynoszą: ekscentryczność* $\varepsilon = (a^{*2}_1 + b^{*2}_1)^{1/2} = 29{,}77\ \mu m$, *spłaszczenie* $\lambda = (a^{*2}_2 + b^{*2}_2)^{1/2} = 1{,}79\ \mu m$



Rys. 4.48. *Przemieszczenia wycinków komutatora ponad jego powierzchnię*

4.11. Analiza trajektorii fazora przestrzennego i zmienności czasowej modułu fazora przestrzennego

Analiza częstotliwościowa sygnałów diagnostycznych może sprawiać trudności interpretacyjne, gdy niewielkim zmianom amplitud podlega szeroki zakres składowych harmonicznych, lub gdy zmiany mają charakter niestacjonarny. Dlatego też podejmowane są próby analizy odpowiednio przetworzonego sygnału czasowego. Najczęściej stosowana jest analiza trajektorii fazora przestrzennego, uzyskanych dzięki transformacji sygnału lub grupy sygnałów. Do

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

najczęściej stosowanych należy transformata Parka przekształcająca trójfazowy układ sygnałów (napięć, prądów, strumieni) f_a, f_b, f_c do ortogonalnego układu dwufazowego f_p, f_q:

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{bmatrix} = \left[P_{dq0}\right] \cdot \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix}, \tag{4.80}$$

gdzie: $$\left[P_{dq0}\right] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \cos(\omega t - 2\pi/3) & \cos(\omega t - 4\pi/3) \\ -\sin(\omega t) & -\sin(\omega t - 2\pi/3) & -\sin(\omega t - 4\pi/3) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix},$$

ωt – przemieszczenie kątowe.

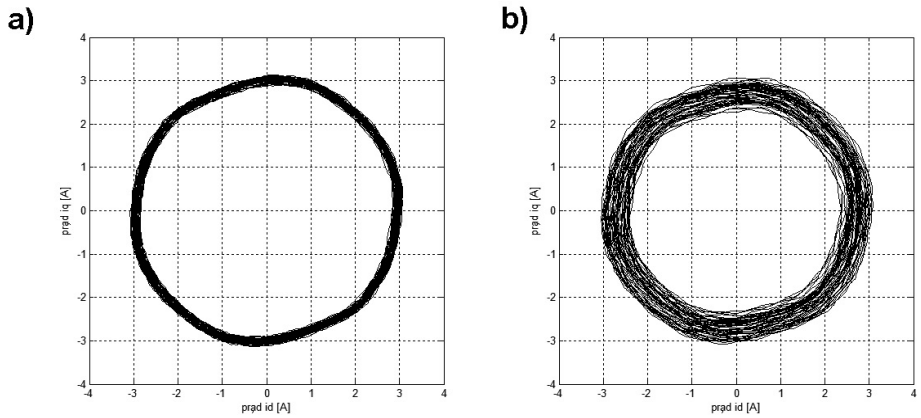
Przyjmując ustaloną pozycję układu odniesienia względem stojana maszyny elektrycznej i zakładając, że uzwojenia połączone są w gwiazdę bez przewodu zerowego, otrzymujemy przekształcenie Clarka:

$$\begin{aligned} f_d &= \sqrt{\frac{2}{3}} f_a - \frac{1}{\sqrt{6}} f_b - \frac{1}{\sqrt{6}} f_c, \\ f_q &= \frac{1}{\sqrt{2}} f_b - \frac{1}{\sqrt{2}} f_c. \end{aligned} \tag{4.81}$$

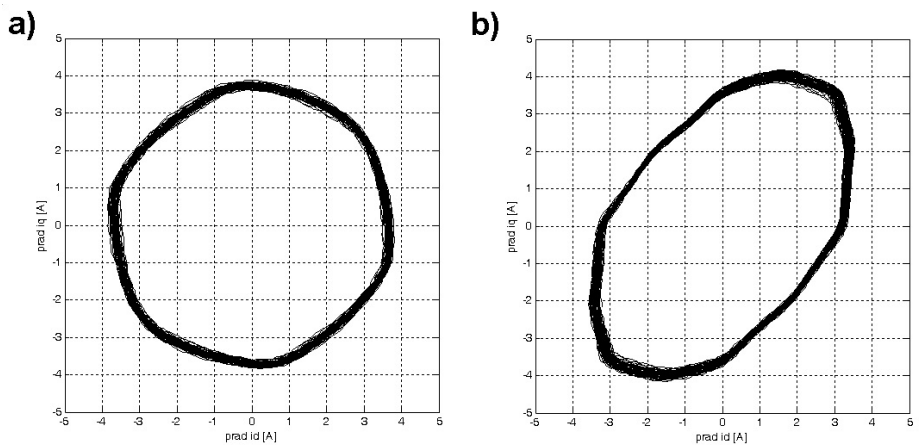
Przy założeniu pełnej symetrii sygnałów reprezentowanych jedynie przez podstawową składową częstotliwościową (sygnał harmoniczny) trajektoria przyjmuje kształt okręgu. Inne składowe częstotliwościowe powodują odkształcenie trajektorii od kształtu kołowego [12]. Składowe częstotliwościowe niewspółmierne z podstawową składową częstotliwościową oraz niestacjonarność sygnału powodują rozmycie trajektorii. Zmiany amplitudy i fazy składowych harmonicznych odzwierciedlone są w zmianie kształtu trajektorii. Na kształt trajektorii fazora przestrzennego wpływa także asymetria sygnału trójfazowego, co oznacza jej wrażliwość na kierunek wirowania składowych częstotliwościowych (składowe zgodne i przeciwne).

Przykład. Na rysunku 4.49 przedstawiona została trajektoria fazora przestrzennego prądu fazowego silnika indukcyjnego trójfazowego nieuszkodzonego i z uszkodzonymi trzema prętami wirnika. Uszkodzenie jest przyczyną powstania dodatkowych składowych częstotliwościowych sygnału, wywołujących oscylacje amplitudy harmonicznej podstawowej.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 4.49. *Trajektoria fazora przestrzennego prądu silnika indukcyjnego trójfazowego: a) z minimalną asymetrią klatki wirnika, b) z uszkodzonymi trzema prętami wirnika*



Rys. 4.50. *Trajektoria fazora przestrzennego prądu silnika indukcyjnego pierścieniowego zasilanego symetrycznym (a) i niesymetrycznym (b) napięciem trójfazowym (wynikającym z asymetrii rezystancji pasm fazowych)*

Asymetria sygnałów powoduje odkształcenie trajektorii fazora przestrzennego od kształtu kołowego. Na rysunku 4.50a przedstawiona została trajektoria fazora przestrzennego prądu fazowego silnika indukcyjnego pierścieniowego zasilanego symetrycznym napięciem trójfazowym. Na rysunku 4.50b przedstawiona trajektoria fazora przestrzennego niesymetrycznych prądów tego samego silnika, wymuszonych asymetrią rezystancji uzwojeń fazowych stojana silnika indukcyjnego pierścieniowego, spowodowaną wadliwym (uszkodzenie mechaniczne) połączeniem końcówek uzwojenia jednaj fazy z tabliczką zaciskową. Asymetria prądów może być także spowodowana uszkodzeniem uzwojeń stojana (zwarciem

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

międzycewkowym lub grupy cewek uzwojenia stojana). Wynikiem wystąpienia asymetrii prądów jest eliptyczny kształt trajektorii fazora przestrzennego.

W celu wydobycia często subtelnych zmian trajektorii fazora przestrzennego spowodowanych wystąpieniem danego uszkodzenia maszyny wprowadza się dodatkowe transformacje sygnału pomiarowego [10]. Zmiany w obrazie utworzonym przez zmodyfikowaną trajektorię fazora przestrzennego świadczą o wystąpieniu uszkodzenia. Zaletą takiego podejścia jest możliwość wykrycia uszkodzenia przez porównanie wcześniejszych obrazów z aktualnymi, wymaga jednak zaangażowania wiedzy eksperckiej stworzenia bazy danych. Dlatego też podejmowane są próby budowy klasyfikatorów stanu technicznego maszyn elektrycznych bazujące na analizie obrazu – trajektorii fazora przestrzennego [2].

Metoda obrazów trajektorii fazora przestrzennego może stanowić przydatne narzędzie badania wrażliwości danego sygnału diagnostycznego na analizowany rodzaj uszkodzenia występującego w maszynach elektrycznych.

Odkształcenie trajektorii fazora przestrzennego od kształtu kołowego świadczy o zmienności przestrzenno-czasowej fazora:

$$f(\phi,t) = f_{\mathrm{d}}(t) + jf_{\mathrm{q}}(t) = \left|f(\phi,t)\right| e^{j\phi(t)}, \tag{4.82}$$

gdzie: $\left|f(\phi,t)\right| = \sqrt{(f_{\mathrm{d}}(t))^2 + (f_{\mathrm{q}}(t))^2}$ – moduł fazora przestrzennego, (4.83)

$$\phi(t) = \tan^{-1}\left[\frac{f_{\mathrm{q}}(t)}{f_{\mathrm{d}}(t)}\right] \text{ – chwilowe położenie kątowe fazora przestrzennego,} \tag{4.84}$$

wynikającej ze zmienności czasowej ortogonalnego układu dwufazowego $f_p(t)$, $f_q(t)$. Sygnał ortogonalnego układu dwufazowego zawiera składowe częstotliwościowe, które występują także w sygnale trójfazowym:

$$\begin{aligned} f_{\mathrm{d}}(t) &= \sum_{l=1}^{L} A_l^{\mathrm{d}} \cos(\omega_l t + \varphi_l), \\ f_{\mathrm{q}}(t) &= \sum_{l=1}^{L} A_l^{\mathrm{q}} \cos(\omega_l t + \varphi_l), \end{aligned} \tag{4.85}$$

gdzie: $l = 1, 2, 3, \ldots, L$,

A_l^{d}, A_l^{q} – amplitudy składowych harmonicznych rzędu l, odpowiednio dla sygnału ortogonalnego w osi d i q,

ω_l, φ_l – pulsacja i faza składowych harmonicznych rzędu l.

Natomiast moduł fazora przestrzennego zawiera nowe sumacyjno-różnicowe składowe częstotliwościowe:

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

$$|f(\phi,t)| = \sqrt{\left(\sum_{l=1}^{L} A_l^{\mathrm{d}} \cos(\omega_l t + \varphi_l)\right)^2 + \left(\sum_{l=1}^{L} A_l^{\mathrm{q}} \cos(\omega_l t + \varphi_l)\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\sum_{l=1}^{L}\sum_{k=1}^{L}\left\{\frac{A_l^{\mathrm{d}} A_k^{\mathrm{d}}}{2}\left[\cos((\omega_l \mp \omega_k)t + (\varphi_l \mp \varphi_k))\right] + \frac{A_l^{\mathrm{q}} A_k^{\mathrm{q}}}{2}\left[\cos((\omega_l \mp \omega_k)t + (\varphi_l \mp \varphi_k))\right]\right\}} =$$

$$= \sqrt{\sum_{l=1}^{L}\sum_{k=1}^{L}\left\{\frac{(A_l^{\mathrm{d}} A_k^{\mathrm{d}} + A_l^{\mathrm{q}} A_k^{\mathrm{q}})}{2}\left[\cos((\omega_l - \omega_k)t + (\varphi_l - \varphi_k))\right] + \frac{(A_l^{\mathrm{d}} A_k^{\mathrm{d}} - A_l^{\mathrm{q}} A_k^{\mathrm{q}})}{2}\left[\cos((\omega_l + \omega_k)t + (\varphi_l + \varphi_k))\right]\right\}}. \tag{4.86}$$

Składniki zależności (4.86) związane z pulsacją różnicową opisują składowe zgodne, składniki związane z pulsacją sumacyjną opisują składowe przeciwne wirującego fazora. Składowa przeciwna o pulsacji sumacyjnej pojawia się gdy występuje różnica amplitud sygnałów ortogonalnego układu dwufazowego $f_p(t)$, $f_q(t)$, a więc asymetria układu trójfazowego.

W analizowanym sygnale chwilowe położenie kątowe modułu fazora, z uwagi na występowanie w sygnale dodatkowych składowych częstotliwościowych (zgodnie z (4.83) i (4.84)), jest różne od położenia fazora reprezentującego podstawową składową częstotliwościową sygnału:

$$f_g(t) = F_g e^{j\omega_g t}, \tag{4.87}$$

gdzie: F_g – amplituda podstawowej składowej częstotliwościowej,
ω_g – prędkość kątowa podstawowej składowej częstotliwościowej.

Koniec fazora $f(\varphi,t)$ zakreśla wokół końca fazora $f_s(t)$ trajektorię zależną od dodatkowych składowych częstotliwościowych sygnału. Chwilową różnicę długości obu fazorów:

$$\Delta f(t) = F_g - |f(\phi,t)|, \tag{4.88}$$

traktować można jako modulację amplitudy fazora $f_g(t)$. Chwilową różnicę kątowego położenia obu fazorów:

$$\Delta\omega(t) = \omega_g t - \varphi(t), \tag{4.89}$$

traktować można jako dodatkową modulację częstotliwościową. Oznacza to, że w widmie sygnału $|f(\varphi,t)|$ oprócz sumacyjno-różnicowych składowych częstotliwościowych pojawią się dodatkowe składowe częstotliwościowe (w postaci pasm bocznych), będące wynikiem modulacji częstotliwościowej. Przy założeniu, że amplituda podstawowej składowej częstotliwościowej analizowanego sygnału jest dominująca w stosunku do innych składowych częstotliwościowych można

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

zaniedbać chwilową zmienność prędkości kątowej fazora przestrzennego i przyjąć jej stałą wartość:

$$\omega(t) = \frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t} = \text{const} = \omega_g. \tag{4.88}$$

Wówczas zmienność przestrzenno-czasową można traktować jako jedynie zmienność czasową:

$$f'(\phi,t) = |f(t)|e^{-j\omega_g t}, \tag{4.89}$$

co oznacza, że istotnymi składowymi częstotliwościowymi będą jedynie składowe sumacyjno-różnicowe z częstotliwością f_g oraz uzasadnia wykorzystanie analizy częstotliwościowej przy interpretacji zmian długości fazora przestrzennego w czasie. Motywacją jest jego wrażliwość (zgodnie z (4.86)) na asymetrię sygnałów trójfazowych. Osobnego komentarza wymaga identyfikacja poszczególnych składowych częstotliwościowych występujących w sygnałach ortogonalnego układu dwufazowego $f_p(t), f_q(t)$ w widmie zmienności czasowej modułu fazora $|f(\varphi,t)|$. Składowe częstotliwościowe tworzące składowe zgodne wirującego fazora, o pulsacji większej niż pulsacja podstawowej składowej częstotliwościowej:

$$\omega_l > \omega_s, \tag{4.90}$$

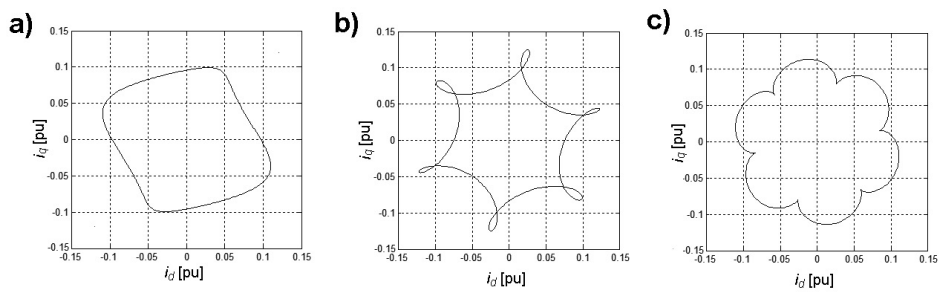
zgodnie z (4.86) i (4.89) zostaną przesunięte w kierunku niższych częstotliwości o częstotliwość $f_s=\omega_s/2\pi$. Odpowiednio składowe częstotliwościowe tworzące składowe przeciwne wirującego fazora, o częstotliwości większej niż częstotliwość podstawowej składowej częstotliwościowej, zostaną przesunięte w kierunku wyższych częstotliwości o częstotliwość $f_s=\omega_s/2\pi$. Wynika to stąd, że widmo sygnału rzeczywistego nie może zawierać ujemnych częstotliwości i wynikiem operacji wyznaczania różnicy częstotliwości jest jej wartość bezwzględna. Tak więc składowa częstotliwościowa o częstotliwości f_l tworząca składową zgodną i przeciwną wirującego fazora będzie reprezentowana w widmie amplitudowym zmienności czasowej fazora przez odpowiednio lewostronne (składowa zgodna) i prawostronne (składowa przeciwna) pasma boczne odległe o częstotliwość f_s wokół częstotliwości f_l. W wypadku pulsacji niższych niż pulsacja podstawowej składowej częstotliwościowej:

$$\omega_l < \omega_s, \tag{4.91}$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

składowa częstotliwościowa o częstotliwości *fl*, tworząca składową zgodną i przeciwną wirującego fazora, będzie reprezentowana w widmie zmienności czasowej fazora przez odpowiednio lewostronne (składowa zgodna) i prawostronne (składowa przeciwna) pasma boczne wokół częstotliwości f_s.

Przykład. Na rysunku 4.51 przedstawiono efekt odkształcenia trajektorii fazora przestrzennego prądu silnika indukcyjnego trójfazowego przez wyższe harmoniczne czasowo-przestrzenne odpowiednio 3, 5 i 7 harmoniczną.

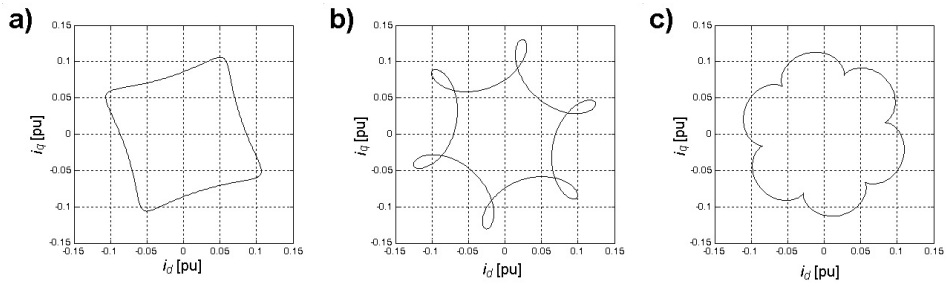


Rys. 4.51. *Efekt odkształcenia trajektorii fazora przestrzennego prądu silnika indukcyjnego trójfazowego: a) trzecią wirującą przeciwnie harmoniczną czasowo-przestrzenną, b) piątą wirującą przeciwnie harmoniczną czasowo-przestrzenną, c) siódmą wirującą zgodnie harmoniczną czasowo-przestrzenną*

Wirująca przeciwnie trzecia harmoniczna wprowadza odkształcenie o poczwórnej symetrii. Analogicznie wirująca przeciwnie piąta harmoniczna i wirująca zgodnie siódma harmoniczna wywołują odkształcenie o sześciokrotnej symetrii. Kształt trajektorii, ale nie krotność symetrii, zależy od stosunku amplitudy podstawowej harmonicznej przestrzennej i amplitudy wyższej harmonicznej czasowej. Przestrzenne położenie odkształceń trajektorii od idealnego kształtu kołowego zależy od przesunięcia fazowego pomiędzy podstawową harmoniczną przestrzenną i wyższymi harmonicznymi czasowymi. Z tego powodu trajektoria fazora przestrzennego odzwierciedla zarówno zmianę amplitud, jak i zmianę wzajemnego przesunięcia fazowego pomiędzy składowymi harmonicznymi.

Gdy rejestrowany jest jeden sygnał, trajektorię fazora przestrzennego można w sposób przybliżony zrekonstruować, przyjmując jako sygnał $f_d(t)$ sygnał rejestrowany i wprowadzając w miejsce brakującego sygnału $f_q(t)$ dystrybucję czasową sygnału $f_d(t+\tau)$. Przesunięcie czasowe τ można dobrać dowolnie, najlepszy rezultat otrzymuje się, przyjmując τ równe1/4 okresu harmonicznej podstawowej sygnału. Należy zwrócić uwagę, że przybliżenie to nie umożliwia rekonstrukcji ewentualnej asymetrii trójfazowego układu sygnałów, a jedynie wpływu wyższych harmonicznych czasowych. Nie odtwarza także przeciwnego kierunku wirowania składowych częstotliwościowych sygnału.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 4.52. *Efekt odkształcenia trajektorii fazora przestrzennego prądu silnika indukcyjnego trójfazowego utworzonego przy wykorzystaniu dystrybucji czasowej prądu wybranego pasma fazowego: a) trzecią wirującą przeciwnie harmoniczną czasowo-przestrzenną, b) piątą wirującą przeciwnie harmoniczną czasowo-przestrzenną, c) siódmą wirującą zgodnie harmoniczną czasowo-przestrzenną. W wypadku piątej i siódmej harmonicznej czasowej konieczna była korekcja ich kierunku wirowania*

Na rysunku 4.52 przedstawiono efekt odkształcenia trajektorii fazora przestrzennego prądu silnika indukcyjnego trójfazowego przez wyższe harmoniczne czasowe analogicznie jak na rysunku 4.51, przy czym fazor przestrzenny prądu został utworzony, wykorzystując przebieg czasowy prądu wybranej fazy silnika i jego dystrybucję czasową. W przypadku niektórych wyższych harmonicznych czasowych konieczna była, opierając się na wiedzy *a priori*, korekcja kierunku ich wirowania.

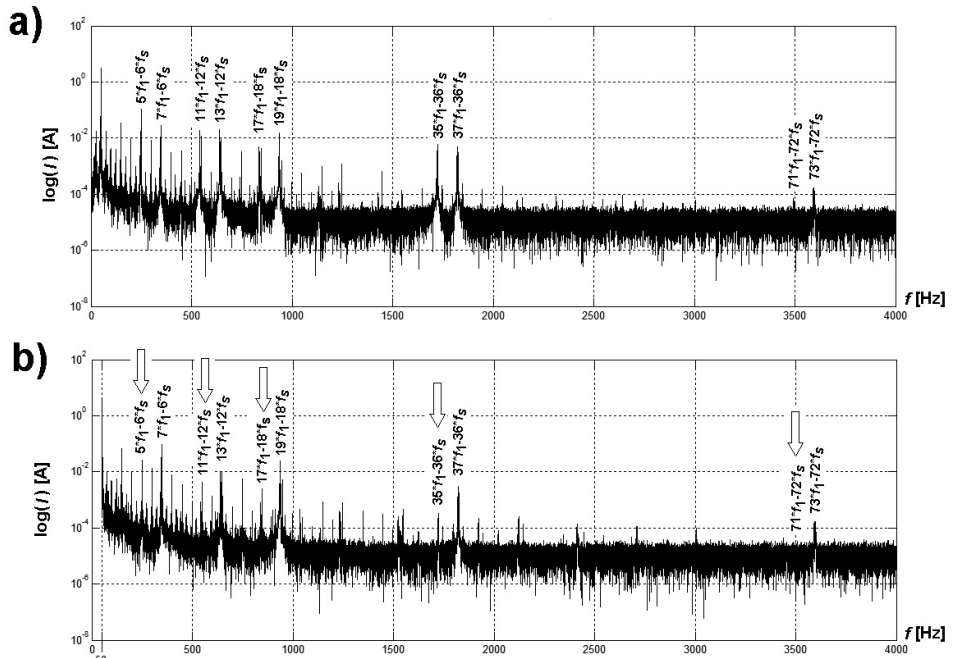
Przesunięcie w dziedzinie częstotliwości sprawia, że amplituda podstawowej składowej częstotliwościowej sygnału trójfazowego transformowanego do ortogonalnego układu dwufazowego reprezentowana jest przez składową stałą widma zmienności czasowej modułu fazora. W dalej prowadzonej analizie różnic pomiędzy widmem sygnału jednej fazy i widmem zmienności czasowej fazora przestrzennego wprowadzone zostało przesunięcie widma fazora w kierunku wyższych częstotliwości o częstotliwość podstawową (częstotliwość zasilania). Dzięki temu składowe częstotliwościowe widma fazora reprezentujące wirujące składowe zgodne odpowiadają tworzącym je składowym częstotliwościowym prądu fazowego.

Przykład. Na rysunku 4.53 zestawiono widmo prądu wybranej fazy silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4 i widmo zmienności modułu fazora przestrzennego prądów fazowych (wyznaczone po transformacji (4.81) na podstawie (4.83). Widmo zmienności modułu fazora przestrzennego prądów zostało przesunięte w dziedzinie częstotliwości zgodnie z (4.87) o częstotliwość 50 Hz.

Zaznaczone zostały charakterystyczne składowe częstotliwościowe widma związane ze strukturą zębowo-żłobkową wirnika. W przypadku widma zmienności czasowo-przestrzennej modułu fazora przestrzennego występuje znaczna różnica amplitud par pasm bocznych odległych o f_1 (częstotliwość zasilania) wokół składowych częstotliwościowych będących wielokrotnością częstotliwości

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

obrotowej i wielokrotności zębów wirnika. Strzałkami oznaczono lewostronne pasma boczne w widmie zmienności czasowo-przestrzennej modułu fazora przestrzennego, których amplituda znacznie różni się od amplitudy odpowiadających im pasm bocznych prądu fazowego stojana.



Rys. 4.53. *Porównanie widma prądu wybranej fazy (a) i widma zmienności czasowej modułu fazora przestrzennego prądów fazowych (b) silnika indukcyjnego pierścieniowego*

Literatura

[1] Amborski K., „Podstawy metod optymalizacji", Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2009.

[2] Amaral T. G., Pires V. F., Martins J. P., Pires A. J., Crisostomo M. M., „Image Processing based Classifier for Detection and Diagnosis of Induction Motor Stator Fault", Image Processing, ISBN 978-953-307-026-1, 2009.

[3] Auger F., Flandrin P., Goncalves P., Lemoine O., „Time-Frequency Toolbox", CRNS and Rice University, 1996.

[4] Bejger A., Burnos T., „Możliwość wykorzystania analizy czasowo-czestotliwościowej dla wybranych sygnałów emisji akustycznej". Zeszyty Naukowe Nr 5(77) Akademii Morskiej w Szczecinie, 2005, ISSN 1733-8670.

[5] Cempel C., „Podstawy wibroakustycznej diagnostyki maszyn", WNT, 1982.

[6] Cohen L., „Time-frequency Analysis", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1995.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

[7] Courrech J., „Envelope analysis for effective rolling-element fault detection – fact or fiction?", UPTIME Magazine No 1, 2000 Vol. 8.
[8] Nikias L. Ch., „Higher–Order Spectra Analisis, PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs", New Jersey, 1993.
[9] Peng Z., K., Chu F. L., „Application of the wavelet transform in machine condition monitoring and fault diagnosis: a review with bibliography", Mechanical Systems and Signal Processing, 2004 pp.199-221.
[10] Shibata K., Takahashi A., Shirai T., „Fault diagnosis of rotating machin ery through visualisation of sound signal", Mechanical Systems and Signal Processing, 14(2) 2000, pp. 229-241.
[11] Stachurski A., „Wprowadzenie do optymalizacji", Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2009.
[12] Vas P., „Parameter Estimation, Condition Monitoring, and Diagnosis of Electrical Machines", Clarendon Press, Oxford 1993.
[13] Wetula A., „Zastosowanie transformaty Hilberta do wyznaczenia obwiedni zespolonej sygnałów napięć i prądów sieci elektroenergetycznej",
[14] Zieliński T., „Cyfrowe przetwarzanie sygnałów", WKŁ, 2005.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

5 Drgania mechaniczne

Drganiami mechanicznymi nazywamy ruch układu, w którym następuje zmiana w czasie współrzędnej położenia układu w stosunku do określonej wartości odniesienia, a wartość obserwowana jest na zmianę większa i mniejsza niż wartość odniesienia.

Drgania są rezultatem występowania zmiennych sił w układach mechanicznych zawierających części ruchome bądź zmiennego pola magnetycznego działającego na przewody z prądem lub na ferromagnetyk jeśli są podatne na zginanie. Drgania zazwyczaj są przyczyną występowania zjawisk zmęczeniowych i często prowadzą do awarii układu mechanicznego. W pewnych warunkach drgania korpusu maszyny możemy rozpatrywać jak ruch bryły sztywnej [3], [4]. Przypadek ten występuje gdy drgania korpusu silnika sprężyście posadowionego wywołane niewyważeniem wirnika lub wadliwym sprzęgnięciem wałów (elementy silnika elektrycznego o znacznej masie i sztywności traktować możemy jak bryły sztywne). Innym przypadkiem są drgania korpusu maszyny wywołane udarem związanym z uszkodzeniem bieżni lub elementu tocznego łożyska W wypadku gdy przyjęcie modelu o masach skupionych wymaga wprowadzenia zbyt daleko idących założeń upraszczających należy rozpatrywać model o parametrach ciągłych.

5.1. Drgania w ośrodkach ciągłych

Istotne z punktu widzenia diagnostyki silników elektrycznych jest wyznaczenie częstotliwości różnych postaci drgań własnych pakietu blach stojana i cylindra korpusu silnika wywołanych zmiennymi siłami naciągu magnetycznego oraz drgań własnych wirnika. Drgania pakietu blach stojana powodują jego odkształcenie od idealnego kształtu cylindrycznego. Drgania wirnika powodują ugięcie

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

wału, przy czym największe przemieszczenia występują na końcach wału. Szczególnie w przypadku wystąpienia zjawiska rezonansu znaczne drgania zostaną przeniesione na posadowienie i sprzęgnięte z silnikiem urządzenia.

Amplituda drgań wywołanych niezrównoważonymi siłami działającymi na wirnik i stojan rośnie wraz ze zbliżaniem się ich pulsacji do pulsacji drgań własnych elementów maszyny i jest zależna także od czynników rozpraszających energię mechaniczną – tłumienia materiałowego. Z tego powodu pomiary diagnostyczne w celu zachowania proporcjonalnego związku pomiędzy stanem urządzenia a wektorem cech stanu powinny być zrealizowane w taki sposób, aby pulsacja dominujących niezrównoważonych sił znajdowała się poza obszarem rezonansu. Stąd w przypadku maszyn o zmiennej prędkości obrotowej istotna jest znajomość pulsacji drgań własnych, które można wyznaczyć eksperymentalnie lub posiłkując się odpowiednim modelem.

Analiza drgań własnych poszczególnych elementów maszyny elektrycznej wymaga przyjęcia modelu układu o parametrach ciągłych (przyjmujemy, że masa i sprężystość rozłożone są w miarę równomiernie) [5]. Położenie układów ciągłych opisuje nieskończenie dużo współrzędnych uogólnionych przestrzenno-czasowych o postaci:

$$q = q(x_1, x_2, x_3, t), \tag{5.1}$$

gdzie: x_1, x_2, x_3 – współrzędne przestrzenne,
t – czas.

W celu rozwiązania cząstkowych równań różniczkowych opisujących ruch układów ciągłych (z wyjątkiem nielicznych układów o prostej geometrii i jednorodnych parametrach) stosuje się metody przybliżone – zastąpienie układu ciągłego modelem dyskretnym o skończonej liczbie współrzędnych uogólnionych.

Do najczęściej stosowanych należy dyskretyzacja układów ciągłych metodą elementów skończonych. Układ ciągły dzielony jest na elementy o prostych kształtach. Współrzędne uogólnione określa się dla skończonej liczby węzłów leżących na powierzchni elementu. Przemieszczenia wewnątrz elementu aproksymowane wielomianami (funkcjami kształtu) są zależne od przemieszczeń węzłów. Oddziaływanie pomiędzy elementami odbywa się poprzez wspólne węzły i musi spełniać warunki równowagi sił uogólnionych w węzłach i ciągłości przemieszczeń węzłów. Dana wielkość fizyczna opisana funkcją ciągłą $q(x_1,x_2,x_3,t)$ reprezentowana jest przez wielkości węzłowe:

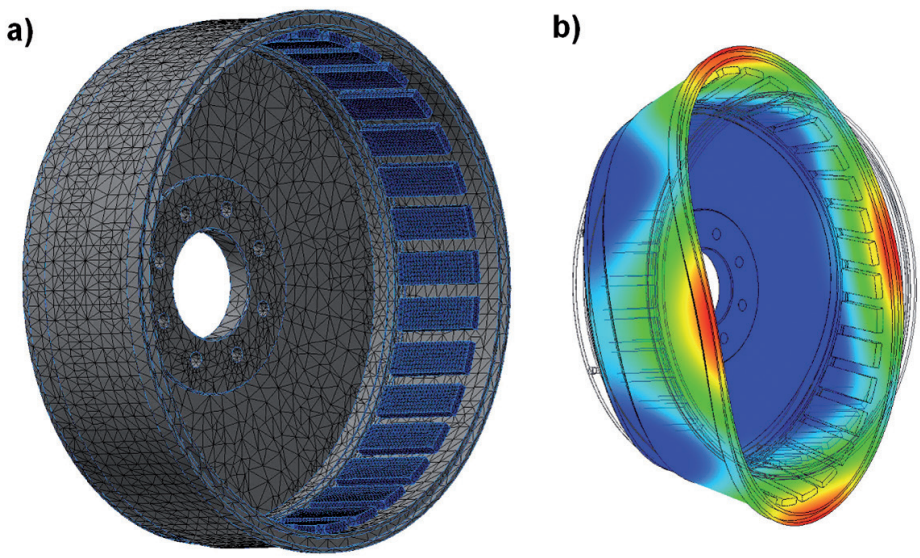
$$q = \sum_{i=1}^{l} N_i(x_1, x_2, x_3) q_i(t), \tag{5.2}$$

gdzie: l – liczba węzłów,

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

N_i – funkcja kształtu elementu określająca wpływ wielkości węzłowej i-tego węzła na wartość wielkości fizycznej w punkcie elementu o współrzędnych x_1, x_2, x_3,
q_i – wartość funkcji w węźle i.

W metodzie elementów skończonych funkcje aproksymacyjne są wyznaczane w elementach, na które podzielony został układ ciągły, w procedurze wariacyjnej według zasad aproksymacji interpolacyjnej [2]. Nieznane współczynniki funkcji kształtu są wyznaczane poprzez rozwiązanie układu równań liniowych wynikający z drugiej zasady dynamiki Newtona.



Rys. 5.1. *a) Siatka dyskretyzacji zewnętrznego wirnika silnika synchronicznego z magnesami trwałymi, b) deformacja zewnętrznego wirnika*

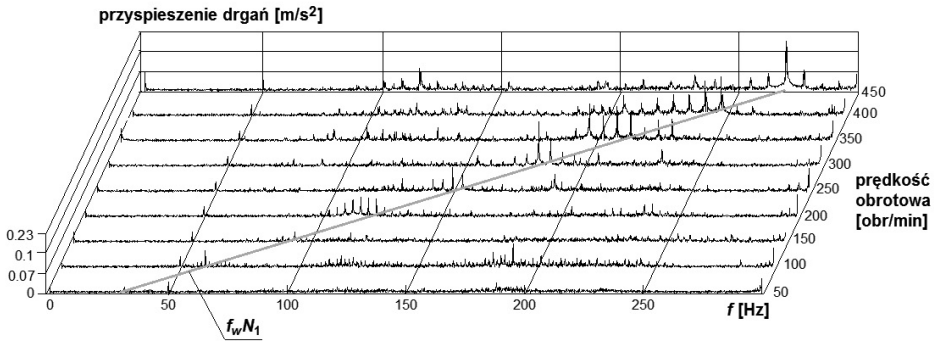
Na rys. 5.1 przedstawiona została siatka dyskretyzacji zewnętrznego wirnika silnika synchronicznego z magnesami trwałymi oraz deformacja zewnętrznego wirnika występująca przy drugiej postaci drgań własnych [6].

Analiza wszystkich postaci drgań własnych ujawniła występowanie częstotliwości sprzężonych, tworzących pary różniące się nieznacznie częstotliwością i fazą. Różnica częstotliwości drgań własnych tworzących parę rośnie wraz ze wzrostem częstotliwości drgań dla kolejnych postaci drgań własnych.

Przykład. Na rysunku 5.2 w układzie kaskadowym przedstawione zostało widmo amplitudowe przyspieszenia drgań radialnych korpusu silnika synchronicznego z magnesami trwałymi i zewnętrznym wirnikiem (prezentowanym na rysunku 5.1) o 17 parach biegunów ($N_2 = 34$) i $N_1 = 36$ zębach stojana zarejestrowane

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

przy szeregu częstotliwości obrotowych. Zastosowana została wykładnicza skala amplitudy o wykładniku 1/2. Pomiarów dokonano akcelerometrem o czułości 1,01 mV/m/s^2, zakresie częstotliwościowym 3 Hz–20 kHz i częstotliwości rezonansowej 45 kHz, umieszczonym na kołnierzu stojana.



Rys. 5.2. *Niskoczęstotliwościowe widmo przyspieszenia drgań radialnych korpusu silnika synchronicznego z magnesami trwałymi z zewnętrznym wirnikiem zarejestrowane przy szeregu prędkościach obrotowych od 50 obr./min do 450 obr./min. Linia ukośna wyznacza częstotliwość charakterystyczną* $f_w N_1$

Amplituda podstawowej składowej częstotliwościowej przyspieszenia drgań korpusu maszyny wywołanych momentem zaczepowym związanym z asymetrią magnetyczną wirnika, opisana zależnością:

$$a(t) = (2\pi f_w N_1)^2 X_s(2\pi f_w N_1)\sin(2\pi f_w N_1 t + \varphi), \tag{5.3}$$

będąc nieliniową funkcją pulsacji charakterystycznej $2\pi fwN_1$ i amplitudy przemieszczeń X_s zależnej od pulsacji charakterystycznej, gwałtownie wzrasta gdy częstotliwość obrotowa zbliża się do częstotliwości rezonansowej wirnika związanej z pierwszą postacią drgań własnych. Dlatego też w celu zachowania czytelności rysunku 5.2 amplituda widma została przeskalowana z zastosowaniem skali wykładniczej o wykładniku 1/2. Częstotliwość rezonansowa pierwszej postaci drgań własnych cylindra wirnika w kierunku radialnym wyznaczona na podstawie metody elementów skończonych wynosi 270 Hz. Szczegółowa analiza amplitudy podstawowej składowej częstotliwościowej przyspieszenia drgań radialnych korpusu wywołanej momentem zaczepowym, wyznaczonej na podstawie pomiarów, ujawnia występowanie szeregu dodatkowych rezonansów strukturalnych różnych elementów konstrukcji silnika oraz elementów jego posadowienia. Występowanie rezonansów strukturalnych stanowi istotną trudność w wykorzystaniu amplitudy przyspieszenia drgań wybranych składowych częstotliwościowych widma jako miary diagnostycznej w procesie oceny stanu technicznego maszyn elektrycz-

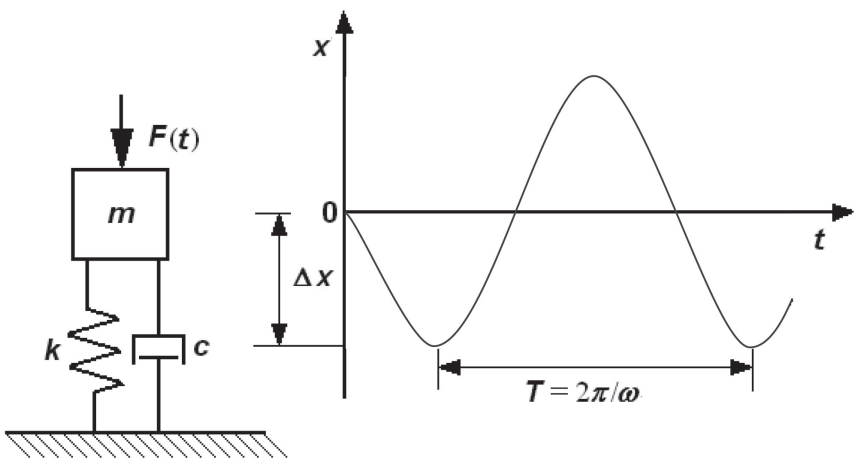
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

nych. W wypadku napędów o zmiennej prędkości obrotowej należy dochować stałości wybranych parametrów, między innymi prędkości obrotowej.

5.2. Ruch bryły sztywnej przy wymuszeniu siłowym

Pomimo że jedynie w nielicznych przypadkach uzasadnione jest przybliżenie konstrukcji silnika elektrycznego za pomocą modelu o masach skupionych, analiza ruchu bryły sztywnej umożliwia interpretację sygnału wibracyjnego uwzględniającą różnego rodzaju wymuszenia [4].

Wymuszenie siłowe występuje wtedy, gdy na układ działa obciążenie postaci zmiennej w czasie siły $F(t)$ lub pary sił $M(t)$. Jest najczęstszą przyczyną występowania drgań w maszynach elektrycznych (siłą wymuszającą jest siła odśrodkowa wirującej masy niewyważenia wirnika, ruch wirnika przekazywany jest na korpus maszyny poprzez łożyska). Równanie ruchu końców elementów sprężystych i tłumiących wywołuje siła $F(t)$ lub para sił $M(t)$, nieznane jest przemieszczenie bryły wzdłuż osi x ($q = x$) lub kąt obrotu. Układ o jednym stopniu swobody i wymuszeniu siłowym został przedstawiony na rysunku 5.3.



Rys. 5.3. *Układ o wymuszeniu siłowym*

Równania ruchu bryły, odpowiednio translacyjne i rotacyjne, wyprowadzone z równania Lagrange'a II rodzaju przyjmują postać:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)\,, \tag{5.4}$$

gdzie: m – współczynnik bezwładności bryły,
c – współczynnik tłumienia w ruchu translacyjnym,

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

k – współczynnik sztywności w ruchu translacyjnym,
x – przemieszczenie translacyjne końców elementów sprężystych i tłumiących,
$F(t)$ – siła wymuszająca,

$$I_x\ddot{\varphi} + c_o\dot{\varphi} + k_o\varphi = M(t), \tag{5.5}$$

gdzie: I_x – masowy moment bezwładności względem osi x,
c_o – współczynnik tłumienia w ruchu rotacyjnym,
k_o – współczynnik sztywności w ruchu rotacyjnym,
φ – kąt obrotu końców elementów sprężystych i tłumiących,
$M(t)$ – moment wymuszający.

W ogólnym przypadku wywołane zostaną drgania układu o częstotliwości identycznej z częstotliwością wymuszenia (układ liniowy). Różnica wystąpi jedynie w amplitudzie drgań przy różnych częstotliwościach wymuszenia.

Wymuszenie siłą harmoniczną. Rozwiązaniem równania (5.4) dla stanu ustalonego przy założeniu wymuszenia o charakterze harmonicznym:

$$F(t) = F_s \sin(\omega t + \varphi_s), \tag{5.6}$$

gdzie: F_s – amplituda wymuszenia,
ω – pulsacja wymuszenia,
φ_s – faza wymuszenia,

jest przemieszczenie:

$$x(t) = X_s(\omega)\sin(\omega t + \varphi), \tag{5.7}$$

gdzie:
$$X_s(\omega) = \frac{F_s}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}}, \tag{5.8}$$

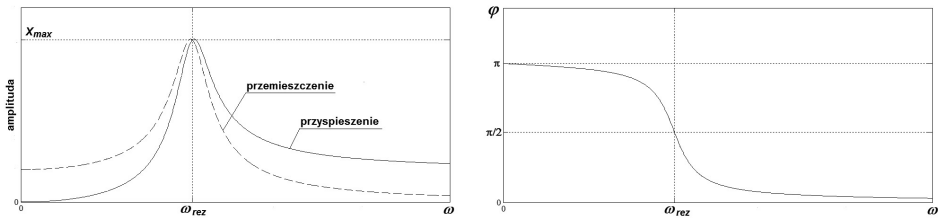
$$\varphi = -\operatorname{arctg}\frac{c\omega}{k - m\omega^2} + \varphi_s. \tag{5.9}$$

Zależności (5.8) i (5.9) przedstawiają krzywą rezonansową i krzywą fazową dla ruchu translacyjnego (rys. 5.4).

Na rysunku 5.4 przedstawiona została dodatkowo, z uwagi na powszechne stosowanie w pomiarach drgań czujników akcelerometrycznych, krzywa rezonansowa przyspieszenia drgań opisana zależnością:

$$a(t) = \omega^2 X_s(\omega)\sin(\omega t + \varphi). \tag{5.10}$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 5.4. *Zależność amplitudy przemieszczeń oraz przyspieszenia drgań i ich fazy od pulsacji ω wymuszenia dla układu o wymuszeniu siłowym*

Wymuszenie o charakterze siły odśrodkowej. Rozwiązaniem równania (5.4) dla stanu ustalonego przy założeniu wymuszenia o charakterze siły odśrodkowej:

$$F_n = m_n r \omega^2 , \tag{5.11}$$

gdzie: m_n – masa niewyważenia,
r – promień niewyważenia elementu wirującego,
ω – prędkość obrotowa,

przy czym wymuszenie działające wzdłuż osi x jest siłą harmoniczną:

$$F(t) = F_n \sin(\omega t + \varphi_n) , \tag{5.12}$$

gdzie: F_n – amplituda wymuszenia,
ω – częstotliwość obrotowa,
φ_n – faza wymuszenia,

jest przemieszczenie:

$$x(t) = X_n(\omega) \sin(\omega t + \varphi) , \tag{5.13}$$

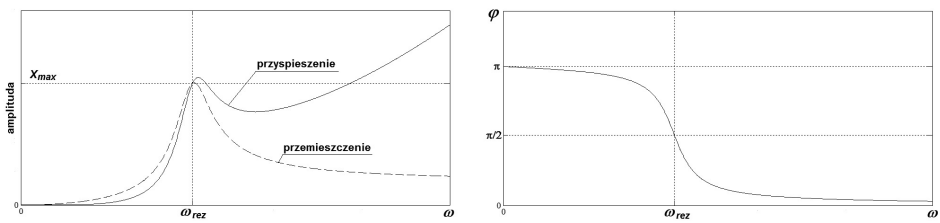
gdzie:
$$X_n(\omega) = \frac{F_n}{\sqrt{(k - (m + m_n)\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} , \tag{5.14}$$

$$\varphi = -\text{arctg}\frac{c\omega}{k - (m + m_n)\omega^2} + \varphi_n . \tag{5.15}$$

Zależności (5.14) i (5.15) przedstawiają odpowiednio krzywą rezonansową i krzywą fazową dla ruchu translacyjnego (rys. 5.5). Gdy pulsacja wymuszenia dąży do nieskończoności, amplituda przemieszczeń dąży do wartości:

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

$$X_n(\infty) = \lim_{\omega\to\infty} \frac{F_n}{\sqrt{(k-(m+m_n)\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} = \frac{m_n r}{m+m_n}. \tag{5.16}$$



Rys. 5.5. *Zależność amplitudy przemieszczeń oraz przyspieszenia drgań i ich fazy od częstotliwości wymuszenia dla układu o wymuszeniu siłą odśrodkową wirującej masy niewyważenia wirnika.*

Wymuszenie o charakterze udaru. Rozwiązanie równania (5.4) gdy siła wymuszająca jest impulsem (udarem) o wielkości Π opisanym zależnością:

$$x(t) = \Pi\delta(t-t_0) = \Pi\delta(t-t_0)\sigma(t-t_0), \tag{5.17}$$

gdzie: $\delta(t) = \begin{cases} 0 \text{ dla } t \neq 0 \\ \infty \text{ dla } t = 0 \end{cases}$ – impuls jednostkowy, $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\mathrm{d}t = 1$,

$\sigma(t) = \begin{cases} 0 \text{ dla } t < 0 \\ 1 \text{ dla } t \geq 0 \end{cases}$ – skok jednostkowy,

przyjmuje postać:

$$x(t) = \frac{\Pi}{k}\frac{\omega_o^2}{\omega_c} e^{-\frac{c}{2m}(t-t_0)} \sin\left(\omega_c(t-t_0)\right)\sigma(t-t_0), \tag{5.18}$$

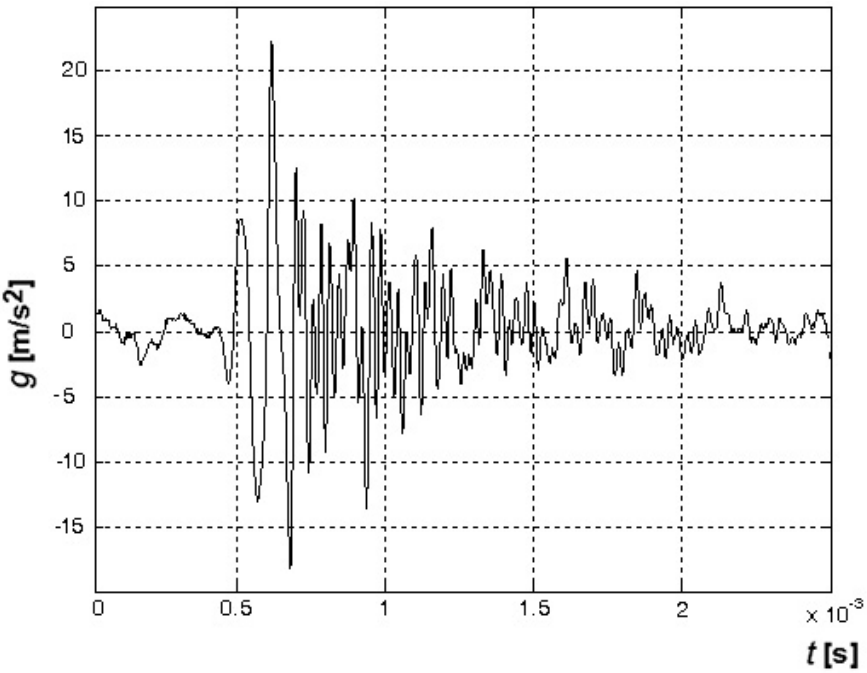
gdzie: $\omega_c = \sqrt{\omega_o^2 - c^2/4m^2}$ – pulsacja rezonansowa tłumionych drgań własnych.

Przy niewielkim tłumieniu udar wzbudza zanikające drgania o pulsacji zbliżonej do pulsacji drgań własnych.

Przykład. Na rysunku 5.6 przedstawiony został sygnał przyspieszenia drgań tarczy łożyskowej silnika wywołanych ubytkiem w bieżni łożyska.

Zgodnie z (5.18) ma on charakter sygnału harmonicznego o zanikającej amplitudzie (drgający swobodnie układ tłumiony). Z uwagi na szereg rezonansów strukturalnych zarejestrowany sygnał jest sygnałem poliharmonicznym.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 5.6. *Chwilowy przebieg przyspieszenia drgań wywołanych udarem związanym z uszkodzeniem bieżni wewnętrznej łożyska*

5.3. Przyczyny powstawania drgań w maszynach elektrycznych

Przyczyną drgań w maszynach elektrycznych są występujące niezrównoważone siły okresowe, zmienne w czasie i przestrzeni. Są to siły pochodzenia mechanicznego, siły wywołane zjawiskami elektromagnetycznymi i siły wywołane przepływem medium chłodzącego.

Drgania generowane przez maszyny elektryczne mogą dostarczyć informacji o ich stanie technicznym. Istnieje bowiem zależność pomiędzy generowanymi drganiami i uszkodzeniami danych elementów konstrukcyjnych maszyny. Wynika to z faktu, że różne elementy układu napędowego wywołują drgania o pulsacjach charakterystycznych, ściśle związanych z ich budową (stosowanymi materiałami i strukturą geometryczną) i charakterem oddziałujących sił.

W tabeli 5.1 zestawiono podstawowe pulsacje charakterystyczne drgań generowane przez poszczególne elementy składowe maszyny elektrycznej [1].

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Amplituda drgań stanowi podstawową miarę diagnostyczną służącą do oceny stanu technicznego badanego lub nadzorowanego urządzenia i pozwala klasyfikować maszyny elektryczne pod względem ich zdolności do pracy. Opieramy się tutaj na założeniu, że maszyny elektryczne pogrupowane według wymiarów i mocy na wale powinny charakteryzować się podobnym poziomem drgań. Jednak pomiar wyłącznie poziomu drgań (amplitudy drgań) może nie pozwolić na uchwycenie rozwoju danego uszkodzenia, gdyż może być zamaskowany przez poziom drgań innego elementu. Dlatego też w praktyce diagnostyki wibroakustycznej powszechnie stosuje się analizę częstotliwościową sygnału, gdyż drgania i ich pulsację powiązać można z różnego rodzaju uszkodzeniami maszyny elektrycznej lub układu napędowego.

Tabela 5.1

Rodzaj uszkodzenia	**Częstotliwość generowanych drgań**
Niewyważenie wirującego z częstotliwością f_w wirnika.	$1 \cdot f_w$
Wadliwe sprzężenie mechaniczne wirujących z częstotliwością f_w wałów.	$1 \cdot f_w$, często $2 \cdot f_w$, oraz wyższe harmoniczne drgań charakterystyczne dla danego sprzęgła.
Luzy mechaniczne wirujących z częstotliwością f_w elementów.	$2 \cdot f_w$, oraz sub- i międzyharmoniczne.
Łożysko toczne.	Częstotliwość drgań zależna od miejsca uszkodzenia (bieżnia wewnętrzna, zewnętrzna, kulka koszyczek), względnej prędkości obrotowej bieżni wewnętrznej i zewnętrznej, ilości kulek i wymiarów geometrycznych łożyska.
Łożysko ślizgowe	Subharmoniczne rzędu 1/2 i 1/3 – zjawisko wiru olejowego. Częstotliwość drgań równa częstotliwości krytycznej wału – zjawisko wiru histerezowego.
Oddziaływania elektromagnetyczne.	Zależne od geometrii szczeliny powietrznej wirnika i asymetrii magnetycznej.
Drgania wywołane zjawiskami magnetostrykcyjnymi w silniku z wirującym z częstotliwością f_w wirnikiem.	$1 \cdot f_w$, $1 \cdot f_1$, $2 \cdot f_1$ (f_1 – częstotliwość napięcia zasilającego).

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Literatura

[1] Cempel C., „Podstawy wibroakustycznej diagnostyki maszyn”, WNT, 1982.
[2] Cichoń C., „Metody obliczeniowe. Wybrane zagadnienia”, Wydawnictwa Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2005.
[3] Konarzewski Z., „Podstawy technicznej mechaniki ciała stałego”, WNT Warszawa, 1985.
[4] Kruszewski J., Wittbrodt E., „Drgania układów mechanicznych w ujęciu komputerowym. Tom 1 Zagadnienia liniowe”, WNT, 1992.
[5] Kruszewski J., Wittbrodt E., Walczyk Z. „Drgania układów mechanicznych w ujęciu komputerowym. Tom 2 Zagadnienia wybrane”, WNT, 1993.
[6] Szczypior J., Jakubowski R., Biernat A., „Badania maszyny elektrycznej do bezpośredniego napędu samochodu po modyfikacji osadzenia rdzenia stojana na korpusie, zmiana konstrukcji wirnika i piasty oraz przygotowanie dokumentacji technicznej finalnego prototypu maszyny”, Raport z prac wykonywanych w projekcie ECO-Mobilność, zadanie 2 – ECO--samochód, opracowanie wewnętrzne 2013.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

6 Drgania wywołane siłami pochodzenia mechanicznego

Przyczyną występowania niezrównoważonych sił okresowych pochodzenia mechanicznego jest ograniczona dokładność, z jaką wykonywane są poszczególne elementy maszyny elektrycznej (siły odśrodkowe wywołane niewyważeniem wirujących elementów, siły kinematyczne wywołane nierównością powierzchni) oraz pogłębiająca się degradacja jej stanu technicznego w trakcie eksploatacji (siły parametryczne wywołane zmianą sztywności poszczególnych elementów maszyny, siły odśrodkowe wywołane odkształceniem poszczególnych elementów maszyny, siły tarcia i siły udarowe wywołane zużyciem i uszkodzeniem powierzchni trących).

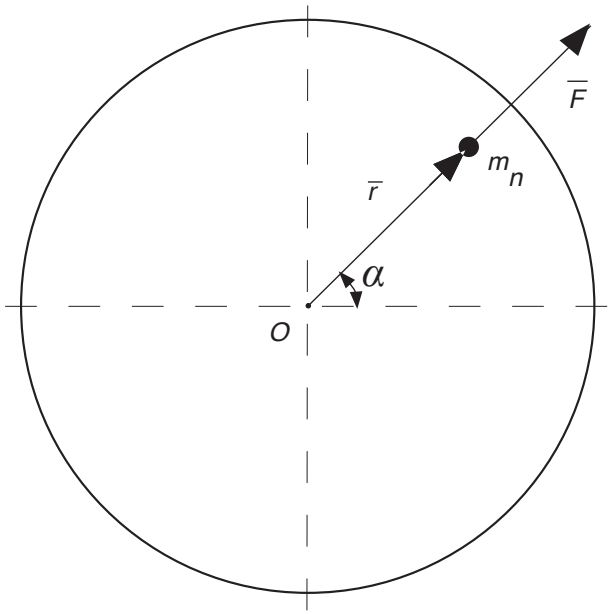
6.1. Niewyważenie

Niewyważeniem nazywamy niesymetryczne rozłożenie masy wokół osi obrotu [6]. Sprawia ono, że podczas wirowania występują niezrównoważone siły odśrodkowe. Przyczynami niewyważenia mogą być błędy konstrukcyjne, produkcyjne i montażowe (niejednolite wymiary, nieprawidłowa obróbka powierzchni, wady odlewu, złe osiowanie), zmienność gęstości materiału, deformacja plastyczna wywołana wewnętrznymi naprężeniami, wady łożysk.

Niewyważenie przedstawić można za pomocą masy niezrównoważenia m_n wirującej cienkiej tarczy o masie m_w zamocowanej w środku wału, przy czym położenie środka ciężkości masy miezrównoważenia jest opisane wektorem $\bar{r}$ (rys. 6.1). Podczas obrotu wirnika z prędkością kątową ω, na niezrównoważoną masę m_n działa siła odśrodkowa:

$$\bar{F} = m_n \cdot \bar{r} \cdot \omega^2. \tag{6.1}$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 6.1. *Niewyważona wirująca tarcza*

Miarą niezrównoważenia mas wirnika jest wektor niewyważenia $\overline{Q}$:

$$\overline{Q} = m_n \cdot \bar{r} \,. \tag{6.2}$$

Moduł wektora niewyważenia $Q = m_n \cdot r$ nazywamy wartością niewyważenia. Przy założeniu dużej sztywności wirnika, co jest słuszne dla maszyn elektrycznych o krótkich wałach, niewyważenie nie zależy od prędkości kątowej ω ($\bar{r}$ = const).

Wektor niewyważenia $\overline{Q}$ wytwarza względem dowolnego punktu P moment niewyważenia $\overline{M}_n$ równy iloczynowi wektorowemu niewyważenia $\overline{Q}$ i ramienia $\bar{l}$:

$$\overline{M}_n = \overline{Q} \times \bar{l} \,. \tag{6.3}$$

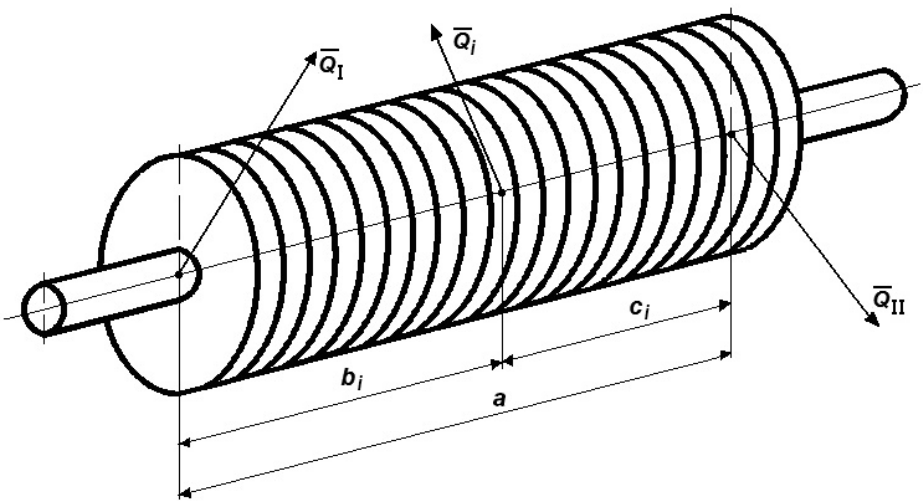
Wektor momentu niewyważenia $\overline{M}_n$ jest prostopadły do płaszczyzny wyznaczonej przez ramię $\bar{l}$ i wektor niewyważenia $\overline{Q}$. Gdy ramię $\bar{l}$ leży na osi wirnika, wektory $\overline{Q}$ i $\bar{l}$ tworzą kąt prosty, tak więc uwzględniając zależność (6.2) otrzymujemy:

$$M_n = m_n \cdot r \cdot l \,, \tag{6.4}$$

gdzie: l – moduł ramienia na którym działa wektor niewyważenia [mm].

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Długi wirnik w kształcie walca zastąpić można szeregiem *n* cienkich tarcz prostopadłych do osi wirnika (rys. 6.2).



Rys. 6.2. *Model fizyczny długiego niewyważonego wirnika*

Stan niewyważenia wirnika wywołany jest stanem niewyważenia każdej tarczy opisanej wektorem niewyważenia $\overline{Q}_i$, $i = 1, 2,\ldots, n$. Równania równowagi momentów dla sił odśrodkowych wywołanych niewyważeniem poszczególnych tarcz przyjmują postać:

$$\overline{Q}_I \cdot a \cdot \omega^2 = \sum_{i=1}^{n} \overline{Q}_i \cdot c_i \cdot \omega^2 , \qquad \overline{Q}_{II} \cdot a \cdot \omega^2 = \sum_{i=1}^{n} \overline{Q}_i \cdot b_i \cdot \omega^2 , \tag{6.5}$$

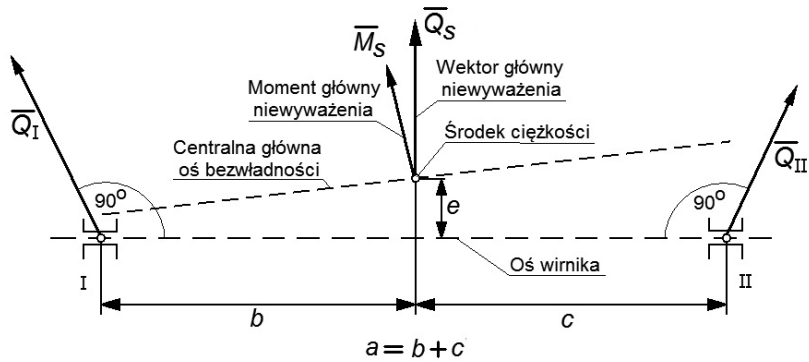
gdzie: $\overline{Q}_I$ i $\overline{Q}_{II}$ – niewyważenia wypadkowe obliczone dla dwóch dowolnie przyjętych płaszczyzn I i II, prostopadłych do osi wirowania.

Stąd otrzymujemy:

$$\overline{Q}_I = \frac{\sum_{i=1}^{n} \overline{Q}_i \cdot c_i}{a} , \qquad \overline{Q}_{II} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \overline{Q}_i \cdot b_i}{a} . \tag{6.6}$$

Tak więc stan niewyważenia każdego wirnika opisują dwa wektory niewyważenia, działające w dwóch dowolnie przyjętych płaszczyznach (rys. 6.3). Drgania wału wywołane niezrównoważonymi siłami odśrodkowymi przenoszone są na korpus maszyny w miejscach jego podparcia, najwygodniej jest przyjąć położenie płaszczyzn w punktach podparcia wału, a więc w miejscu usytuowania łożysk.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 6.3. *Wektory niewyważenia zredukowane do dwóch dowolnie wybranych płaszczyzn I i II oraz wektor i moment główny niewyważenia wirnika*

Wektor główny niewyważenia $\overline{Q}_s$ powstaje przez zsumowanie zredukowanych do środka ciężkości wirnika wektorów niewyważenia $\overline{Q}_i$ cienkich tarcz, na jakie podzielony został wirnik:

$$\overline{Q}_s = \sum_{i=1}^{n} \overline{Q}_i \,. \tag{6.7}$$

Podobnie moment główny niewyważenia $\overline{M}_s$ powstaje przez zsumowanie momentów niewyważenia $\overline{M}_i$ powstałych w wyniku zredukowania do środka ciężkości wirnika wektorów niewyważenia $\overline{Q}_i$:

$$\overline{M}_s = \sum_{i=1}^{n} \overline{M}_i = \sum_{i=1}^{n} \overline{Q}_i \times \bar{l}_i \,, \tag{6.8}$$

gdzie: l_i – odległość wybranych płaszczyzn, w których działają wektory niezrównoważenia $\overline{N}_i$ od środka ciężkości wirnika.

Otrzymany w ten sposób wektor główny niewyważenia $\overline{Q}_s$ wirnika i moment główny niewyważenia $\overline{M}_s$ (rys. 6.3) określa dowolny stan niewyważenia wirnika sztywnego. Wektor momentu głównego niewyważenia $\overline{M}_s$ jest prostopadły do osi wirnika i centralnej głównej osi bezwładności wirnika. Jeżeli osie te przecinają się, to wyznaczają płaszczyznę, w której działa ten moment.

W zależności od występowania i wzajemnego położenia wektora głównego niewyważenia $\overline{N}_s$ i momentu głównego niewyważenia $\overline{M}_s$ rozróżniamy różne rodzaje niewyważenia [7].

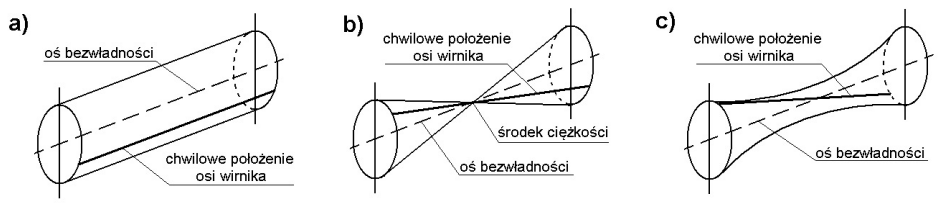
Niewyważenie statyczne. Występuje jedynie wektor główny niewyważenia $\overline{Q}_s$ (moment główny $\overline{M}_s$ jest równy zeru). Oś wirnika i jego centralna główna oś bezwładności są do siebie równoległe.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Niewyważenie momentowe. Występuje tylko moment główny niewyważenia $\overline{M}_s$, którego wektor jest prostopadły do płaszczyzny przechodzącej przez oś wirnika i centralną główną oś bezwładności. Oś wirnika i centralna główna oś bezwładności przecinają się w środku ciężkości.

Charakterystyczną cechą niewyważenia momentowego w maszynie elektrycznej jest występowanie w płaszczyznach związanych z tarczami łożyskowymi drgań o przeciwnej fazie.

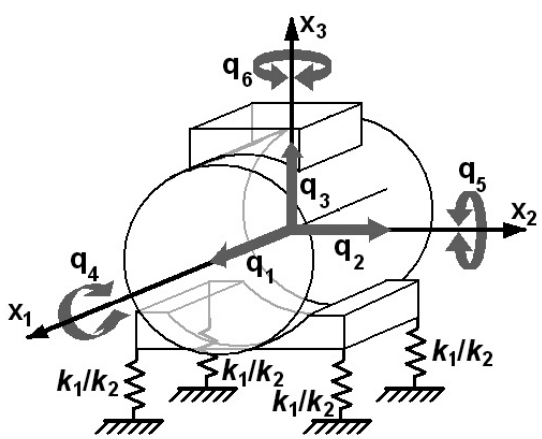
Niewyważenie dynamiczne. Niewyważenie dynamiczne, będące złożeniem niewyważenia statycznego i niewyważenia momentowego, jest najbardziej ogólnym stanem niewyważenia wirnika, w którym oś wirnika i centralna główna oś bezwładności są skośne, nie przecinają się.



Rys. 6.4. *Figury geometryczne zakreślane przez oś wirnika obracającego się wokół głównej osi bezwładności: a) niewyważenie statyczne (powierzchnia walcowa), b) niewyważenie momentowe (powierzchnia stożkowa), c) niewyważenie dynamiczne (hiperboloida jednopowłokowa)*

Rzeczywista oś wału wirnika obracającego się wokół centralnej głównej osi bezwładności (poza obszarem rezonansu) zakreśla powierzchnie prostokreślne przedstawione na rysunku 6.4.

Przykład. Rozpatrywany jest sprężyście posadowiony silnik elektryczny, który można przybliżyć masą skupioną, tworzący układ drgający o 6 stopniach swobody (rys. 6.5).



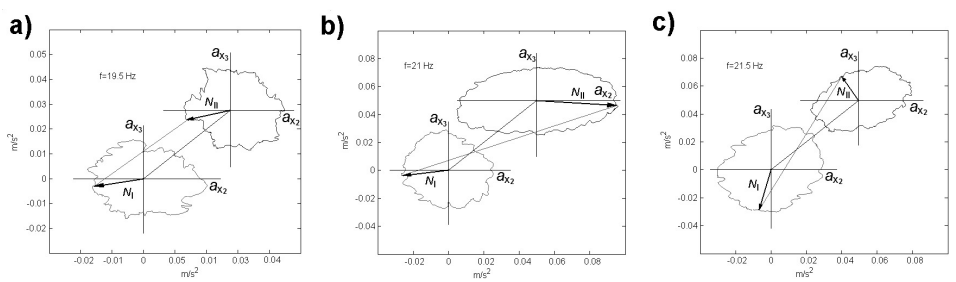
Rys. 6.5. *Układ z bryłą silnika mogący przemieszczać się w przestrzeni*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Za współrzędne przemieszczeń zgodnie z przyjętym układem współrzędnych x_1, x_2, x_3 (zorientowanym względem głównych centralnych osi bezwładności bryły silnika, jedną z głównych osi bezwładności, zwanej centralną główną osią bezwładności, jest oś jego wirowania) przyjęte zostały przemieszczenia translacyjne $[q_1\ q_2\ q_3]$ oraz przemieszczenia rotacyjne $[q_4\ q_5\ q_6]$ dowolnego punktu bryły.

Stan niewyważenia wirnika modelowany jest za pomocą dwóch wektorów niewyważenia, działających w dwóch płaszczyznach usytuowanych na obu końcach wału wirnika.

Siły wymuszające drgania działają w kierunku prostopadłym do osi x_1, tak więc przemieszczenia translacyjne q_1 i rotacyjne q_4 nie wystąpią. Elementy sprężyste posadowienia zostały opisane współczynnikami sprężystości k_1/k_2, dla których osie deformacji są zgodne odpowiednio z osiami x_3 i x_2 układu współrzędnych. Trajektorie przyspieszenia przemieszczeń osi wirnika w płaszczyznach tarcz łożyskowych wywołane niewyważeniem statycznym, momentowym i dynamicznym wirnika zostały przedstawione na rysunku 6.6. Pomiarów dokonano za pomocą pary akcelerometrów dwuosiowych wykonanych technologii MEMS (scalonego układu elektromechanicznego) o czułości 3,87 mV/m/s^2 i górnej granicy pasma przenoszenia 1 kHz.



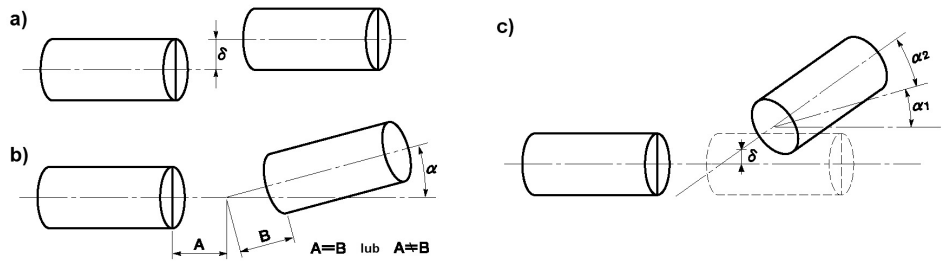
Rys. 6.6. *Trajektorie przyspieszenia przemieszczeń osi wału wywołanych niewyważeniem: a) statycznym, b) momentowym, c) dynamicznym. Drgania zarejestrowane poza obszarem drgań rezonansowych posadowienia silnika. Z uwagi na mały poziom sygnału zauważalne są szumy sygnału pomiarowego*

6.2. Wadliwe sprzężenie mechaniczne wałów

Brak współosiowości sprzęganych wałów może być także przyczyną występowania drgań [8]. Rozróżniamy dwa rodzaje braku współosiowości:

1) równoległe przemieszczenie osi sprzężonych wałów (rys. 6.7a). Wielkość ta podawana jest w [mm];
2) nachylenie kątowe osi sprzężonych wałów (rys. 6.7b). Wielkość ta podawana jest w stopniach lub w [mm/m].

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 6.7. *Niedopasowanie sprzężenia wałów: a) równoległe przemieszczenie osi, b) nachylenie kątowe osi, c) jednoczesne równoległe przemieszczenie i nachylenie kątowe osi*

Najczęściej oba rodzaje niedopasowania występują jednocześnie, zarówno w płaszczyźnie poziomej, jak i pionowej (rys. 6.7c).

Tolerancje niedopasowania wałów sprzęganych urządzeń określane są przez wytwórców sprzęgieł, przy czym niewielkie niedokładności dopasowania są kompensowane za pomocą elementów elastycznych. Niektóre konstrukcje sprzęgieł wytrzymują naprężenia wywołane przemieszczeniem osi wynoszącym nawet 1,9 mm i nachyleniem kątowym dochodzącym do 3 stopni. Siły wywołane brakiem współosiowości sprzęgniętych wałów wywołują znaczne naprężenia w wirujących i stałych elementach urządzeń. Najbardziej na zniszczenie narażone są łożyska i uszczelki. Przewidywany czas życia łożyska dla 90% przedziału ufności L_{10} (podawany w godzinach) maleje wraz ze wzrostem oddziaływujących na łożysko sił zgodnie z zależnością [8]:

$$L_{10} = \frac{(K_1 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3)}{n}\left[f_a \frac{C_E}{P} \right]^{10/3} \quad \text{[h]}, \tag{6.9}$$

gdzie: $K_1 = 16667$,

a_1, a_2, a_3 – współczynniki podawane przez wytwórców uwzględniające materiał, wykonanie i warunki pracy łożyska,

n – prędkość obrotowa [obr./min],

f_a – ilość łożysk,

C_E – obciążenie znamionowe łożyska,

P – obciążenie rzeczywiste.

W sytuacjach ekstremalnych może dojść do zmęczeniowego zniszczenia wału. Nie istnieją żadne normy dotyczące jakości pasowania wałów, w literaturze podaje się jedynie typowe tolerancje pasowania wałów w funkcji prędkości obrotowej [8] (tablica 6.1).

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Tablica 6.1

Prędkość obrotowa [obr./min]	Kątowe dopasowanie sprzęgniętych wałów [mm/m]		Równoległe przemieszczenie sprzęgniętych wałów [mm]	
	Bardzo dobre	Dopuszczalne	Bardzo dobre	Dopuszczalne
3000	0,25	0,40	0,020	0,065
1500	0,40	0,60	0,040	0,085
1000	0,60	0,80	0,065	0,130
750	0,80	1,25	0,085	0,170

Siły wywołane niedopasowaniem, przenoszone z jednego wału na drugi mogą mieć charakter zarówno statyczny, jak i zmienny wraz z obrotem wału. Jednostronne siły statyczne powstają w wyniku zmiany w posadowieniu jednego z urządzeń sprzęgniętych za pomocą sprzęgła sztywnego. Siły te mogą być przyczyną obniżenia się poziomu drgań maszyny z uwagi na to, że redukują występujące w łożyskach i przekładniach naturalne luzy. Przyczyną powstania sił zmiennych, zmieniających się od zera do wartości maksymalnej, synchronicznie z obrotami może być niedokładność (ekscentryczność) wykonania samego sprzęgła, lub użycie sprzęgieł tarczowych rozłączalnych przy nieidealnym pozycjonowaniu obu wałów. Siły wywołane niedopasowaniem są możliwe do wykrycia jedynie na podstawie wtórnych efektów występowania naprężeń. Są to:

a) przyspieszone zużycie uszczelek i łożysk;
b) zwiększony poziom drgań charakterystycznych dla łożysk;
c) występowanie drgań charakterystycznych dla danej konstrukcji sprzęgła;
d) występowanie drgań zarówno tangencjalnych, jak i aksjalnych;
e) występowanie drgań o częstotliwości obrotowej wału i podwójnej częstotliwości obrotowej wału;
f) przeciwne fazy drgań po obu stronach sprzęgła;
g) zjawiska termiczne w elementach poddanych naprężeniom.

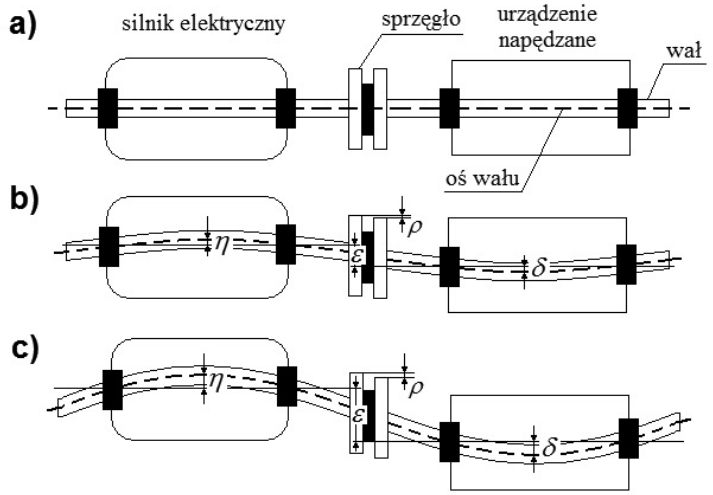
Nie wszystkie symptomy wymienione powyżej występują jednocześnie. Udział podstawowej i wyższych harmonicznych drgań zależy od rodzaju użytego sprzęgła oraz współpracującego urządzenia. Ponadto nie istnieje liniowa zależność pomiędzy amplitudą drgań a stopniem niedopasowania wałów (przyczyną jest zjawisko elastycznego dostosowania się sprzężonych wałów do wywieranych na nie naprężeń).

Mechanizm dostosowania elastycznego wałów połączonych sprzęgłem przy różnym stopniu niedopasowania (ugięcie wału silnika η i urządzenia napędzanego δ nie jest proporcjonalne do wzajemnego przesunięcia osi wałów ε w wyniku reakcji sprzęgła ρ) przedstawiony jest na rysunku 6.8.

Wszystko to sprawia, że detekcja stopnia braku współosiowości sprzęganych wałów w wirującej maszynie jest niezwykle trudna. Dlatego też podejmowane

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

są próby oceny stanu niedopasowania wałów na podstawie analizy prądu zasilania silnika oraz próby diagnozowania braku współosiowości poprzez pomiar termowizyjny efektów termicznych w ruchomych elementach sprzęgieł poddanych działaniu znacznych sił.



Rys. 6.8. *Mechanizm dostosowania elastycznego wałów połączonych sprzęgłem przy różnym stopniu niedopasowania: a) dopasowanie idealne, b) średni stopień niedopasowania, c) duży stopień niedopasowania*

6.3. Luzy mechaniczne

W wielu przypadkach luzy mechaniczne mogą być przyczyną powstania wyższych harmonicznych drgań oraz drgań subharmonicznych i interharmonicznych. W wirującej maszynie elektrycznej miejscem występowania luzów, oprócz niedokładnie wykonanych połączeń, mogą być także zużyte łożyska. W celu uproszczenia analizy ruchu środka masy wirnika zaniedbano wpływ sprzęgła i tarcia łożysk, a wirnik maszyny został zredukowany do punktu materialnego. Ruch środka masy wirnika odbywa się w płaszczyźnie tarczy łożyskowej po krzywej płaskiej. Przyjęto układ współrzędnych biegunowych (położenie wirnika określa promień wodzący r i kąt α). Na wirnik działają siły czynne $\overline{F}_i(\bar{r})$ oraz siły bierne (siły reakcji) określające więzy ruchu $\overline{R}_j$:

$$\sum_i \overline{F}_i(\bar{r}) + \sum_j \overline{R}_j = m_w \bar{a} = m_w \dot{\bar{v}} = m_w \ddot{\bar{r}}\,, \tag{6.10}$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

gdzie: $\bar{r}$ – wektor wodzący określający położenie środka wału O_w w stosunku do nieruchomego układu odniesienia związanego z tarczą łożyskową maszyny o środku O_s.
m_w – masa wirnika,
$\bar{a}$ – przyspieszenie środka masy wirnika podczas ruchu po krzywej płaskiej,
$\bar{v}$ – prędkość środka masy wirnika podczas ruchu po krzywej płaskiej.

Siłami czynnymi są siła ciężkości wirnika $m_w g$ i siła odśrodkowa wywołana niewyważeniem wirnika $Q\omega^2$ zgodnie z (6.1) i (6.2).

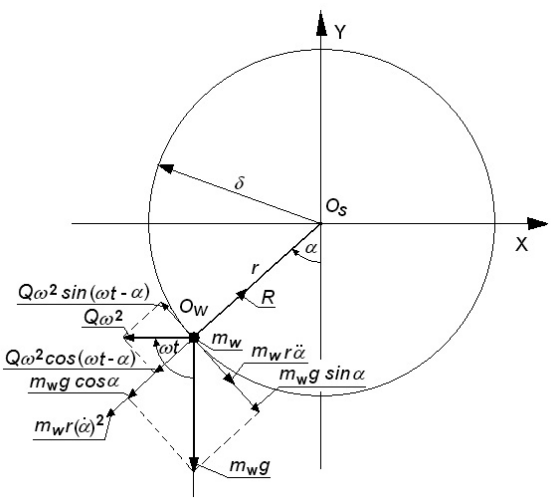
W przypadku luzu łożyska mamy do czynienia z więzami jednostronnymi. Gdy punkt materialny opuszcza tor określony przez więzy, jakie tworzy zewnętrzna bieżnia łożyska, porusza się jako punkt swobodny i wtedy siły reakcji $\bar{R}$ są równe zero. Łożysko można przybliżyć bezwymiarowym i bezmasowym elementem o zmiennej podatności zgodnie z zależnością:

$$k_l f(r,\delta) = \begin{cases} k_b & \text{dla} \quad \delta \le r \\ 0 & \text{dla} \quad r < \delta \end{cases}, \tag{6.11}$$

gdzie: r – radialne przemieszczenie wału,
δ – luz łożyska (szczelina łożyska),
k_b – liniowy zastępczy współczynniki sprężystości łożyska.

Takie uproszczenie jest uprawnione, gdyż masa łożyska jest niewielka w porównaniu z masą wirnika maszyny elektrycznej.

Siła bezwładności $m_w \bar{a}$ równoważy w każdej chwili układ sił działający na wirnik przedstawiony na rysunku 6.9.



Rys. 6.9. *Rozkład sił działających na środek masy wirnika*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Kątowy obrót wektora prędkości środka masy wirnika, równoważny kątowej zmianie położenia wektora wodzącego $\bar{r}$, powoduje powstanie siły tangencjalnej $m_w r\ddot{\alpha}$ i radialnej $m_w r(\dot{\alpha})^2$. W stanie dynamicznym kątowe przemieszczenie masy wirnika (promienia wodzącego) α opisane jest równaniem ruchu:

$$m_w r\ddot{\alpha} = -(m_w g \sin\alpha - Q\omega^2 \sin(\omega t - \alpha)), \tag{6.12}$$

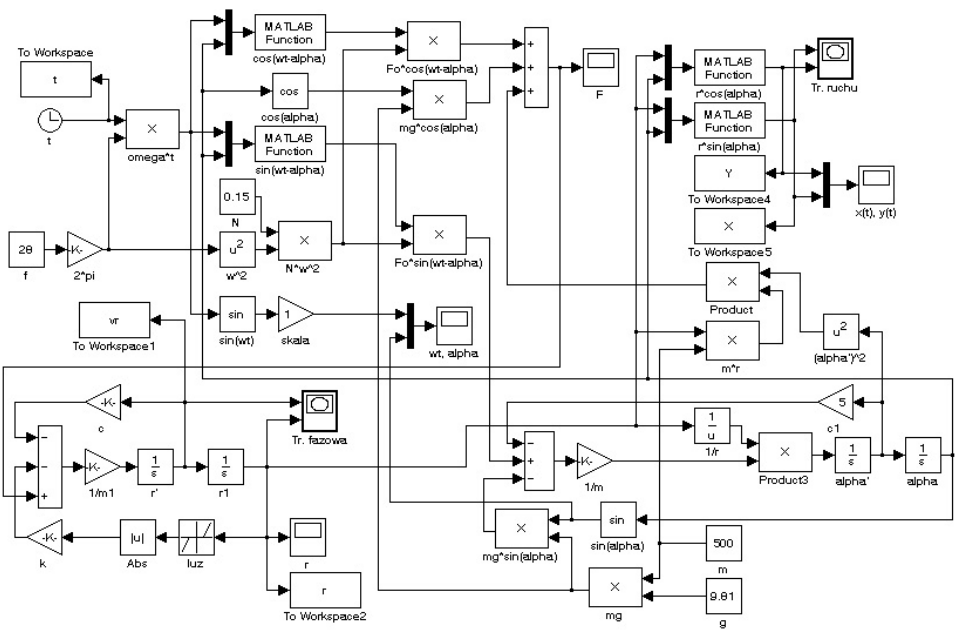
gdzie: $mg\sin\alpha$ – składowa tangencjalna siły ciężkości wirnika,
$Q\omega^2\sin(\omega t\text{-}\alpha)$ – składowa tangencjalna siły niewyważenia wirnika,
g – przyspieszenie ziemskie,

natomiast radialne przemieszczenie masy wirnika równaniem:

$$m_w\ddot{r} + c_r\dot{r} + k_l r - (m_w r(\dot{\alpha})^2 + m_w g\cos\alpha + Q\omega^2\cos(\omega t - \alpha)) = 0, \tag{6.13}$$

gdzie: c_r – łączny współczynnik tłumienia materiału łożyska i smaru w przestrzeni łożyskowej,
$mg\cos\alpha$ – składowa radialna siły ciężkości wirnika,
$Q\omega^2\cos(\omega t\text{-}\alpha)$ – składowa radialna siły niewyważenia wirnika.

W celu analizy mechanizmu powstawania różnej postaci drgań występujących w łożysku z luzem równania (6.12) i (6.13) rozwiązane zostały za pomocą programu symulacyjnego Matlab/Simulink (rys. 6.10).



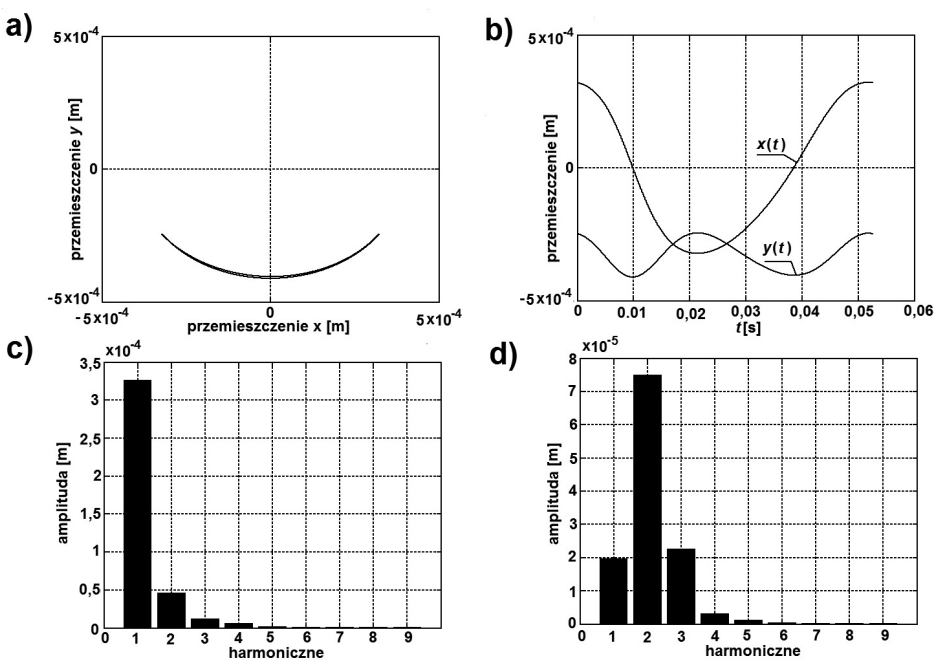
Rys. 6.10. *Program symulacyjny przemieszczenia środka wału*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Przyjęto masę wirnika m_w = 500 kg, współczynnik tłumienia łożyska c_1 = 400*103 Ns/m, liniowy zastępczy współczynnik sprężystości k_b = 1000*10^6 N/m, szczelinę łożyska δ = 400 μm oraz niewyważenie Q = 0,15 kg·m. Wielkość niewyważenia została tak dobrana, aby w zakresie prędkości obrotowej wału zmieniającej się od 300 obr./min do 3000 obr./min siła odśrodkowa F wywołana niewyważeniem przyjmowała wartość zarówno mniejszą, jak i większą od siły ciężkości wirnika.

Kąt α położenia środka masy wirnika może przyjmować wartości z zakresu: $\pi > \alpha > -\pi$ gdy siła odśrodkowa $Q\omega^2$ jest mniejsza od siły ciężkości wirnika. Jest to równoważne kołysaniu się wału wzdłuż dolnego łuku zewnętrznego pierścienia łożyska (rys. 6.11a). Pojawiają się (dominujące w osi pionowej) drgania o podwójnej częstotliwości obrotowej wału (rys. 6.11b,c,d). Dla małych wartości kąta α układ masa wirnika – łuk zewnętrznej bieżni łożyska z luzem tworzy wahadło o okresie drgań własnych:

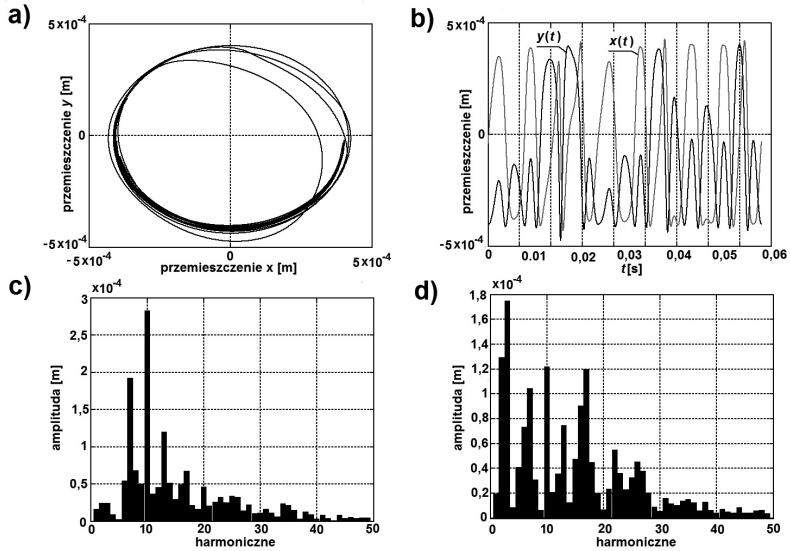
$$T_w = 2\pi\sqrt{\delta / g}\,. \tag{6.14}$$



Rys. 6.11. *a) Trajektoria położenia wału – 1140 obr./min, b) poziome i pionowe przemieszczenia środka wału, c) widmo amplitudowe drgań poziomych, d) widmo amplitudowe drgań pionowych*

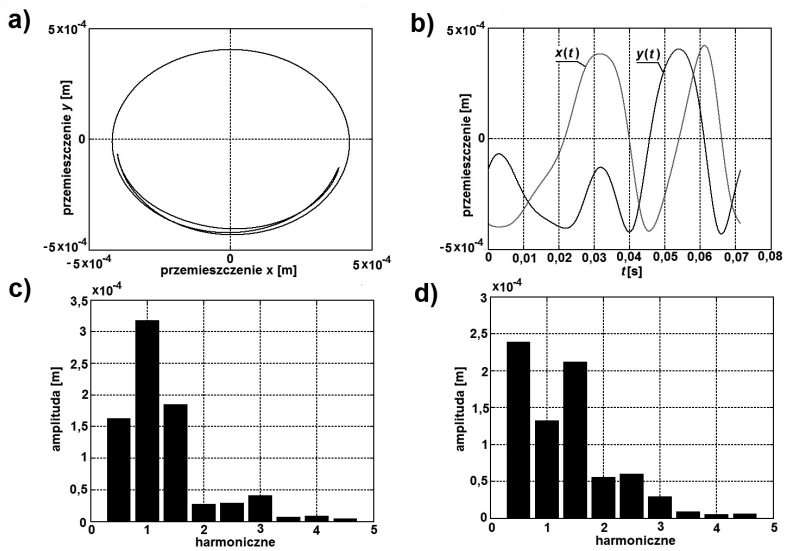
Gdy częstotliwość obrotowa wału jest bliska częstotliwości drgań własnych 1/T_w drgania wału przybierają charakter drgań chaotycznych (rys. 6.12a,b). Pojawiają się subharmoniczne i interharmoniczne rzędu 1/3, 2/3, 4/3, 5/3, ... (rys. 6.12c,d).

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 6.12. *a) Trajektoria położenia wału – 1380 obr./min, b) poziome i pionowe przemieszczenia środka wału, c) widmo amplitudowe drgań poziomych, d) widmo amplitudowe drgań pionowych*

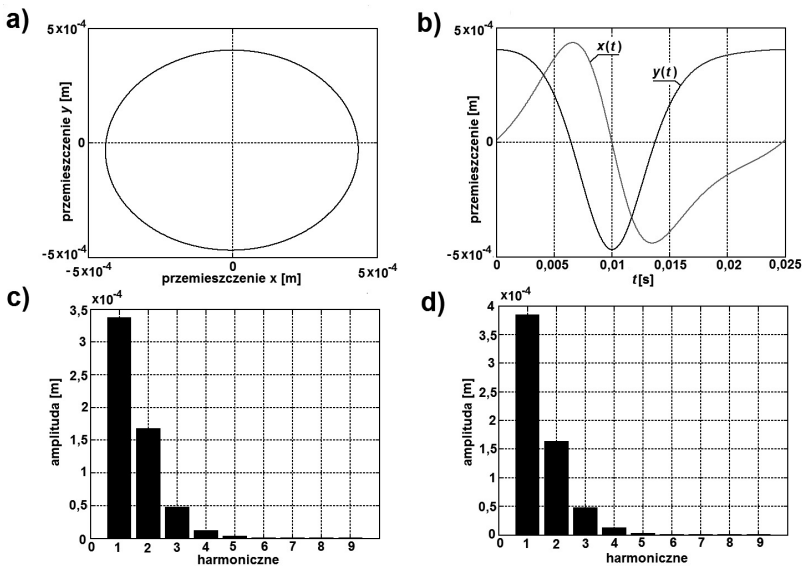
W przypadku gdy siła odśrodkowa $Q\omega^2$ jest niemal równa sile ciężkości wirnika, wirnik przemieszcza się zarówno wzdłuż zewnętrznego pierścienia łożyska, jak również wykonuje kołysanie (rys. 6.13a). Pojawiają się drgania subharmoniczne rzędu 1/2 i drgania o podwójnej częstotliwości obrotowej wału (rys. 6.13b,c,d).



Rys. 6.13. *a) Trajektoria położenia wału – 1680 obr./min, b) poziome i pionowe przemieszczenia środka wału, c) widmo amplitudowe drgań poziomych, d) widmo amplitudowe drgań pionowych*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Gdy siła odśrodkowa jest znacząco większa od siły ciężkości wirnika wał przemieszcza się wzdłuż zewnętrznego pierścienia łożyska i kąt α zmienia się w zakresie $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ (rys. 6.14a). Z uwagi na pewną podatność łożyska ujawniają się także harmoniczne drgań o częstotliwości dwukrotnie większej niż częstotliwość obrotowa wału (rys. 6.14b,c,d).



Rys. 6.14. *a) Trajektoria położenia wału – 2400 obr./min, b) poziome i pionowe przemieszczenia środka wału, c) widmo amplitudowe drgań poziomych, d) widmo amplitudowe drgań pionowych*

6.4. Łożysko toczne

Łożyska są elementem konstrukcyjnym maszyn elektrycznych, umożliwiającym realizację ruchu obrotowego wirnika z minimalnymi stratami mechanicznymi, najintensywniej podlegający procesowi zużyciowemu. Badania wskazują, że uszkodzenia łożysk stanowią niemal połowę wszystkich uszkodzeń maszyn elektrycznych (od 41% do 52% wszystkich awarii) [5]. Pomimo niskiego kosztu łożysk w porównaniu z kosztem maszyny, ich awaria przynosi dodatkowe straty ekonomiczne związane z wyłączeniem maszyn z pracy na czas remontu. Ponadto wadliwe łożysko niekorzystnie wpływa na otoczenie, generując drgania i hałas. Stąd też wynika szczególna waga, jaką przykłada się do diagnostyki węzła łożyskowego maszyny.

Przyczyną uszkodzeń łożysk jest zbyt wysoka temperatura, obciążenie wywołane niedopasowaniem wałów, nadmierne obciążenie, przenoszenie nad-

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

miernych drgań, ukryte defekty, korozja wywołana czynnikami zewnętrznymi, nieprawidłowy montaż, niewłaściwe zastosowanie. Uszkodzenia łożysk mogą dotyczyć bieżni wewnętrznej, bieżni zewnętrznej, kulek (wałków) oraz koszyczka.

Wynikiem postępującego procesu zużyciowego jest degradacja stanu powierzchni wywołana tarciem tocznym i prądami łożyskowymi. W fazie początkowej rozwoju uszkodzenia najczęściej powstają lokalne mikropęknięcia powierzchni kulki/wałka łożyska lub bieżni wywołane procesem zmęczeniowym warstw kontaktowych. Wpływ mikropęknięć na pracę łożyska można porównać do ciągu udarów (wystąpienia sił o charakterze kinematycznym). Przy dostatecznie dużych amplitudach oscylacji smar zostaje wyciśnięty z przestrzeni pomiędzy powierzchniami bieżni i elementów tocznych. Występuje zjawisko zacierania i wzrost temperatury, które prowadzą do dalszego lokalnego ubytku materiału łożyska (mikropęknięcia powierzchni pod wpływem procesu zmęczeniowego i w konsekwencji jego awarii). Impulsy udarowe powodują zaburzenia stanów równowagi rozchodzące się w sprężystym materiale, z jakiego zbudowany jest wirnik i korpus maszyny. Zaburzenia te rozchodzą się w postaci fali zależnej od własności fizycznych materiału oraz kształtu i wymiarów elementów maszyny. Wzbudzają także strukturalne drgania rezonansowe (zgodnie z (5.24) o charakterze sygnału harmonicznego o zanikającej amplitudzie przedstawionego na rysunku 5.6) poszczególnych elementów maszyny elektrycznej o częstotliwościach zawartych w przedziale od 2 kHz nawet do 20 kHz (zakres średnich częstotliwości). Generalny wzrost amplitudy drgań w tym zakresie częstotliwości jest pierwszą oznaką uszkodzenia łożyska [9]. Proces propagacji zaburzenia w elementach korpusu silnika elektrycznego opisuje zależność (1.2).

Częstotliwości periodycznych impulsów udarowych zależą od miejsca występowania lokalnego uszkodzenia powierzchni elementów łożyska (bieżnia wewnętrzna, bieżnia zewnętrzna, element toczny) i są opisane zależnościami analitycznymi zależnymi od geometrii łożyska i względnej prędkości wirowania bieżni zewnętrznej i wewnętrznej [2][3]:

- częstotliwość przetaczania się pierścienia łożyska po kulkach (wałkach) oraz częstotliwość udarów wywołanych uszkodzeniem bieżni zewnętrznej:

$$f_{bz} = \frac{n}{2} f_r \left(1 - \frac{BD}{PD} \cos\beta\right), \tag{6.15}$$

- częstotliwość udarów wywołanych uszkodzeniem bieżni wewnętrznej:

$$f_{bw} = \frac{n}{2} f_r \left(1 + \frac{BD}{PD} \cos\beta\right), \tag{6.16}$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

– częstotliwość udarów wywołana uszkodzeniem kulki/wałka:

$$f_k = \frac{PD}{BD} f_r \left[1 - \left(\frac{BD}{PD} \cos\beta \right)^2 \right], \tag{6.17}$$

– częstotliwość udarów wywołana defektem koszyka lub niejednakowym wymiarem elementów tocznych:

$$f_c = \frac{f_r}{2} \left(1 - \frac{BD}{PD} \cos\beta \right), \tag{6.18}$$

gdzie: n – liczba kulek/wałków w łożysku,
f_r – względna częstotliwość obrotowa bieżni zewnętrznej i wewnętrznej,
BD – średnica kulki/wałka,
PD – średnica podziałowa łożyska, $PD = (d+D)/2$ (d, D – odpowiednio średnica bieżni wewnętrznej i zewnętrznej),
β – kąt działania.

Pomiędzy częstotliwościami charakterystycznymi łożyska zachodzą związki:

$$f_{bz} + f_{bw} = n f_r , \tag{6.19}$$

$$f_{bz} = n f_c , \tag{6.20}$$

$$f_{bw} = n(f_r - f_c) . \tag{6.21}$$

Częstotliwości wyznaczone na podstawie zależności ((6.15) – (6.18)) są słuszne jedynie w wypadku idealnego łożyska. W rzeczywistości elementy toczne nie tylko przetaczają się po bieżniach, ale także ślizgają się z uwagi na obecność smaru. Zjawisko poślizgu uwzględnia się, wprowadzając współczynnik poślizgu e, który zwykle przybiera wartość z zakresu 0,8 – 1.

W większości katalogów znaleźć można dane potrzebne do obliczenia charakterystycznych częstotliwości łożysk. Gdy brak jest jakichkolwiek danych o łożysku stosuje się zależności przybliżone:

$$\begin{aligned} f_{bz} &= 0{,}4 n f_r , \\ f_{bw} &= 0{,}6 n f_r . \end{aligned} \tag{6.22}$$

Poprawne wyznaczenie częstotliwości charakterystycznych łożysk wymaga bezpośredniego zmierzenia lub wyznaczenia drogą pośrednią częstotliwości f_r.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Osadzenie bieżni wewnętrznej łożyska na wale powoduje, że względna częstotliwość obrotowa bieżni zewnętrznej i wewnętrznej jest równa częstotliwości obrotowej wału: $f_r = f_w$. Najprostszy sposób wyznaczenia prędkości obrotowej wirnika maszyny indukcyjnej opiera się na pomiarze prądu silnika. Przyjmując liniową zmianę prędkości obrotowej w funkcji prądu (od prędkości bliskiej prędkości synchronicznej przy prądzie biegu jałowego do znamionowej prędkości obrotowej przy prądzie obciążenia znamionowego) aktualną prędkość obrotową można oszacować z dokładnością umożliwiającą identyfikację częstotliwości charakterystycznych w widmie amplitudowym sygnału drgań.

Widmo drgań podstawowych generowanych przez łożysko może mieć skomplikowany charakter. Nieuszkodzone łożysko generuje jedynie drgania o częstotliwości f_{bz} i jej wielokrotności. Są to tak zwane drgania parametryczne, wywołane zmienną podatnością łożyska związaną z występowaniem siły ciężkości wirnika oddziaływującej jedynie na kilka przemieszczających się elementów tocznych łożyska znajdujących się w dolnym położeniu (tylko w wypadku silnika pracującego w pozycji poziomej). Wzrost amplitudy drgań o częstotliwości f_{bz} wskazuje na rozwój uszkodzenia bieżni zewnętrznej lub na występowanie luzów w łożysku. W tym ostatnim wypadku jest to związane z uderzeniami wewnętrznego pierścienia łożyska o elementy toczne podczas przemieszczania się wału. Niedostateczne wyważenie wału sprawia, że siła nacisku na elementy toczne ma zmienną amplitudę i kierunek. W konsekwencji częstotliwość f_{bz} przetaczania elementów tocznych może zostać zmodulowana częstotliwością obrotową wirnika f_w (w widmie częstotliwościowym pojawiają się składowe o częstotliwościach $f_{bz} \pm f_w$). Błąd kształtu bieżni (ekscentryczność, owalność, falistość) są przyczyną powstania drgań w zakresie niskich i średnich częstotliwości. Przy dużym luzie mogą pojawić się autooscylacje wirnika wywołane pulsacją sił tarcia toczenia. Najczęściej częstotliwość tych oscylacji jest równa $2f_c$. Uszkodzenie bieżni wewnętrznej, koszyka, kulki lub wałka łożyska spowoduje pojawienie się oscylacji o odpowiednich częstotliwościach (opisanych zależnościami (6.15) – (6.18)) oraz ich wielokrotnościach.

Opisane wyżej uszkodzenia łożyska należą do kategorii tak zwanych uszkodzeń cyklicznych (element toczny, bieżnia lub koszyczek łożyska napotykają na punktowo zlokalizowane uszkodzenie). W łożysku wydzielić możemy także uszkodzenie niecykliczne – korozję (chropowatość) powierzchni kontaktowych. Korozja pojawia się w wyniku zużycia łożyska, zanieczyszczenia smaru, niedokładnego smarowania i poślizgu toczących się elementów. Defekt korozji jest rozłożony na większej powierzchni i wywołuje szerokie spektrum drgań o charakterze niestacjonarnym. Podobne zjawisko występuje w wyniku uszkodzenia powierzchni tocznych łożyska przez prądy łożyskowe (występujące przy zasilaniu maszyny indukcyjnej zarówno ze źródła napięcia sinusoidalnego, jak i z falownika) [4]. Także siły tarcia występujące w łożysku przy niedostatecznej ilości

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

smaru lub jego złej jakości, podobnie jak chropowatość powierzchni, wzbudzają drgania szerokopasmowe o wysokich częstotliwościach.

Dlatego też kryterium jakości łożyska jest sformułowane na podstawie szeregu wskaźników:
- trwałości (czas pracy łożyska),
- dokładności wykonania,
- oporów ruchu,
- poziomu generowanych drgań,
- poziomu generowanego hałasu.

Przeprowadzone badania wskazują, że każdy z wyżej wymienionych wskaźników zależy w sposób odwrotnie proporcjonalny od poziomu drgań V (własnych lub zewnętrznych) działających na łożysko. W konsekwencji ogólne kryterium jakości łożyska Q [3], zdefiniowane jako ważona suma poszczególnych wskaźników jakości, przyjmuje postać:

$$Q \sim V^{-1}. \tag{6.23}$$

Tak więc o jakości łożyska (stanie technicznym) decyduje ogólny poziom drgań. Biorąc pod uwagę drgania generowane w poszczególnych pasmach częstotliwościowych, zależność (6.23) przyjmuje postać:

$$Q = \sum_{i=1}^{N} \frac{w_i}{V_i}, \quad 0 < w_i < 1, \tag{6.24}$$

gdzie: N – analizowane pasma częstotliwościowe,
w – współczynnik wagi przypisany drganiom z danego zakresu częstotliwościowego.

Klasyfikację stanu technicznego łożysk tocznych o średnicach zewnętrznych od 38 do200 mm, na podstawie średniego poziomu generowanych drgań korpusu maszyny, jaką znaleźć można w literaturze [1], przedstawiono w tabeli 6.1.

Tabela 6.1

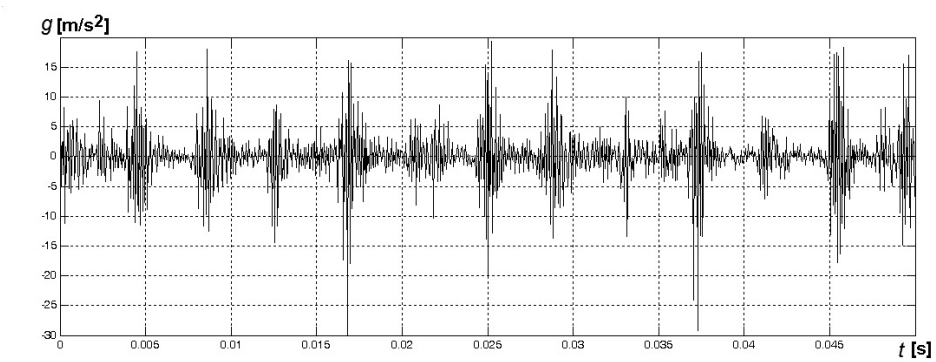
Stan łożyska	**Wartość szczytowa przyspieszenia drgań**	**Wartość szczytowa prędkości drgań**
	[g]	**[mm·s^{-1}]**
Awaryjny	100	140,5
Groźny	17,8	59,25
Do planowanej wymiany	3,16	25,0
Niewielki defekt	0,56	10,5
Bez uszkodzeń	0,2	4,5 – 0,25

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Przykład. Z uwagi na wymóg wysokiej rozdzielczości częstotliwościowej przy analizie cyklicznych drgań podstawowych wadliwego łożyska szeroko stosuje się analizę sygnału wibracyjnego w zakresie drgań strukturalnych. W tym zakresie sygnał procesu wibracyjnego (symptom) można przybliżyć sygnałem średnioczęstotliwościowym (o częstotliwości rezonansowych drgań strukturalnych) zmodulowanym sygnałem okresowym o stosunkowo niskiej częstotliwości (związanej z danym uszkodzeniem łożyska), będącym obwiednią sygnału drgań strukturalnych. Analiza sygnału wibracyjnego wywołanego uszkodzeniem powierzchni tocznych łożyska przeprowadzona została na podstawie badań silnika indukcyjnego SZJe12b z łożyskiem z lokalnym uszkodzeniem bieżni wewnętrznej od strony napędu i łożyskiem z lokalnym uszkodzeniu bieżni zewnętrznej od przeciwnej strony napędu. Diagnostyczny sygnał pomiarowy został odebrany z akcelerometru o czułości 9,96 mV/g, paśmie przenoszenia 3 Hz – 20 kHz i częstotliwości rezonansowej 45 kHz, umieszczonego w dwóch punktach badanej maszyny: na krawędzi tarczy łożyskowej od strony napędu i na korpusie od przeciwnej strony napędu. Eksperyment został tak zaplanowany, aby zminimalizować zewnętrzne czynniki niemodulujące, przy czym zakłada się periodyczność występowania impulsów udarowych wywołaną wirowaniem wału maszyny. Zależność (1.2) przy zaniedbaniu niemodulujących wzbudzonych drgań upraszcza się w tym wypadku do postaci:

$$x_{\xi}(t) = \left(x_s(t)x_t(t)x_{pm}(t)\right) * h(t) + n(t), \tag{6.25}$$

gdzie: $x_s(t)$ – sygnał zaburzenia periodyczny, z częstotliwością f_m (opisaną zależnościami (6.15) – (6.18)), wywołany uszkodzeniem łożyska.

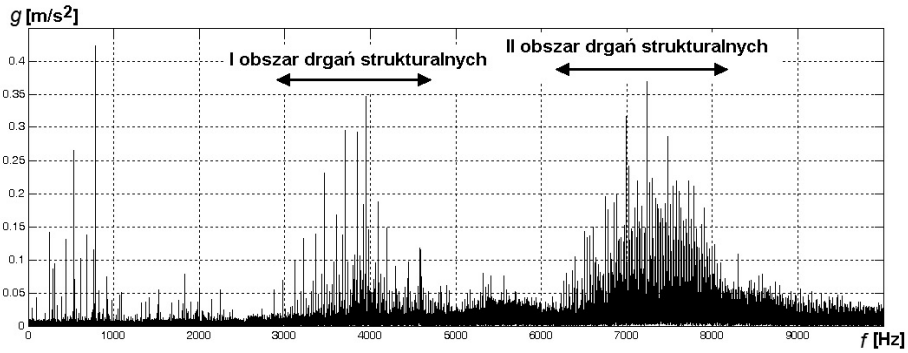


Rys. 6.15. *Chwilowy przebieg przyspieszenia drgań radialnych wywołanych uszkodzeniem bieżni wewnętrznej i zewnętrznej łożyska. Czujnik drgań umieszczony na krawędzi tarczy łożyskowej od strony napędu*

Na rysunku 6.15 przedstawiono chwilowy przebieg przyspieszenia drgań. Zauważyć można regularną repetycję wzbudzanych drgań strukturalnych zgodnie z (6.25). Widmo przyspieszenia drgań (rys. 6.16) ujawnia dwa znaczące obszary

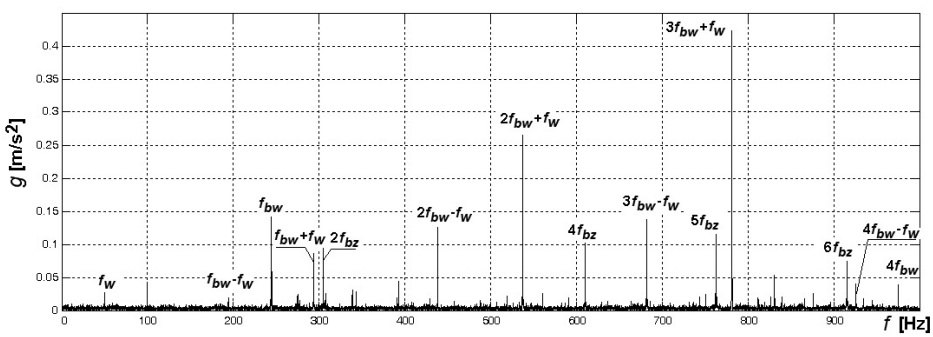
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

rezonansu strukturalnego świadczące o występowaniu dwóch dominujących częstotliwości rezonansowych.



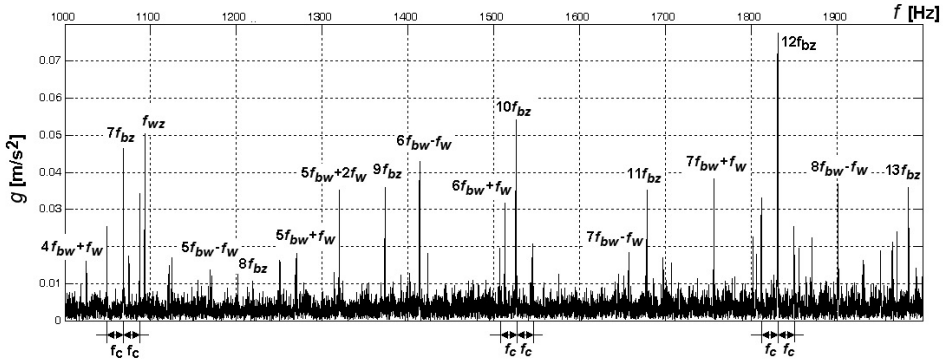
Rys. 6.16. *Widmo przyspieszenia drgań radialnych wywołanych uszkodzeniem bieżni wewnętrznej i zewnętrznej łożyska. Czujnik drgań umieszczony na krawędzi tarczy łożyskowej od strony napędu*

Znalezienie oryginalnych składowych częstotliwościowych wywołanych uszkodzeniem łożyska w niskoczęstotliwościowym zakresie widma (częstotliwości opisane zależnościami (6.15)–(6.18)) wymaga zastosowania analizy harmonicznej o wysokiej rozdzielczości częstotliwościowej. Warunkiem uzyskania wysokiej rozdzielczości częstotliwościowej pomiaru jest dochowanie dużej stabilności pracy maszyny, co bywa czasami trudne do osiągnięcia. Podczas eksperymentu rejestrowane były 10-sekundowe partie sygnału wibracyjnego, dzięki czemu uzyskano rozdzielczość częstotliwościową widma wynoszącą 0,1 Hz. W niskoczęstotliwościowym zakresie analizowanego sygnału wibracyjnego występują częstotliwości podstawowe i ich wyższe harmoniczne związane z uszkodzeniem bieżni wewnętrznej i zewnętrznej łożysk (rys. 6.17, rys. 6.18).



Rys. 6.17. *Niskoczęstotliwościowy zakres widma przyspieszenia drgań radialnych wywołanych uszkodzeniem bieżni wewnętrznej i zewnętrznej łożyska. Czujnik drgań umieszczony na krawędzi tarczy łożyskowej od strony napędu. W widmie ujawniają się składowe o częstotliwości* kf_{bw} *(k=1, 2, 3…) i częstotliwości różnicowej* $kf_{bw}\pm f_w$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 6.18. *Niskoczęstotliwościowy zakres widma przyspieszenia drgań radialnych wywołanych uszkodzeniem bieżni wewnętrznej i zewnętrznej łożyska. Czujnik drgań umieszczony na krawędzi tarczy łożyskowej od strony napędu. Zaznaczono pasma boczne odległe o częstotliwość f_c wokół częstotliwości kf_{bz}*

Udary wywołane uszkodzeniem bieżni wewnętrznej ujawniają się przez obecność składowej harmonicznej f_{bw} i jej wielokrotności. Występowanie częstotliwości f_w związanej z prędkością wirowania wału i składowych harmonicznych o częstotliwości $f_{bw}\pm f_w$ pozwala na zidentyfikowanie czynnika modulującego $x_{pm}(t)$. W tym przypadku jest nim stacjonarna siła radialna występująca pomiędzy wirnikiem i stojanem maszyny (wywołana siłą ciężkości wirnika i/lub statyczną ekscentrycznością wirnika). Siła ta synchronicznie z obrotem bieżni wewnętrznej moduluje amplitudę impulsów udarowych (przybliżonych szeregiem trygonometrycznym) wywołanych lokalnym uszkodzeniem:

$$\begin{aligned} &U_{0n}\cos(k\omega_{bw}t)(F_0+F_0\cos(\omega_w t)= \\ &=F_0U_{0n}[\cos(k\omega_{bw}t)+\cos((k\omega_{bw}+\omega_w)t)+\cos((k\omega_{bw}-\omega_w)t)]\,, \end{aligned} \tag{6.26}$$

gdzie: U_{0n} – amplitudy szeregu trygonometrycznego przybliżającego impulsy udarowe,
k – 1, 2,... – rząd składowych harmonicznych,
F_0 – amplituda stacjonarnej siły radialnej,
ω_{bw} – częstość repetycji impulsów udarowych, $\omega_{bw}=2\pi f_{bw}$,
ω_w – prędkość kątowa wirnika, $\omega_w=2\pi f_w$.

Zgodnie z (6.26) dominujące składowe o częstotliwościach $f_{bw}\pm f_w$ i ich wielokrotności traktować należy jako pasma boczne wokół częstotliwości f_{bw} i jej wielokrotności. Podobnie wpływa na sygnał pomiarowy czynnik modulujący $x_t(t)$, który opisuje cykliczne z obrotami wału zmiany drogi i kierunku propagacji zaburzenia wywołanego udarem, którą przybliżyć można zależnością:

$$x_t(t)=(F_1+F_{10}\cos(\omega_w t))\,, \tag{6.27}$$

gdzie: F_1, F_{10} – amplitudy czynnika modulującego $x_t(t)$.

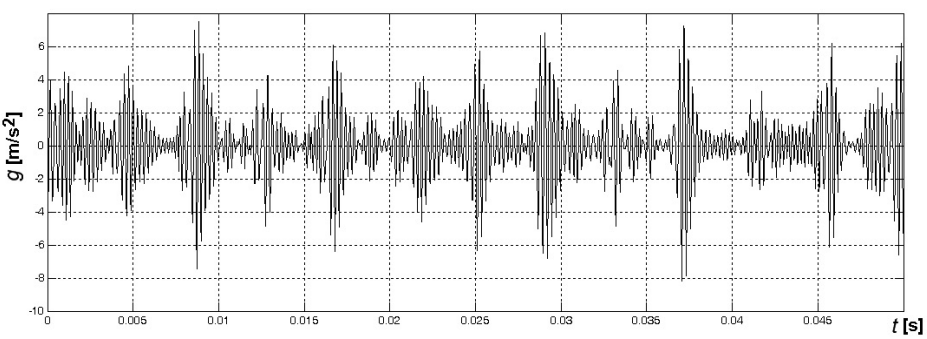
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Udary wywołane uszkodzeniem bieżni zewnętrznej ujawniają się przez obecność składowych harmonicznych o częstotliwości będącej wielokrotnością f_{bz} (z dominującymi wielokrotnościami parzystymi). Na sygnał uszkodzenia nieruchomej bieżni zewnętrznej (w maszynie elektrycznej osadzonej w tarczy łożyskowej) nie wpływa czynnik modulujący $x_t(t)$, a jedynie czynnik modulujący $x_{pm}(t)$. Czynnik modulujący $x_{pm}(t)$ związany z częstotliwością wirowania koszyczka łożyska (przetaczania się elementów tocznych) powoduje powstanie pasm bocznych o częstotliwościach różnicowych $f_{bz} \pm f_c$ wokół częstotliwości f_{bz} i jej wielokrotności (rys. 6.18). W zakresie niskoczęstotliwościowym widma ujawniają się także harmoniczne drgań związane z siłami radialnymi wywołanymi strukturą żłobkową pakietu wirnika (czynnik niemodulujący) o częstotliwości opisanej zależnością:

$$f_{wz} = \frac{N_2}{p} f_w + 2 f_1 , \tag{6.28}$$

gdzie: N_2 – liczba zębów wirnika,
p – liczba par biegunów,
f_1 – częstotliwość prądu zasilania silnika.

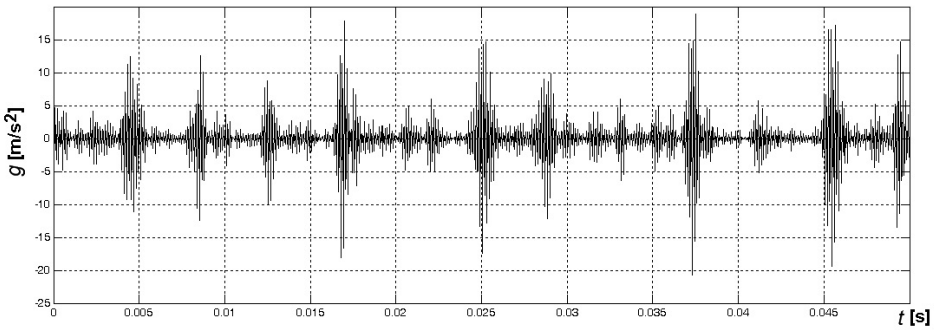
Drgania związane ze strukturą żłobkowo-zębową maszyny zostaną omówione w następnym rozdziale. Należy zwrócić uwagę na potencjalne problemy z identyfikacją poszczególnych składowych harmonicznych, gdy dodatkowo występują niskoczęstotliwościowe zewnętrzne czynniki niemodulujące.



Rys. 6.19. *Chwilowy przebieg przyspieszenia drgań radialnych związanych z I obszarem drgań strukturalnych o częstotliwości 3920 Hz. Czujnik drgań umieszczony na krawędzi tarczy łożyskowej od strony napędu*

Wydzielenie sygnału drgań strukturalnych związanego z I i II obszarem za pomocą filtrowania pasmowo-przepustowego (rys. 6.19, rys. 6.20) pozwala odnaleźć częstotliwości rezonansu strukturalnego. Częstotliwości drgań wywołanych rezonansem strukturalnym leżą dokładnie po środku I i II obszaru drgań strukturalnych (rys. 6.16) i w przypadku zrealizowanego eksperymentu wynoszą odpowiednio 3920 Hz i 7490 Hz.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

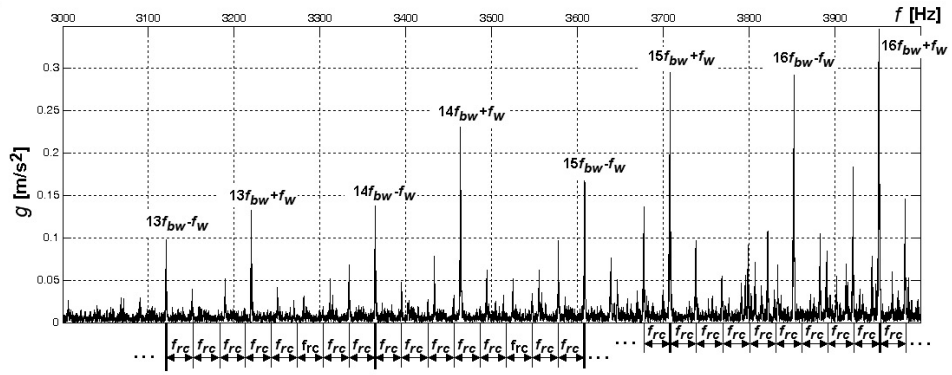


Rys. 6.20. *Chwilowy przebieg przyspieszenia drgań radialnych związanych z II obszarem drgań strukturalnych o częstotliwości 7490 Hz. Czujnik drgań umieszczony na krawędzi tarczy łożyskowej od strony napędu*

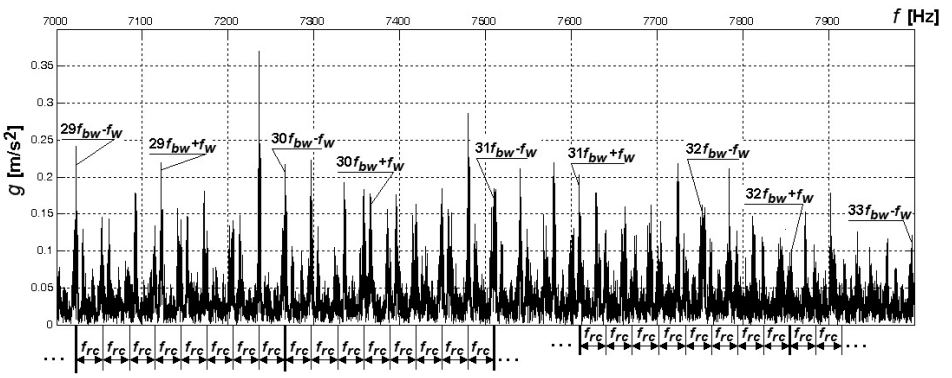
Należy zwrócić uwagę, że analizowany sygnał wibracyjny różni się od sygnału wysokoczęstotliwościowego zmodulowanego sygnałem okresowym. Najważniejsza różnica wynika z faktu, że składowej harmonicznej związanej z drganiami strukturalnymi nie można traktować dokładnie tak jak częstotliwości nośnej występującej w klasycznym procesie modulacji, gdyż jest ona wzbudzana każdorazowo w momencie wystąpienia udaru. Możemy więc spodziewać się występowania nieciągłości amplitudowej (zanik drgań strukturalnych) i fazowej (skokowa zmiana fazy po każdorazowym udarze) składowej wysokoczęstotliwościowej sygnału. Występuje tu niejako sytuacja odwrotna – sygnał niskoczęstotliwościowy repetycji udarów jest modulowany sygnałem wysokoczęstotliwościowym drgań strukturalnych. W rezultacie widmo sygnału w obszarze drgań strukturalnych (które w dalszym ciągu traktujemy jak widmo sygnału zmodulowanego amplitudowo) nie ma charakteru ciągłych pasm bocznych występujących wokół częstotliwości nośnej, lecz pasm bocznych o charakterze dyskretnym. Występowanie w dyskretnym widmie częstotliwościowym wokół składowych o wielokrotności częstotliwości $f_{bw}\pm f_w$ prążków odległych o wartość częstotliwości różnicowej $f_{rc}=f_w-f_c$ świadczy o wpływie, podobnie jak w wypadku uszkodzenia bieżni zewnętrznej, czynnika modulującego $x_t(t)$, związanego z częstotliwością przetaczania się elementów tocznych łożyska. W efekcie występuje podwójna modulacja powodująca powstanie prążków bocznych o częstotliwości różnicowej f_{rc}. Widmo składowych częstotliwościowych drgań zarejestrowanych za pomocą czujnika drgań umieszczonego na tarczy łożyskowej z łożyskiem z uszkodzoną bieżnią wewnętrzną z zakresu I i II obszaru drgań strukturalnych zostało przedstawione na rysunku 6.21 i rysunku 6.22.

Zjawisko modulacji częstotliwością różnicową $f_{rc}=f_w-f_c$ ujawnia się w obszarze rezonansu strukturalnego, co wskazuje, że zjawisko to związane jest z własnymi częstotliwościami rezonansowymi elementów łożyska i zależne od drogi i kierunku propagacji zaburzenia. W II obszarze drgań strukturalnych amplituda pasm bocznych staje się większa niż amplituda $f_{bw}\pm f_w$ wyższych harmonicznych częstotliwości charakterystycznych uszkodzenia bieżni łożyska.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 6.21. *Widmo przyspieszenia drgań radialnych w I obszarze drgań strukturalnych wywołanych uszkodzeniem bieżni wewnętrznej. Czujnik drgań umieszczony na krawędzi tarczy łożyskowej od strony napędu. Zaznaczono pasma boczne o częstotliwości różnicowej $f_{rc}=f_w-f_c$ wokół częstotliwości $kf_{bw}\pm f_w$*

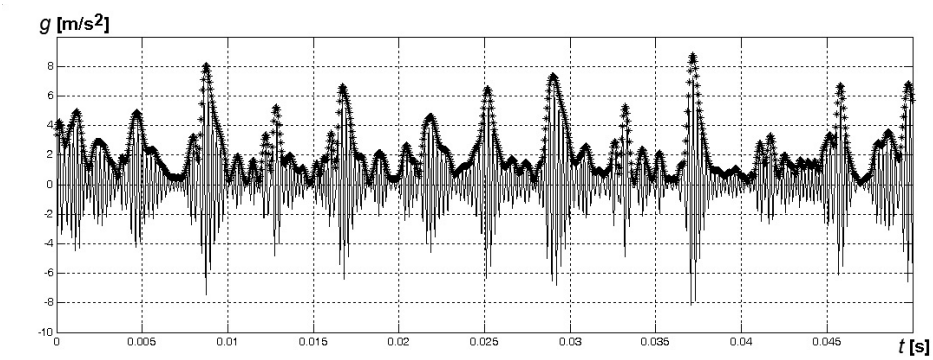


Rys. 6.22. *Widmo przyspieszenia drgań radialnych w II obszarze drgań strukturalnych wywołanych uszkodzeniem bieżni wewnętrznej i zewnętrznej. Czujnik drgań umieszczony na krawędzi tarczy łożyskowej od strony napędu. Zaznaczono pasma boczne o częstotliwości różnicowej $f_{rc}=f_w-f_c$ wokół częstotliwości $kf_{bw}\pm f_w$*

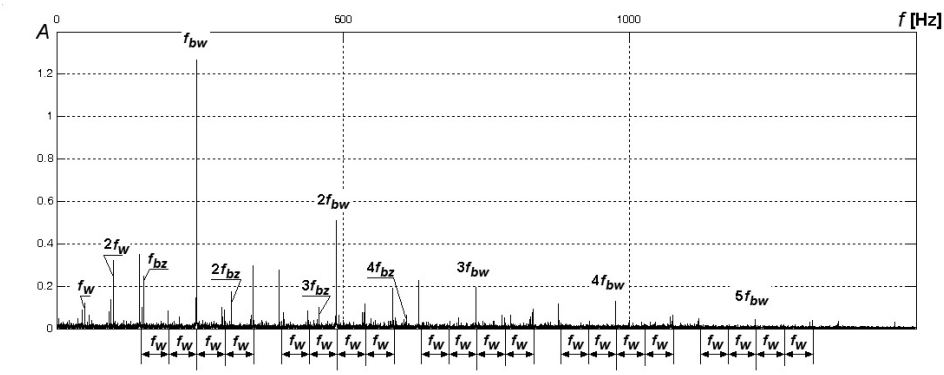
Z uwagi na sygnalizowane potencjalne problemy z odnalezieniem częstotliwości charakterystycznych uszkodzenia powierzchni łożyska w niskoczęstotliwościowym zakresie widma, szeroko stosowana jest analiza obwiedni selektywnie wydzielonego z zakresu rezonansu strukturalnego sygnału. Obwiednia sygnału niesie ze sobą informację o częstotliwości repetycji udarów wywołanych uszkodzeniem, a jednocześnie fragment sygnału z uwagi na charakter drgań rezonansowych jest niewrażliwy na wpływ zewnętrznych źródeł drgań niemodulujących. Do wyznaczenia obwiedni sygnału zastosować można detektor obwiedni lub transformatę Hilberta. Na rysunku 6.23 przedstawiono obwiednię sygnału związanego z I zakresem drgań strukturalnych (prezentowanego na rysunku 6.19), wyznaczoną za pomocą transformaty Hilberta.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Analiza częstotliwościowa sygnału obwiedni I (rys. 6.23) oraz II (rys. 6.25) obszaru drgań strukturalnych umożliwia odnalezienie częstotliwości charakterystycznych uszkodzenia łożyska f_{bw} i f_{bz}, gdyż częstotliwość modulacji jest bezpośrednio związana z rodzajem występującego uszkodzenia.



Rys. 6.23. *Obwiednia chwilowego przebiegu przyspieszenia drgań radialnych związanych z I obszarem drgań strukturalnych o częstotliwości 3920 Hz. Czujnik drgań umieszczony na krawędzi tarczy łożyskowej od strony napędu*

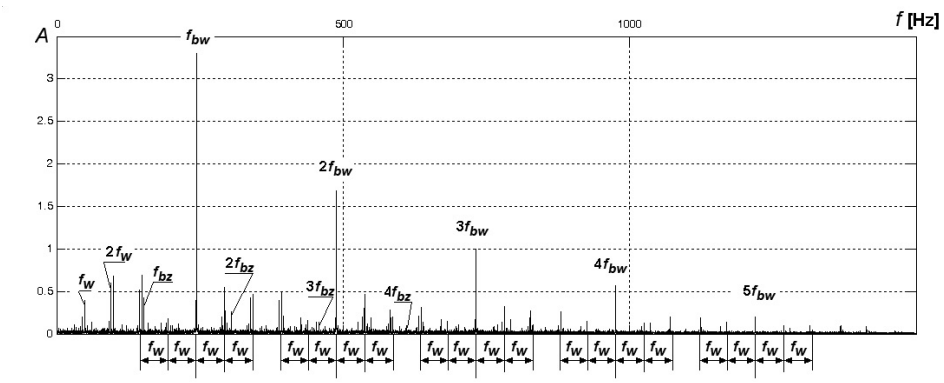


Rys. 6.24. *Widmo obwiedni chwilowego przebiegu przyspieszenia drgań radialnych związanych z I obszarem drgań strukturalnych o częstotliwości 3920 Hz. Czujnik drgań umieszczony na krawędzi tarczy łożyskowej od strony napędu*

Porównanie amplitud składowych harmonicznych widma obwiedni wyznaczonej dla dwóch obszarów drgań strukturalnych ujawnia istotną wadę metody. Jest nią niemożność powiązania głębokości modulacji drgań strukturalnych ze stopniem uszkodzenia łożyska, gdyż do analizy wykorzystujemy drgania rezonansowe. Dlatego, jeśli tylko jest to możliwe, należy wykorzystywać zakres częstotliwościowy sygnału poza obszarem rezonansu strukturalnego (rys. 6.17). Analiza obwiedni nie pozwala także na jednoznaczne powiązanie wykrytego uszkodzenia (na co wskazuje obecność częstotliwości charakterystycznych) z danym ło-

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

żyskiem. Widmo obwiedni (rys. 6.24 i rys. 6.25) sugeruje uszkodzenie zarówno bieżni wewnętrznej, jak i zewnętrznej. Głębokość modulacji sugerowałaby dużo wyższy poziom uszkodzenia bieżni wewnętrznej niż zewnętrznej, tymczasem uszkodzenie bieżni wewnętrznej występuje w łożysku od strony napędu, a bieżni zewnętrznej w łożysku od przeciwnej strony napędu.



Rys. 6.25. *Widmo obwiedni chwilowego przebiegu przyspieszenia drgań radialnych związanych z II obszarem drgań strukturalnych o częstotliwości 7490 Hz. Czujnik drgań umieszczony na krawędzi tarczy łożyskowej od strony napędu*

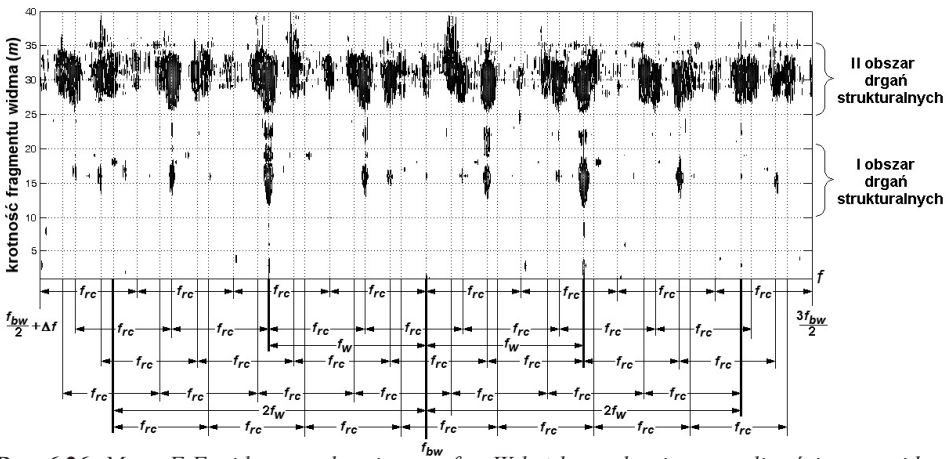
6.5. Analiza porównawcza struktury częstotliwościowej drgań korpusu silnika wywołanych uszkodzeniem łożysk

Trudności z jednoznacznym powiązaniem wykrytego za pomocą czujnika przyspieszenia drgań uszkodzenia z konkretnym łożyskiem (w wypadku gdy w maszynie stosowane są identyczne łożyska od strony napędu i od przeciwnej strony napędu) można pokonać, analizując sygnał drgań zarejestrowany w różnych punktach na korpusie maszyny. Norma PN-EN60034-14 wskazuje położenie czujników drgań bezpośrednio na osłonach łożysk lub tarczach łożyskowych w kierunku prostopadłym i równoległym do osi wału maszyny. Wskazanie uszkodzonego łożyska umożliwia analiza porównawcza struktury częstotliwościowej całego widma zarejestrowanych sygnałów wibracyjnych.

Przykład. Analiza struktury częstotliwościowej sygnału wibracyjnego wywołanego uszkodzeniem powierzchni tocznych łożyska przeprowadzona została na podstawie badań silnika indukcyjnego SZJe12b z łożyskiem z lokalnym uszkodzeniem bieżni wewnętrznej od strony napędu i łożyskiem z lokalnym uszkodzeniem bieżni zewnętrznej od przeciwnej strony napędu. Diagnostyczny sygnał pomiarowy został

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

odebrany z akcelerometru o czułości 9,96 mV/g, paśmie przenoszenia 1–20 kHz i częstotliwości rezonansowej 45 kHz, umieszczonego w dwóch punktach badanej maszyny: na krawędzi tarczy łożyskowej od strony napędu i na korpusie od przeciwnej strony napędu. Regularną strukturę składowych częstotliwościowych tworzących pasma boczne wokół częstotliwości charakterystycznych uszkodzenia bieżni wewnętrznej kf_{bw} i zewnętrznej kf_{bz} łożyska ujawnia mapa F-F widma drgań radialnych, w której kolejne odpowiadające sobie elementy każdej partii widma sygnału są oddalone o $f_{syn} = f_{bw}$ (rys. 6.26) i $f_{syn} = f_{bz}$ (rys. 6.28). Pionowe pasma złożone ze składowych harmonicznych i ich pasm bocznych współmiernych z kf_{bw} świadczą o dominującym udziale sygnału wywołanego uszkodzeniem bieżni wewnętrznej.

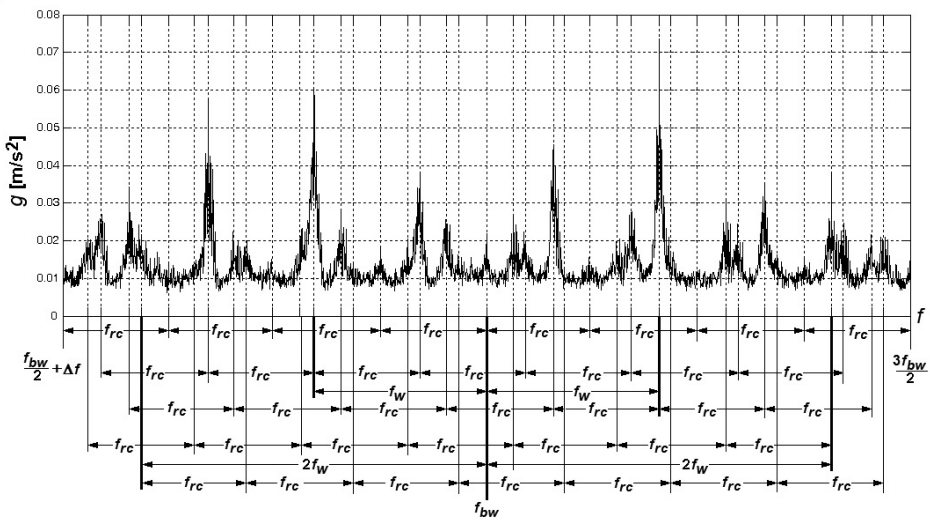


Rys. 6.26. *Mapa F-F widma synchroniczna z f_{bw}. W każdym zakresie częstotliwościowym widma w sygnale ujawniają się pasma boczne podstawowe (odległe o f_w) i pasma boczne dodatkowe (odległe o f_{rc}). Czujnik drgań umieszczony na krawędzi tarczy łożyskowej od strony napędu*

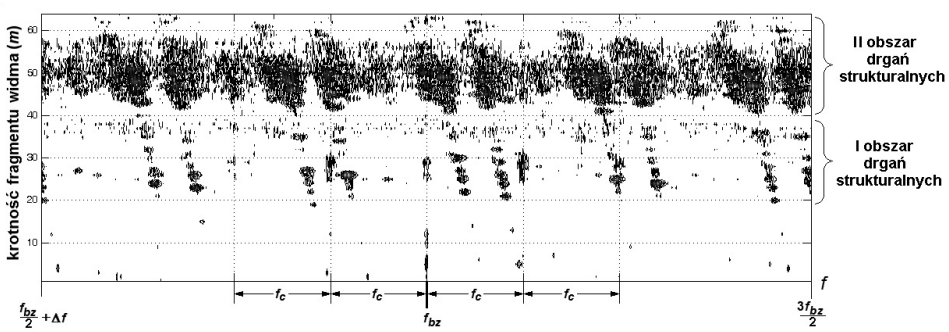
Na rysunku 6.27 przedstawiony został uśredniony rozkład amplitud składowych harmonicznych wyznaczony na podstawie mapy widma synchronizowanego z częstotliwością kf_{bw}. Pozwala on oszacować, które składowe harmoniczne i ich wielokrotności mają największy udział w procesie wibracyjnym. W tym wypadku są to składowe $kf_{bw} \pm f_w$ oraz składowe $kf_{bw} \pm f_w \pm f_{rc}$.

Mapa widma synchroniczna z f_{bz} (rys. 6.28) także ujawnia regularność, jednak jej obraz jest znacznie bardziej skomplikowany. Ukośny wzór świadczy o występowaniu istotnych składowych częstotliwościowych niewspółmiernych z f_{bz}. Różnice w obrazie mapy widma należy powiązać z różnym stopniem tłumienia generowanych drgań, a także z różną postacią funkcji $h(t)$ opisującej właściwości rezonansowe elementów maszyny, zależnymi od odległości czujnika drgań od ich źródła. Na podstawie analizy widma synchronicznego można wysnuć wniosek, że tłumienie sygnału jest znacznie słabsze w wypadku uszkodzenia bieżni wewnętrznej niż w wypadku bieżni zewnętrznej.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



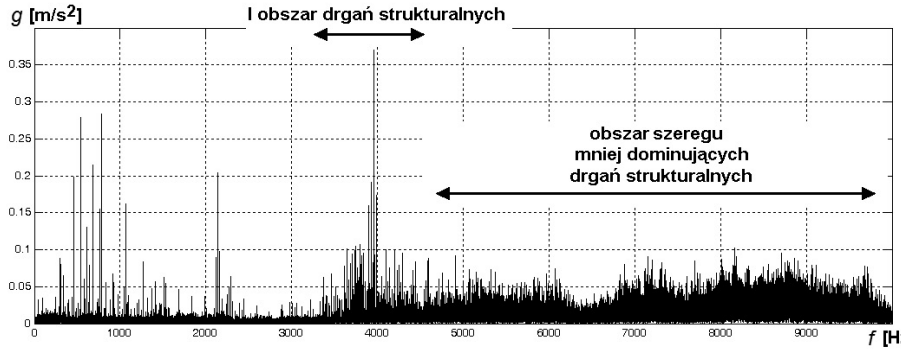
Rys. 6.27. *Uśredniony rozkład amplitudowy widma częstotliwościowego wyznaczonego na podstawie mapy F-F widma synchronicznej z kf_{bw}. Widoczne są te same pasma boczne (odległe o f_w i f_{rc}) jak w wypadku mapy synchronicznej. Czujnik drgań umieszczony na krawędzi tarczy łożyskowej od strony napędu*



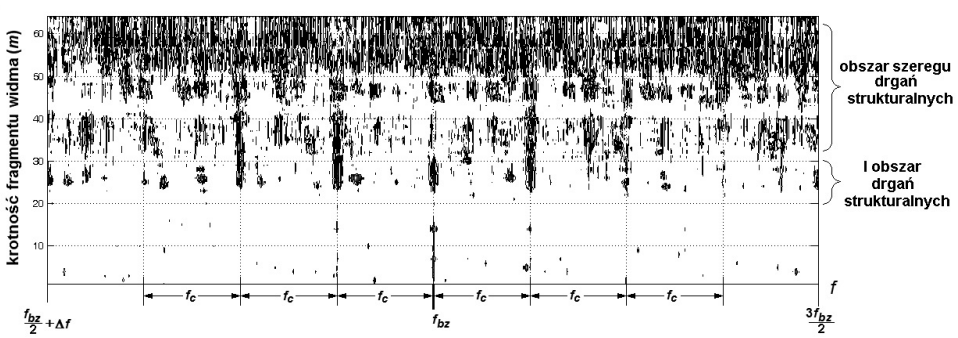
Rys. 6.28. *Mapa F-F widma synchroniczna z f_{bz}. Czujnik drgań umieszczony na krawędzi tarczy łożyskowej od strony napędu. Obraz struktury częstotliwościowej sygnału drgań jest bardziej skomplikowany. Ukośny wzór ujawnia dominację drgań asynchronicznych z f_{bz}. W obrazie odnaleźć można ślad pasm bocznych odległych o f_c*

Obraz mapy F-F widma synchronicznej z f_{bz} (rys. 6.30) znacznie się upraszcza, gdy analizowany jest sygnał z czujnika umieszczonego na korpusie od przeciwnej strony napędu, a więc możliwie blisko łożyska z uszkodzoną bieżnią zewnętrzną. Zauważalna jest różnica struktury amplitudowo-częstotliwościowej sygnału. W zakresie najwyższych analizowanych częstotliwości ujawnia się szereg obszarów rezonansu strukturalnego (rys. 6.29). Zgodnie z modelem generowania drgań opisanym zależnością (6.25) struktura częstotliwościowa widma przyspieszenia drgań zależy od miejsca umieszczenia czujnika.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 6.29. *Widmo przyspieszenia drgań radialnych wywołanych uszkodzeniem bieżni wewnętrznej i zewnętrznej łożyska. Czujnik drgań umieszczony na korpusie od przeciwnej strony napędu. Oprócz I obszaru drgań strukturalnych o częstotliwości 3920 Hz ujawnia się szereg obszarów o częstotliwościach ok.: 4,71 kHz, 5,25 kHz, 6,20 kHz, 8,25 kHz, ... i mniej wybitnych amplitudach*

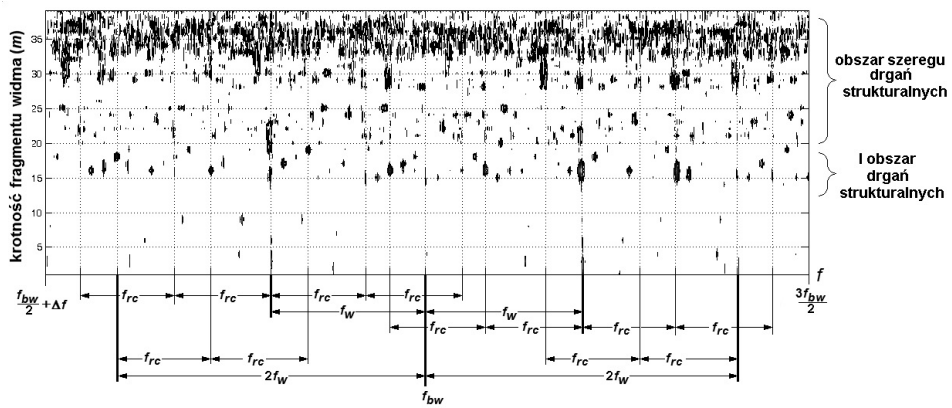


Rys. 6.30. *Mapa F-F widma synchroniczna z f_{bz}. Czujnik drgań umieszczony na korpusie od przeciwnej strony napędu. Pionowy wzór ujawnia dominację drgań synchronicznych z f_{bz}. W każdym zakresie częstotliwościowym ujawniają się pasma boczne odległe o f_c*

Natomiast obraz mapy F-F widma synchronicznej z f_{bw} (rys. 6.31) ujawnia dodatkowo harmoniczne drgań niewspółmierne z f_{bw}. W wypadku czujnika umieszczonego na tarczy łożyskowej od strony wału dominujący jest rezonans elementów łożyska i tarczy łożyskowej, w wypadku czujnika umieszczonego na korpusie od strony wentylatora mamy dodatkowo do czynienia z wpływem rezonansu beczki stojana.

Porównanie map F-F widm synchronizowanych z częstotliwościami f_{bw} i f_{bz} wyznaczonych na podstawie sygnałów pochodzących z czujników umieszczonych w różnych możliwie blisko obu diagnozowanych łożysk maszyny, umożliwia skojarzenie rodzaju uszkodzenia z danym łożyskiem, pomimo występowania w sygnale wibracyjnym drgań korpusu wywołanych zarówno uszkodzeniem bieżni wewnętrznej, jak i zewnętrznej łożyska.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 6.31. *Mapa F-F widma synchroniczna z f_{bw}. Czujnik drgań umieszczony na korpusie od przeciwnej strony napędu. Pionowy wzór ujawnia drgania synchroniczne z f_{bw}. Ukośny wzór świadczy o znaczącym udziale drgań asynchronicznych z f_{bw} – drgań wywołanych uszkodzeniem bieżni zewnętrznej. W każdym zakresie częstotliwościowym ujawniają się pasma boczne odległe o f_{rc}*

6.6. Drgania samowzbudne łożysk ślizgowych

Drgania samowzbudne maszyn wirnikowych powstają w wyniku niestabilności hydrodynamicznej w układzie czop-panewka łożyska ślizgowego [3]. Jest ona rezultatem nieliniowego oddziaływania pomiędzy statycznym obciążeniem i siłami tarcia. Nieliniowość związana jest ze zmienną grubością filmu olejowego, która rośnie wraz z wychyleniem się wału od położenia równowagi. Niestabilność może być spowodowana warunkami pracy łożysk: luzem, ciśnieniem czynnika smarującego, jego lepkością, prędkością obrotową wału i jego obciążeniem oraz niewyważeniem (pojawia się w nieobciążonych maszynach przy dużej prędkości wirowania). Wirem olejowym nazywamy drgania samowzbudne, przy których środek wału (środek masy) przemieszcza się w obrębie szczeliny łożyskowej z częstotliwością niższą niż jego częstotliwość obrotowa. Tego typu drgania o częstotliwości $0{,}1 \cdot f_n$ do $1 \cdot f_n$ (najczęściej $1/2 \cdot f_n$ i $1/3 \cdot f_n$) uważane są za szczególnie groźne, gdyż wał podlega drganiom giętym (poszczególne przekroje wału są na przemian ściskane i rozciągane). Gdy częstotliwość drgań jest bliska częstotliwości rezonansowej układu wał/wirnik-łożysko, amplituda może osiągać bardzo duże wartości. Wtedy mówimy o wirze rezonansowym.

Niestabilność związana z materiałem, z jakiego zbudowany jest wał/wirnik (właściwościami histerezowymi konstrukcji wirnika) nosi nazwę wiru histerezowego. Drgania o tym charakterze powstają w chwili przejścia długiego giętkiego wirnika maszyny elektrycznej przez krytyczną prędkość obrotową i utrzymują tę częstotliwość niezależnie od późniejszej prędkości obrotowej.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Literatura

[1] Blake M., P., Mitchell W., S., „Vibration and Acoustic Measurement Handbook", New York, Spartan Books 1972.
[2] Brüel&Kjær Technical Review, „Vibration Monitoring of Machines", No. 1, 1987.
[3] Cempel C., „Podstawy wibroakustycznej diagnostyki maszyn", WNT, 1982.
[4] Chmelnik K., Pospisilik J., Foldyna J., „Laziskove proudy v elektrickych strojach", VSB-YU Ostrava 2008, ISBN 978-807225-290-9, 186.
[5] EPRI, „Improved Motors for Utility Applications", Publication EL-2678, Vol. 1, October 1982.
[6] Konarzewski Z., „Podstawy technicznej mechaniki ciała stałego", WNT, 1985.
[7] Latek W., „Badanie maszyn elektrycznych w przemyśle", WNT, 1987.
[8] Piotrkowski J., „Shaft alignment handbook" Taylor & Francis 2006, ISBN 1574447211.
[9] Swędrowski L., „Nowa metoda diagnostyki łożysk silnika indukcyjnego oparta na pomiarze i analizie widmowej prądu zasilającego", Politechnika Gdańska, Monografie 54, 2005.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

7 Oddziaływania elektromagnetyczne w maszynach elektrycznych

Oddziaływania elektromagnetyczne są przyczyną występowania sił pomiędzy rdzeniem stojana i biegunami wirnika. Siły te, zmienne w czasie i przestrzeni, powodują drgania konstrukcji i deformację pierwotnego kształtu rdzenia. Jedną z głównych sił jest naciąg magnetyczny [2], [3]. W dowolnym punkcie szczeliny powietrznej maszyny elektrycznej (opisanym kątem α) występuje siła radialna, której wielkość na jednostkę powierzchni opisuje przybliżona zależność:

$$p_r(\alpha,t) = \frac{b_\delta{}^2(\alpha,t)}{2\mu_0}, \tag{7.1}$$

gdzie: $b_\delta(\alpha,t)$ – chwilowa wartość indukcji na powierzchni szczeliny opisana kątem α,

μ_0 – przenikalność magnetyczna próżni (praktycznie równa przenikalności powietrza),

przy założeniu, że przenikalność magnetyczna rdzenia ferromagnetycznego jest bardzo duża ($\mu_{Fe} = \infty$) oraz stała (obwód magnetyczny jest nienasycony). Zależność ta pozwala na ujawnienie związków pomiędzy siłami pochodzenia magnetycznego i parametrami silnika oraz strukturą geometryczną maszyny, a w konsekwencji ze zmianami wywołanymi procesami starzeniowymi i zużyciowymi.

Przy ustalonej pracy maszyny pole indukcji w szczelinie okresowe w czasie i przestrzeni można przedstawić w postaci szeregu harmonicznego:

$$b(\alpha,t) = \sum_{i=1}^{\infty} B_i \cos(\nu_i \alpha - \omega_i t - \varphi_i), \tag{7.2}$$

gdzie: B_i – amplituda składowej harmonicznej indukcji rzędu i,

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

v_i – liczba falowa składowej harmonicznej indukcji rzędu i,
ω_i – pulsacja składowej harmonicznej indukcji rzędu i,
φ_i – przesunięcie fazowe harmonicznej indukcji rzędu i.

Amplitudy B_i fal indukcji zależą od szeregu parametrów maszyny, warunków eksploatacji i ewentualnego uszkodzenia. Z tego powodu wyznacza się je dla każdego indywidualnego przypadku. Generalnie przyjmuje się, że amplitudy są odwrotnie proporcjonalne do liczby par biegunów fali indukcji (jedna para biegunów harmonicznej pola o liczbie falowej v rozpięta jest na łuku $2\pi/v$) i wprost proporcjonalne do współczynnika grupy uzwojenia.

Podstawiając (7.1) do (7.2) i przyjmując konwencję zapisu $\cos\alpha\cdot\cos\beta = (1/2)\cos(\alpha\pm\beta)$, otrzymujemy wyrażenie na gęstość sił radialnych w szczelinie maszyny:

$$\begin{aligned} p_r(\alpha,t) &= \frac{1}{2\mu_0}\left[\sum_{i=1}^{\infty} B_i \cos(v_i\alpha - \omega_i t - \varphi_i\right]^2 = \\ &= \frac{1}{2\mu_0}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty} B_k B_l \cos(v_k\alpha - \omega_k t - \varphi_k)\cos(v_l\alpha - \omega_l t - \varphi_l) = \\ &= \frac{1}{2\mu_0}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty} \frac{B_k B_l}{2}\cos((v_k \pm v_l)\alpha - (\omega_k \pm \omega_l)t - (\varphi_k \pm \varphi_l)) = \\ &= \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty} P_{kl}\cos(v_{kl}\alpha - \omega_{kl}t - \varphi_{kl}) \quad , \end{aligned} \tag{7.3}$$

gdzie: $P_{kl} = (B_k B_l)/(4\mu_0)$,
$v_{kl} = v_l \pm v_k$,
$\omega_{kl} = \omega_l \pm \omega_k$,
$\varphi_{kl} = \varphi_l \pm \varphi_k$.

Z powyższej zależności wynika, że dana harmoniczna siły radialnej jest kombinacją dwóch składowych harmonicznych indukcji magnetycznej. Na podstawie (7.3), zależność opisującą składową harmoniczną biegnącej fali siły radialnej o liczbie falowej rzędu v, można uszeregować w postaci:

$$p_{r,v}(\alpha,t) = \sum_{v=0}^{\infty} P_{r,v}\cos(v\alpha - \omega_{r,v}t - \varphi_{r,v}) = \sum_{v=0}^{\infty} P_{r,v}\cos(v(\alpha - (\omega_{r,v}/v)t) - \varphi_{r,v}) \,, \tag{7.4}$$

gdzie: $P_{r,v}$ – amplituda składowej harmonicznej indukcji rzędu v.

Siły radialne przemieszczają się w przestrzeni z prędkością kątową ω_r/v i zmieniają w czasie z częstotliwością $\omega_{r,v}/2\pi$. Siły te mogą wywołać znaczące drgania, gdy okres fali przestrzennej będzie dostatecznie długi (liczba falowa siły radialnej jest silnie związana z daną postacią drgań korpusu maszyny) oraz wtedy, gdy ich pulsacja jest bliska pulsacji rezonansowej danego elementu konstrukcji. Najwięk-

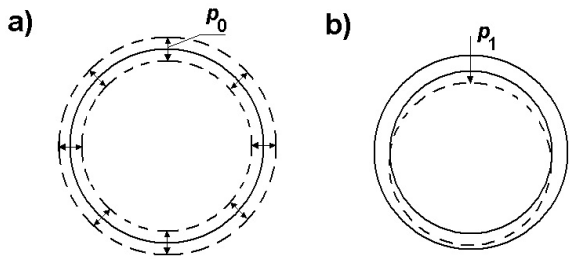
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

sze znaczenie mają harmoniczne o liczbie falowej $\nu = 0, 1, 2, 3, 4$. Z uwagi na to, że w większości maszyn elektrycznych wirnik możemy traktować jak lity walec stalowy, siły radialne wywoływać będą głównie drgania cylindra stojana [1].

Liczba falowa $\nu = 0$. Powstaje siła o postaci:

$$p_0(t) = A_0 \cos \omega_0 t \,. \tag{7.5}$$

Wirnik poddany jest wewnętrznemu naciskowi. Zjawisko to zachodzi wtedy, gdy występuje połączenie dwóch harmonicznych indukcji o jednakowej liczbie falowej (długości fali), ale różnej prędkości kątowej (rys. 7.1a).



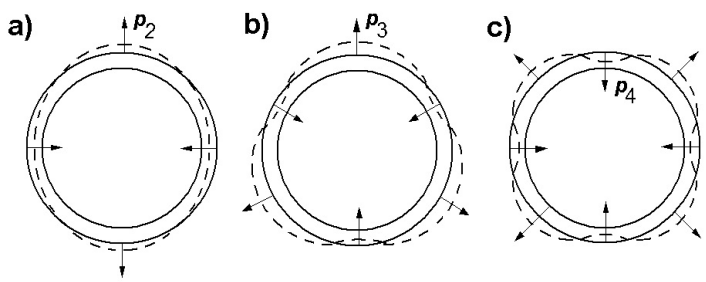
Rys. 7.1. *Zmiana wymiaru geometrycznego cylindra stojana wywołana harmoniczną sił radialnych o liczbie falowej ν = 0 (a) i liczbie falowej ν = 1 (b)*

Liczba falowa $\nu = 1$. Powstaje siła o postaci:

$$p_1(\alpha, t) = A_1 \cos(\alpha - \omega_1 t) \,. \tag{7.6}$$

Wirnik poddany jest jednostronnemu obciążeniu, przemieszczającemu się w przestrzeni z prędkością kątową ω_1 (rys. 7.1b). W przypadku rezonansu mogą wzbudzić się drgania o znacznej amplitudzie. Ten typ siły wymuszającej powstaje wtedy, gdy oddziałują dwie harmoniczne pola, których różnica liczby par biegunów wynosi 1.

Liczba falowa $\nu = 2, 3, 4$. W tym wypadku siła radialna wywołuje giętne deformacje cylindra stojana (rys. 7.2).



Rys. 7.2. *Deformacja cylindra stojana wywołana harmoniczną sił radialnych o liczbie falowej: ν = 2 (a), ν = 3 (b), ν = 4 (c)*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Składowe styczne siły elektromagnetycznej są wynikiem współdziałania pola stojana/wirnika odpowiednio z okładem prądowym wirnika/stojana:

$$p_t(\alpha,t) = b(\alpha,t)\theta(\alpha,t)\,, \tag{7.7}$$

gdzie: $\theta(\alpha,t)$ – okład prądowy.

W silnikach małej i średniej mocy amplitudy drgań wytwarzanych przez siły styczne są znacznie mniejsze od amplitud drgań wywołanych siłami radialnymi, przy czym przyjmuje się, że znaczące siły styczne wytwarzane są przy współdziałaniu prądu wirnika z polem stojana. Wzbudzane są wtedy naprężenia o liczbie falowej i częstotliwości zgodnej z naprężeniami radialnymi.

7.1. Oddziaływania elektromagnetyczne w silniku indukcyjnym

Indukcja występująca w szczelinie (przy założeniu bardzo dużej przenikalności magnetycznej żelaza μ_{Fe} w stosunku do przenikalności magnetycznej powietrza μ_0 oraz przyjmując, że napięcie magnetyczne pomiędzy stojanem i wirnikiem jest równe wypadkowemu przepływowi obwodu stojana i wirnika) jest iloczynem przewodności szczeliny powietrznej oraz wypadkowego przepływu wirnika i stojana, zmiennych w czasie i przestrzeni:

$$b_\delta(\alpha,t) = \lambda(\alpha,t)\theta(\alpha,t)\,. \tag{7.8}$$

Na rozkład indukcji w szczelinie wpływa także asymetria obwodu magnetycznego.

Niech oś d_s przechodząca przez środek pierwszego pasma fazowego stojana i oś d_w przechodząca przez środek pręta 1 uzwojenia wirnika stanowią odniesienie dla dowolnego punktu wzdłuż łuku szczeliny powietrznej (rys. 7.3).

W danej chwili czasowej t kąt pomiędzy osią d_s i d_w opisuje zależność:

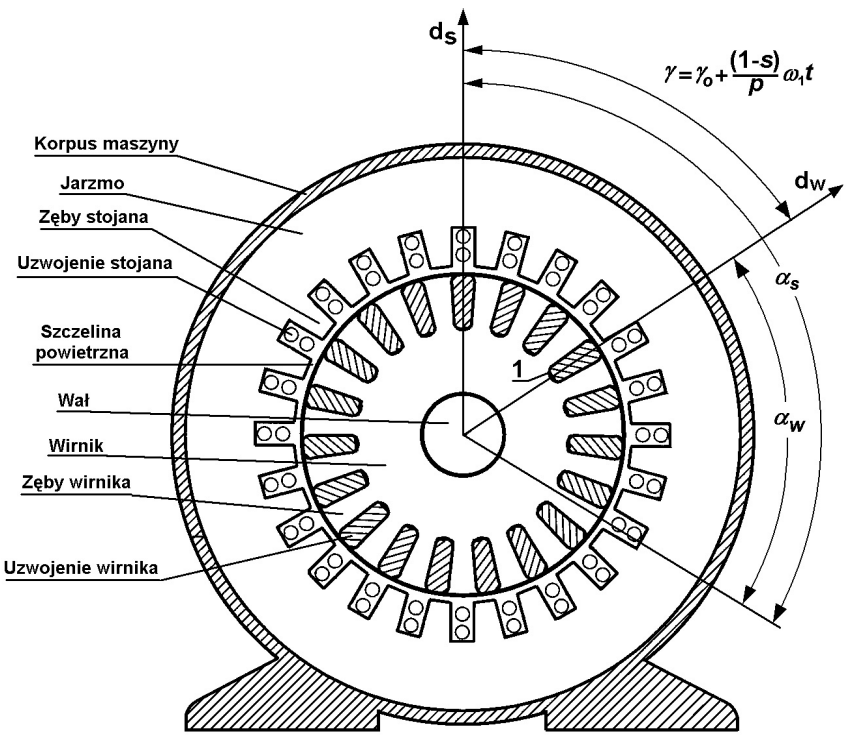
$$\gamma = \gamma_0 + \omega_w t = \gamma_0 + \frac{(1-s)}{p}\omega_1 t\,, \tag{7.9}$$

gdzie: γ_0 – kąt początkowy,
ω_w – prędkość kątowa wirnika ($\omega_w = 2\pi f_w$, f_w – częstotliwość obrotowa wirnika),
s – poślizg,
ω_1 – pulsacja prądu zasilania stojana,
p – liczba par biegunów.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

W konsekwencji położenie dowolnego punktu szczeliny powietrznej opisuje kąt α_s odniesiony do stojana i kąt α_w odniesiony do wirnika:

$$\alpha_s = \alpha_w + \gamma . \tag{7.10}$$



Rys. 7.3. *Schematyczny przekrój silnika indukcyjnego z zaznaczonymi osiami odniesienia*

W ogólnym przypadku przepływ stojana dla składowych zgodnych i przeciwnych opisuje funkcja poliharmoniczna zależna od geometrii struktury zębowo-żłobkowej i przestrzennego rozkładu uzwojeń (rys. 7.3):

$$\theta_1(\alpha,t) = \sum_{k_s=-\infty}^{\infty}\left(\Theta_{k_s}^{p}\cos(k_s p\alpha_s - \omega_{k_s}t - \varphi_{k_s}) + \Theta_{k_s}^{n}\cos(k_s p\alpha_s + \omega_{k_s}t - \varphi_{k_s})\right), \tag{7.11}$$

gdzie: k_s – rząd składowej harmonicznej przepływu stojana,

$\Theta_{k_s}^{p}$ – amplituda harmonicznej zgodnej przepływu stojana rzędu k_s,

$\Theta_{k_s}^{n}$ – amplituda harmonicznej przeciwnej przepływu stojana rzędu k_s,

ω_{k_s} – pulsacja prądu zasilania stojana rzędu k_s,

φ_{k_s} – przesunięcie fazowe harmonicznej przepływu stojana rzędu k_s.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Składowa przeciwna pojawia się, gdy występuje asymetria przepływu stojana.

Prądy płynące w zwartym uzwojeniu wirnika (maszyna indukcyjna) pod wpływem napięcia indukowanego, wywołanego polem stojana tworzą analogicznie przepływ wirnika:

$$\theta_2(\alpha,t)=\sum_{k_w=-\infty}^{\infty}\left(\Theta_{k_w}^{p}\cos(k_w p\alpha_w-\omega_{k_w}t-\varphi_{k_w})+\Theta_{k_w}^{n}\cos(k_w p\alpha_w+\omega_{k_w}t-\varphi_{k_w})\right), \tag{7.12}$$

gdzie: k_w – rząd składowej harmonicznej przepływu wirnika,

$\Theta_{k_w}^{p}$ – amplituda harmonicznej zgodnej przepływu wirnika rzędu k_w,

$\Theta_{k_w}^{n}$ – amplituda harmonicznej przeciwnej przepływu wirnika rzędu k_w,

ω_{k_w} – pulsacja harmonicznej przepływu wirnika rzędu k_w,

φ_{k_w} – przesunięcie fazowe harmonicznej przepływu wirnika rzędu k_w.

Składowa przeciwna pojawia się, gdy występuje asymetria przepływu wirnika. Przepływ wirnika odniesiony do stojana uzyskujemy po uwzględnieniu zależności (7.9) i (7.10):

$$\begin{aligned}\theta_2^{*}(\alpha,t)=&\sum_{k_w=-\infty}^{\infty}\left(\Theta_{k_w}^{p}\cos(k_w p(\alpha_s-\omega_w t-\gamma_0)-\omega_{k_w}t-\varphi_{k_w})+\right.\\&\left.+\Theta_{k_w}^{n}\cos(k_w p(\alpha_s-\omega_w t-\gamma_0)+\omega_{k_w}t-\varphi_{k_w})\right).\end{aligned} \tag{7.13}$$

Przyjmując, że:

$$\omega_{k_w}=k_w\omega_2, \tag{7.14}$$

gdzie: $\omega_2=\omega_1 s$,
otrzymujemy:

$$\begin{aligned}\theta_2^{*}(\alpha,t)=&\sum_{k_w=-\infty}^{\infty}\left(\Theta_{k_w}^{p}\cos(k_w p\alpha_s-k_w(p\omega_w+\omega_2)t-(\varphi_{k_w}+p\gamma_0))+\right.\\&\left.+\Theta_{k_w}^{n}\cos(k_w p\alpha_s-k_w(p\omega_w-\omega_2)t-(\varphi_{k_w}+p\gamma_0))\right)=\\=&\sum_{k_w=-\infty}^{\infty}\left(\Theta_{k_w}^{p}\cos(k_w p\alpha_s-k_w\omega_1 t-\varphi_{k_w}^{'})+\right.\\&\left.+\Theta_{k_w}^{n}\cos(k_w p\alpha_s-k_w(\omega_1-2\omega_2)t-\varphi_{k_w}^{'})\right),\end{aligned} \tag{7.15}$$

gdzie: $\varphi_{k_r}^{'}=\varphi_{k_r}+p\gamma_0$.

Prądy wirnika wywołują pole tłumiące w stosunku do pierwotnego pola stojana.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Przewodność magnetyczna szczeliny przypadająca na jednostkę powierzchni (dalej nazywana przewodnością jednostkową szczeliny [H/m^2]) jest proporcjonalna do odwrotności jej szerokości:

$$\lambda(\alpha,t) = \frac{\mu_0}{\delta(\alpha,t)}, \tag{7.16}$$

gdzie: $\delta(\alpha,t)$ – chwilowy rozkład szerokości szczeliny wzdłuż obwodu wirnika w punkcie opisanym kątem α.

Zmieniająca się cyklicznie przewodność szczeliny powietrznej zależna jest od geometrii struktury żłobkowo-zębowej stojana i wirnika, błędów wykonania (ekscentryczność wirnika, owalność wirnika i stojana itp.) oraz nasycenia obwodu magnetycznego:

$$\lambda(\alpha,t) = \frac{\mu_0}{\delta_0 + (\delta_s(\alpha) - \delta_0) + (\delta_w(\alpha,t) - \delta_0) + (\delta_e(\alpha) - \delta_0) + (\delta_d(\alpha,t) - \delta_0) + (\delta_n(\alpha,t) - \delta_0)} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\lambda_s(\alpha)} + \frac{1}{\lambda_w(\alpha,t)} + \frac{1}{\lambda_e(\alpha)} + \frac{1}{\lambda_d(\alpha,t)} + \frac{1}{\lambda_n(\alpha,t)} - \frac{4}{\Lambda_0}} =$$

$$= \frac{\Lambda_0 \lambda_s(\alpha)\lambda_w(\alpha,t)\lambda_e(\alpha)\lambda_d(\alpha,t)\lambda_n(\alpha,t)}{\kappa_{0wedn}(\alpha,t) + \kappa_{0sedn}(\alpha,t) + \kappa_{0swdn}(\alpha,t) + \kappa_{0swen}(\alpha,t) + \kappa_{0swed}(\alpha,t) - \kappa_{swedn}(\alpha,t)}, \tag{7.17}$$

gdzie: δ_0 – szerokość szczeliny bez uwzględnienia odpowiednio struktury zębowo-żłobkowej stojana i wirnika, ekscentryczności statycznej i dynamicznej wirnika i nasycenia obwodu magnetycznego,

$\delta_s(\alpha)$ – rozkład zmian szerokości szczeliny wywołany uzębieniem stojana,

$\delta_w(\alpha,t)$ – chwilowy rozkład zmian szerokości szczeliny wywołany uzębieniem wirnika,

$\delta_e(\alpha)$ – rozkład zmian szerokości szczeliny wywołany ekscentrycznością statyczną,

$\delta_d(\alpha,t)$ – chwilowy rozkład zmian szerokości szczeliny wywołany ekscentrycznością dynamiczną,

$\delta_n(\alpha,t)$ – chwilowy rozkład zmian szerokości szczeliny wywołany nasyceniem,

$\lambda_s(\alpha)$ – rozkład zmian przewodności jednostkowej szczeliny wywołany uzębieniem stojana,

$\lambda_w(\alpha,t)$ – chwilowy rozkład zmian przewodności jednostkowej szczeliny wywołany uzębieniem wirnika,

$\lambda_e(\alpha)$ – rozkład zmian przewodności jednostkowej szczeliny wywołany ekscentrycznością statyczną wirnika,

$\lambda_d(\alpha,t)$ – chwilowy rozkład zmian przewodności jednostkowej szczeliny wywołany ekscentrycznością dynamiczną wirnika,

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

$\lambda_n(\alpha,t)$ – chwilowy rozkład zmian przewodności jednostkowej szczeliny wywołany nasyceniem obwodu magnetycznego,

Λ_0 – stała przewodność jednostkowa nieuwzględniająca struktury zębowo-żłobkowej stojana i wirnika, ekscentryczności wirnika i nasycenia obwodu magnetycznego,

$\kappa_{0wedn}(\alpha,t) = \Lambda_0\lambda_w(\alpha,t)\lambda_e(\alpha)\lambda_d(\alpha,t)\lambda_n(\alpha,t)$,
$\kappa_{0sedn}(\alpha,t) = \Lambda_0\lambda_s(\alpha)\lambda_e(\alpha)\lambda_d(\alpha,t)\lambda_n(\alpha,t)$,
$\kappa_{0swdn}(\alpha,t) = \Lambda_0\lambda_s(\alpha)\lambda_w(\alpha,t)\lambda_d(\alpha,t)\lambda_n(\alpha,t)$,
$\kappa_{0swen}(\alpha,t) = \Lambda_0\lambda_s(\alpha)\lambda_w(\alpha,t)\lambda_e(\alpha)\lambda_n(\alpha,t)$,
$\kappa_{0swed}(\alpha,t) = \Lambda_0\lambda_s(\alpha)\lambda_w(\alpha,t)\lambda_d(\alpha,t)\lambda_n(\alpha,t)$.
$\kappa_{swedn}(\alpha,t) = \lambda_s(\alpha)\lambda_w(\alpha)\lambda_e(\alpha,t)\lambda_d(\alpha,t)\lambda_n(\alpha,t)$.

Zaniedbanie zmienności przestrzenno-czasowej składników mianownika [6]:

$$\lambda(\alpha,t) = \frac{1}{M_{0swedn}}\Lambda_0\lambda_s(\alpha)\lambda_w(\alpha,t)\lambda_e(\alpha)\lambda_d(\alpha,t)\lambda_n(\alpha,t), \tag{7.18}$$

gdzie:

$$M_{0swedn} = K_{0wedn} + K_{0sedn} + K_{0swdn} + K_{0swen} + K_{0swed} - 4K_{swedn} \cong$$
$$\cong \kappa_{0wedn}(\alpha,t) + \kappa_{0sedn}(\alpha,t) + \kappa_{0swdn}(\alpha,t) + \kappa_{0swen}(\alpha,t) + \kappa_{0swed}(\alpha,t) - 4\kappa_{swedn}(\alpha,t),$$

K_{0wedn}, K_{0sedn}, K_{0swdn}, K_{0swen}, K_{0swed}, K_{swedn} – odpowiednio składowe stałe składników $\kappa_{0wedn}(\alpha,t)$, $\kappa_{0sedn}(\alpha,t)$, $\kappa_{0swdn}(\alpha,t)$, $\kappa_{0swen}(\alpha,t)$, $\kappa_{0swed}(\alpha,t)$, $\kappa_{swedn}(\alpha,t)$ zależności (7.17),

pozwala na analizę modulujących własności jednostkowej przewodności szczeliny powietrznej wyrażonej w postaci iloczynu poszczególnych, zmiennych w czasie składowych występujących w liczniku, reprezentowanych szeregami harmonicznymi:

$$\lambda_s(\alpha) = \sum_{m_s=0}^{\infty}\Lambda_{m_s}\cos(\nu_{m_s}(\alpha) - \varphi_{m_s}),$$

$$\lambda_w(\alpha,t) = \sum_{m_w=0}^{\infty}\Lambda_{m_w}\cos(\nu_{m_w}(\alpha - \omega_w t) - \varphi_{m_w}),$$

$$\lambda_e(\alpha) = \sum_{m_e=0}^{\infty}\Lambda_{m_e}\cos(\nu_{m_e}\alpha - \varphi_{m_e}), \tag{7.19}$$

$$\lambda_d(\alpha,t) = \sum_{m_d=0}^{\infty}\Lambda_{m_d}\cos(\nu_{m_d}(\alpha - \omega_w t) - \varphi_{m_d}),$$

$$\lambda_n(\alpha,t) = \sum_{m_n=0}^{\infty}\Lambda_{m_n}\cos(\nu_{m_n}(\alpha - \omega_1 t) - \varphi_{m_n}),$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

gdzie: m – rząd harmonicznej przewodności jednostkowej szczeliny zależny odpowiednio od struktury geometrycznej szczeliny i nasycenia,

$\Lambda_{m_{s,w,e,d,n}}$ – amplituda harmonicznej rzędu m przewodności jednostkowej szczeliny zależnej odpowiednio od struktury geometrycznej szczeliny i nasycenia,

$\nu_{m_{s,w,e,d,n}}$ – liczba falowa harmonicznej rzędu m przewodności jednostkowej szczeliny zależnej odpowiednio od struktury geometrycznej szczeliny i nasycenia,

$\varphi_{m_{s,w,e,d,n}}$ – faza początkowa harmonicznej rzędu m przewodności jednostkowej szczeliny zależnej odpowiednio od struktury geometrycznej szczeliny i nasycenia.

Dalej przyjęta została konwencja, zgodnie z którą parametr M wyznaczany jest zgodnie z zależnością (7.18), przy czym uwzględniane są tylko składniki wskazane przez indeks.

Indukcję występującą w szczelinie (przy uwzględnieniu jej struktury geometrycznej oraz przepływu stojana i wirnika) opisuje zależność:

$$b(\alpha,t) = \lambda(\alpha,t)((\theta_1(\alpha,t) + \theta_2^*(\alpha,t)) . \tag{7.20}$$

W konsekwencji wyrażenie na naprężenia radialne pomiędzy wirnikiem i stojanem przypadające na jednostkę powierzchni przyjmuje postać:

$$p(\alpha,t) = \frac{1}{2\mu_0} b^2(\alpha,t) = \frac{1}{2\mu_0}[\lambda(\alpha,t)((\theta_1(\alpha,t) + \theta_2^*(\alpha,t))]^2 . \tag{7.21}$$

Maszyny indukcyjne charakteryzują się stosunkowo wąską szczeliną, tak więc amplitudy zmian przewodności magnetycznej są znaczne, a w konsekwencji także znaczne amplitudy zmian sił radialnych.

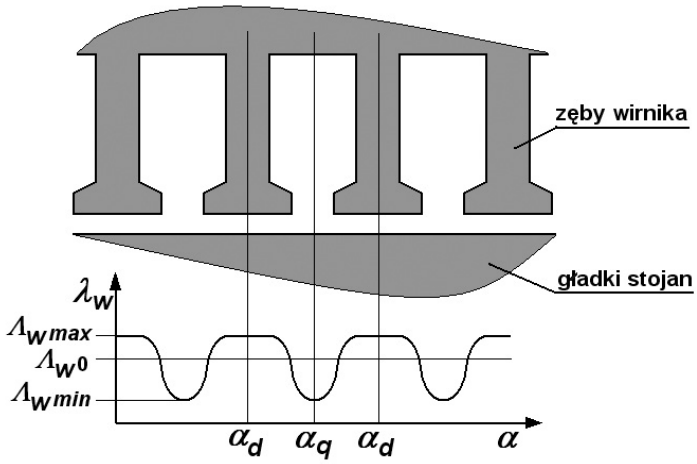
7.1.1. Wpływ struktury zębowej wirnika i stojana na generowane drgania

Rozpatrzmy obrót uzębionego wirnika o N_2 zębach z prędkością kątową ω_w wewnątrz gładkiego stojana. Rozkład przewodności jednostkowej szczeliny związany ze strukturą zębową przybliżany jest krzywą przedstawioną na rysunku 7.4.

Kształt krzywej wyznacza się na podstawie znajomości indukcji w szczelinie, gdyż przy założeniu stałości spadku napięcia magnetycznego pomiędzy powierzchnią wirnika i stojana rozkład gęstości powierzchniowej przewodności magnetycznej szczeliny jest proporcjonalny do rozkładu indukcji w szczelinie [5].

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Rozkład zmian jednostkowej przewodności szczeliny przy uwzględnieniu jedynie struktury żłobkowo-zębowej wirnika opisuje szereg harmoniczny:



Rys. 7.4. *Ilustracja zmian przewodności jednostkowej szczeliny wywołanych otwartymi żłobkami; Λ_{w0} – średnia przewodność szczeliny*

$$\lambda_w(\alpha,t) = \sum_{m_w=0}^{\infty} \Lambda_{m_w} \cos(m_w N_2(\alpha - \omega_w t) - \varphi_{m_w}), \tag{7.22}$$

gdzie: $m_w = 0, 1, 2, 3,...$ – rząd harmonicznej,
Λ_{m_w} – amplituda harmonicznej rzędu m_w,
φ_{m_w} – przesunięcie fazowe harmonicznej rzędu m_w.

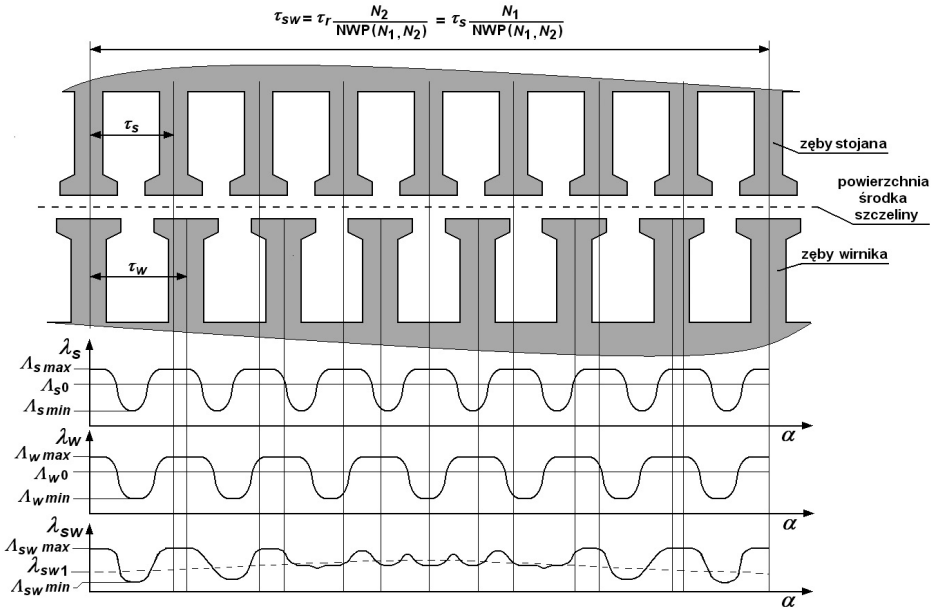
Analogicznie przy gładkim wirniku i stojanie o N_1 zębach rozkład zmian gęstości jednostkowej przewodności magnetycznej opisuje szereg harmoniczny:

$$\lambda_s(\alpha,t) = \sum_{m_s=0}^{\infty} \Lambda_{m_s} \cos(m_s N_1 \alpha - \varphi_{m_s}), \tag{7.23}$$

gdzie: $ms = 0, 1, 2, 3,...$ – rząd harmonicznej,
Λ_{m_s} – amplituda harmonicznej rzędu m_s,
φ_{m_s} – przesunięcie fazowe harmonicznej rzędu m_s.

Efekt wzajemnego, zmiennego położenia zębów stojana i wirnika można wyjaśnić, analizując sumaryczny wypadkowy rozkład zmian przewodności jednostkowej pomiędzy powierzchnią środka szczeliny i stojanem oraz powierzchnią środka szczeliny i wirnikiem (rys. 7.5).

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 7.5. *Ilustracja zmian przewodności jednostkowej szczeliny wywołanych koincydencją żłobków stojana i wirnika: λ_s – rozkład przewodności jednostkowej obszaru pomiędzy powierzchnią środka szczeliny i stojanem, λ_w – rozkład przewodności powierzchniowej obszaru pomiędzy powierzchnią środka szczeliny i wirnikiem, Λ_{s0}, Λ_{w0} – odpowiednio przewodności średnie, λ_{sw} – wypadkowy rozkład zmian przewodności jednostkowej szczeliny dla danego położenia wirnika i jego aproksymacja 1 harmoniczną – λ_{sw1}*

Wypadkowy rozkład zmian przewodności jednostkowej szczeliny (zgodnie z konwencją zapisu stosowaną w zależności (7.18)):

$$\lambda_{sw}(\alpha,t) = \frac{1}{M_{0sw}} \Lambda_0 \lambda_s(\alpha,t) \lambda_w(\alpha,t), \tag{7.24}$$

zawierać będzie oprócz składowych harmonicznych o liczbach falowych N_1, N_2, odpowiednio dla $m_w = 1$ i $m_s = 1$ (zgodnie z (7.22) i (7.23)) także składowe harmoniczne sumacyjno-różnicowe zdeterminowane liczbą zębów stojana N_1 i wirnika N_2. Rozkład wzajemnego położenia zębów stojana względem zębów wirnika będzie się powtarzał wzdłuż obwodu wirnika tyle razy, ile wynosi największy wspólny dzielnik ilości zębów wirnika i stojana. Stąd rozpiętość najmniejszego powtarzalnego fragmentu szczeliny powietrznej, wyrażonego w podziałce żłobkowej wynosi:

$$\tau_{sw} = \tau_s \frac{N_1}{\mathrm{nwd}(N_1,N_2)} = \tau_w \frac{N_2}{\mathrm{nwd}(N_1,N_2)}, \tag{7.25}$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

gdzie: τ_s – podziałka żłobkowa stojana,
τ_w – podziałka żłobkowa wirnika.

Jeżeli istnieje największy wspólny dzielnik, jest on równy różnicy ilości zębów stojana i wirnika:

$$\text{nwd} = |N_1 - N_2| \,. \tag{7.26}$$

Rozkład przewodności jednostkowej szczeliny opisuje szereg harmoniczny:

$$\lambda_{sw}(\alpha,t) = \sum_{m_s=0}^{\infty}\sum_{m_w=0}^{\infty} \frac{1}{M_{0sw}} \Lambda_0 \Lambda_{m_s} \Lambda_{m_w} \cos(m_s N_1 \alpha - \varphi_{m_s}) \cos(m_w N_2 (\alpha - \omega_w t) - \varphi_{m_w}) =$$

$$= \sum_{m_s=0}^{\infty}\sum_{m_w=0}^{\infty} \frac{1}{2}\frac{1}{M_{0sw}} \Lambda_0 \Lambda_{m_s} \Lambda_{m_w} \cos((m_s N_1 \pm m_w N_2)\alpha - m_w N_2 \omega_w t - (\varphi_{m_s} \pm \varphi_{m_w})) . \tag{7.27}$$

Uwzględniając jedynie składowe harmoniczne o tej samej liczbie falowej ($m_s = m_w$), otrzymujemy:

$$\lambda_{sw}(\alpha,t) = \sum_{m=0}^{\infty} \Lambda_m^* \cos(m(|N_1 \pm N_2|)\alpha - m N_2 \omega_w t - \varphi_m) \,, \tag{7.28}$$

gdzie: $m = 0, 1, 2, 3, \ldots$ – rząd harmonicznej,

$$\Lambda_m^* = \frac{1}{2}\frac{1}{M_{0sw}} \Lambda_0 \Lambda_{m_s} \Lambda_{m_w} \,,$$

φ_m – przesunięcie fazowe harmonicznej rzędu m.

Należy zwrócić uwagę, że w tym wypadku zarówno amplituda, jak i faza harmonicznych sumacyjno-różnicowych jest funkcją położenia wirnika. Uwzględnienie wzajemnego oddziaływania zębów wirnika i stojana powoduje powstanie składowej częstotliwościowej o sumacyjno-różnicowej liczbie falowej $N_1 \pm N_2$ i niezmienionej pulsacji.

Liczba falowa v przepływu wypadkowego wytworzonego przez uzwojenie zawierające m pasm fazowych z całkowitą liczbą żłobków na biegun i fazę, uwzględniając jedynie podstawową harmoniczną prądu zasilania:

$$\theta(\alpha,t) = \sum_{v=1}^{\infty} \Theta_v \cos(v\alpha - \omega_1 t - \varphi_v) \,, \tag{7.29}$$

gdzie: Θ_v – amplituda harmonicznej przepływu rzędu v,
φ_v – przesunięcie fazowe harmonicznej rzędu v,

wynosi [3]:

$$v = p(2mk \pm 1) \,, \tag{7.30}$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

gdzie: p – liczba par biegunów,
$k = 0, \pm1, \pm2, \pm3\ldots$.

Opisuje ona harmoniczne uzwojeniowe związane ze skokowym, przestrzennym rozkładem uzwojeń. Zgodnie z (7.18) i (7.20) otrzymujemy wyrażenie na pole w szczelinie wywołane uzębieniem wirnika i stojana:

$$b_{sw}(\alpha,t) = \frac{1}{M_{0sw}} \Lambda_0 \lambda_s(\alpha,t)\lambda_w(\alpha,t)\theta(\alpha,t) =$$

$$= \sum_{m_s=0}^{\infty}\sum_{m_w=0}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{M_{0sw}} \Lambda_0 \Lambda_{m_s} \Lambda_{m_w} \Theta_\nu \cos(m_s N_1 \alpha - \varphi_{m_s}) \cos(m_w N_2 (\alpha - \omega_w t) - \varphi_{m_w}) \cos(\nu\alpha - \omega_1 t - \varphi_\nu) =$$

$$= \sum_{m_s=0}^{\infty}\sum_{m_w=0}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty} B_{m_{swv}} \cos\left((m_s N_1 \pm m_w N_2 \pm \nu)\alpha - (m_w N_2 \omega_w \pm \omega_1)t - (\varphi_{m_s} \pm \varphi_{m_w} \pm \varphi_\nu)\right), \qquad (7.31)$$

gdzie: $B_{m_{swv}} = \frac{1}{4}\frac{1}{M_{0sw}} \Lambda_0 \Lambda_{m_s} \Lambda_{m_w} \Theta_\nu$.

Pulsacja i liczba falowa wynoszą odpowiednio:

$$\omega_{sw} = m_w N_2 \omega_w \pm \omega_1 = \omega_1 \left[m_w N_2 \frac{(1-s)}{p} \pm 1 \right], \qquad (7.32)$$

oraz:

$$\nu_{sw} = m_s N_1 \pm m_w N_2 \pm \nu = m_s N_1 \pm m_w N_2 \pm p(2mk+1). \qquad (7.33)$$

Ograniczając rozważania do najniższych pulsacji, dla których spodziewamy się wystąpienia największych sił możemy zauważyć, że pole w szczelinie wywołane uzębieniem wirnika o pulsacji zgodnej z (7.32) wraz z polem wywołanym podstawową harmoniczną o liczbie falowej 1 i pulsacji ω_1 ($m_s = 0$, $m_w = 0$) wywołują zgodnie z (7.3) siły radialne o pulsacji:

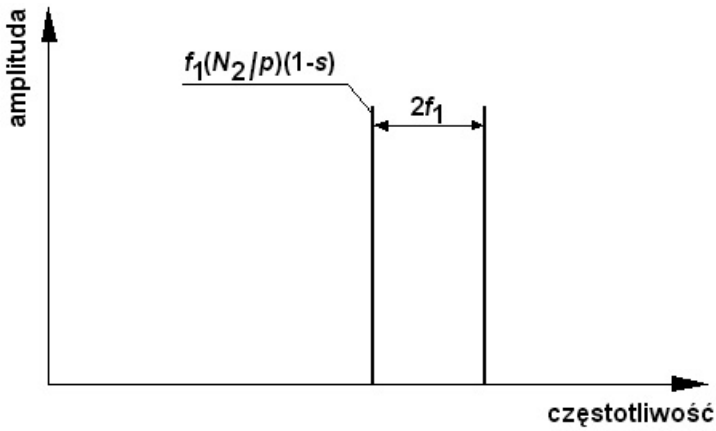
$$\omega_{Psw} = \omega_1 \left[m_w \frac{N_2}{p}(1-s) \pm 1 \right] \pm \omega_1 = \omega_1 \left[m_w \frac{N_2}{p}(1-s) \right],$$

lub

$$\omega_{Psw} = \omega_1 \left[m_w \frac{N_2}{p}(1-s) + 2 \right]. \qquad (7.34)$$

Zgodnie z (7.34) w widmie częstotliwościowym pojawiają się amplitudy drgań o wyższych częstotliwościach (będących iloczynem częstotliwości podstawowej oraz ilości żłobków wirnika przypadających na jeden biegun) w odstępach równych podwojonej częstotliwości zasilania f_1 (rys. 7.6).

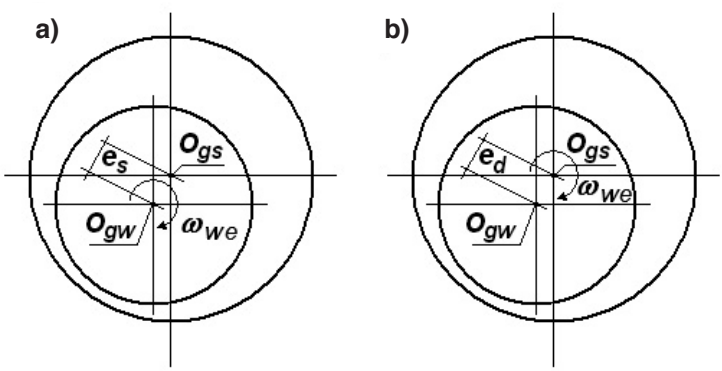
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 7.6. *Widmo drgań wywołanych strukturą zębową wirnika*

7.1.2. Wpływ ekscentryczności wirnika na generowane drgania

Rozpatrzmy odkształcenie szczeliny powietrznej związane z pierwotną ekscentrycznością statyczną (szczelina nie zmienia się w czasie) i dynamiczną (następuje zmiana szczeliny wraz z obrotem wirnika). Ekscentryczność statyczna występuje wtedy, gdy oś obrotu wirnika tożsama z jego osią geometryczną nie pokrywa się z osią geometryczną stojana. Ekscentryczność dynamiczna występuje wtedy, gdy oś obrotu wirnika tożsama z osią geometryczną stojana nie pokrywa się z osią geometryczną wirnika (rys. 7.7).



Rys. 7.7. *Ekscentryczność wirnika: a) statyczna, b) dynamiczna*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

W ogólnym przypadku oba rodzaje ekscentryczności mogą wystąpić jednocześnie:

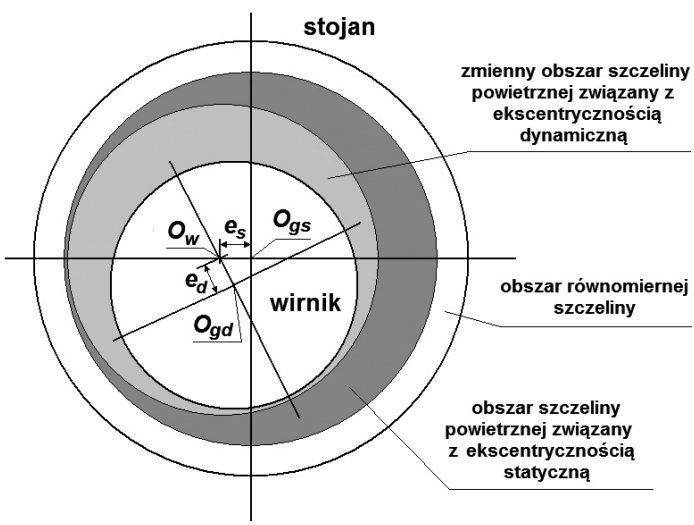
$$\delta_{ed}(\alpha,t) = [\delta_{av} - e_s \cos(\alpha - \varphi_s) - e_d \cos(\alpha - \omega_{we} t - \varphi_d)], \tag{7.35}$$

gdzie: δ_{av} – średnia wielkość szczeliny powietrznej,
e_s – ekscentryczność statyczna wirnika,
φ_s – faza początkowa ekscentryczności statycznej,
e_d – ekscentryczność dynamiczna wirnika,
φ_d – faza początkowa ekscentryczności dynamicznej,
ω_{we} – pulsacja obrotowa ekscentrycznego wirnika.

Gdy występuje jedynie ekscentryczność statyczna lub dynamiczna odpowiednio e_s lub e_d przyjmują wartość zerową. W punkcie największego zbliżenia wirnika i stojana szerokość szczeliny powietrznej wynosi $\delta_0-(e_s+e_d)$, po przeciwnej stronie $\delta_0+(e_s-e_d)$ i jest przyczyną występowania niezrównoważonego naciągu magnetycznego [7]. Wypadkowy rozkład zmian przewodności jednostkowej szczeliny wywołany ekscentrycznością wirnika zgodnie z konwencją stosowaną w zależności (7.18) przyjmuje postać:

$$\lambda_{ed}(\alpha,t) = \frac{1}{M_{0ed}} \Lambda_0 \lambda_e(\alpha) \lambda_d(\alpha,t). \tag{7.36}$$

Na rysunku 7.8 przedstawiono schematycznie kształt obszarów szczeliny powietrznej związanych z obiema postaciami ekscentryczności. Wielkość obszarów i ich kątowe usytuowanie zależy od parametrów e_s, φ_s, e_d, i φ_d.



Rys. 7.8. *Obszary szczeliny powietrznej związane z ekscentryczność statyczną i dynamiczną wirnika*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Rozkład zmienności przewodności szczeliny powietrznej przypadającej na jednostkę powierzchni, wywołanej ekscentrycznością statyczną i dynamiczną opisuje szereg harmoniczny:

$$\lambda_{ed}(\alpha,t)=\sum_{m_{es}=0}^{\infty}\sum_{m_{ed}=0}^{\infty}\frac{1}{M_{0ed}}\Lambda_0\Lambda_{m_e}\Lambda_{m_d}\cos(m_e\alpha-\varphi_{m_e})\cos(m_d(\alpha-\omega_{we}t)-\varphi_{m_d}), \quad (7.37)$$

gdzie: $m_e, m_d = 0\ 1, 2, 3,...$ – rząd harmonicznej odpowiednio ekscentryczności statycznej i dynamicznej,

$\Lambda_{m_e}, \Lambda_{m_d}$ – amplituda harmonicznej rzędu m przewodności jednostkowej szczeliny wywołanej odpowiednio ekscentrycznością statyczną i dynamiczną,

$\varphi_{m_e}, \varphi_{m_d}$ – faza początkowa harmonicznej rzędu m przewodności jednostkowej szczeliny zależnej odpowiednio od ekscentryczności statycznej i dynamicznej.

Uwzględniając (7.29) i stosując konwencję zapisu stosowaną w zależności (7.18), pole w szczelinie wywołane strukturą zębową i ekscentrycznością wirnika opisuje zależność:

$$b_{swe}(\alpha,t)=\frac{1}{M_{0swed}}\Lambda_0\lambda_s(\alpha,t)\lambda_w(\alpha,t)\lambda_e(\alpha)\lambda_d(\alpha,t)\theta(\alpha,t)=$$

$$=\sum_{m_s=0}^{\infty}\sum_{m_w=0}^{\infty}\sum_{m_e=0}^{\infty}\sum_{m_d=0}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{M_{0swed}}\Lambda_0\Lambda_{m_s}\Lambda_{m_w}\Lambda_{m_e}\Lambda_{m_d}\Theta_\nu\cos(m_sN_1\alpha-\varphi_{m_s})\cos(m_wN_2(\alpha-\omega_wt)-\varphi_{m_w})\cdot$$

$$\cdot\cos(m_e\alpha-\varphi_{m_e})\cos(m_d(\alpha-\omega_{we}t)-\varphi_{m_d})\cos(\nu\alpha-\omega_1t-\varphi_\nu)=$$

$$=\sum_{m_s=0}^{\infty}\sum_{m_w=0}^{\infty}\sum_{m_{es}=0}^{\infty}\sum_{m_{ed}=0}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty}B_{m_{swed}\nu}\cos[(m_sN_1\pm m_wN_2\pm m_e\pm m_d\pm\nu)\alpha-$$

$$-(m_wN_2\omega_w\pm m_d\omega_{we}\pm\omega_1)t-(\varphi_{m_s}\pm\varphi_{m_w}\pm\varphi_{m_e}\pm\varphi_{m_d}\pm\varphi_\nu)], \quad (7.38)$$

gdzie: $B_{swed}=\frac{1}{16}\frac{1}{M_{0swed}}\Lambda_0\Lambda_{m_s}\Lambda_{m_w}\Lambda_{m_e}\Lambda_{m_d}\Theta_\nu$.

Pole w szczelinie wywołane ekscentrycznością wirnika indukuje w uzwojeniach wirnika napięcie i zgodne z nim prądy. Prądy te, w przypadku ekscentryczności statycznej (zgodnie z (7.9)) o stosunkowo dużej częstotliwości $f_1(s\pm(1\text{-}s)/p)$ tłumią wywołujące je pole [4]. Ponadto pole w szczelinie wywołane ekscentrycznością zależy od aktualnego rozkładu przepływu wypadkowego i położenia wirnika. Prowadzone symulacje [5] wykazały jednak, że zależność ta jedynie w niewielkim stopniu wpływa na zmienność pola w szczelinie.

Pulsacja i liczba falowa wynoszą odpowiednio:

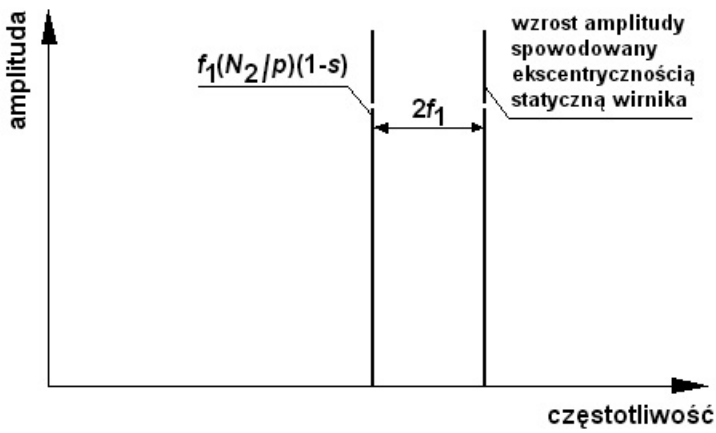
$$\omega_{swe}=(m_wN_2\omega_w\pm m_{ed}\omega_{we}\pm\omega_1)=\omega_1\left[\frac{1}{p}(m_wN_2\pm m_{ed})(1-s)\pm1\right], \quad (7.39)$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

oraz:

$$\nu_{swe} = (m_s N_1 \pm m_w N_2 \pm m_{es} \pm m_{ed} \pm \nu) = \\ = (m_s N_1 \pm m_w N_2 \pm m_{es} \pm m_{ed} \pm p(2mk+1)). \tag{7.40}$$

Ekscentryczność statyczna ($\omega_{we} = 0$) nie wprowadza zmiany pulsacji. Asymetria pola wytworzona przez ekscentryczność statyczną wirnika może wywołać drgania przy współdziałaniu z innymi harmonicznymi pola tego samego rzędu. Biorąc pod uwagę występowanie wyższych harmonicznych przewodności szczeliny wywołanych ekscentrycznością statyczną, pojawi się zwiększona amplituda składowych harmonicznych drgań związanych z zębami wirnika o pulsacji (7.34) (rys. 7.9). Zmiana amplitudy jest zależna od stopnia tłumienia pola wywołanego ekscentrycznością statyczną.



Rys. 7.9. *Widmo drgań wywołanych strukturą zębową wirnika i jego ekscentrycznością statyczną*

Podstawowa harmoniczna pola ($m_s = 0$, $m_w = 0$, $m_{es} = 0$, $m_{ed} = 0$), współdziałając z polem wywołanym ekscentrycznością dynamiczną i uzębieniem stojana i wirnika (zależność (7.38)), wywołuje zgodnie z (7.3) siły radialne o pulsacji odpowiednio dla ekscentryczności statycznej oraz dynamicznej ($\omega_w = \omega_{we}$):

$$\omega_{Pswe} = \omega_1 \left[m_w \frac{N_2}{p}(1-s) \pm 1 \right] \pm \omega_1 = \begin{cases} \omega_1 \left[\dfrac{1}{p}(m_w N_2)(1-s) \right] \\ \text{lub} \\ \omega_1 \left[\dfrac{1}{p}(m_w N_2)(1-s) + 2 \right] \end{cases}, \tag{7.41}$$

oraz

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

$$\omega_{Pswe} = \omega_1\left[\frac{1}{p}(m_w N_2 \pm m_{ed})(1-s)\pm 1\right] \pm \omega_1 = \begin{cases} \omega_1\left[\dfrac{1}{p}(m_w N_2 \pm m_{ed})(1-s)\right] \\ \text{lub} \\ \omega_1\left[\dfrac{1}{p}(m_w N_2 \pm m_{ed})(1-s)+2\right] \end{cases}.$$

Wyższe harmoniczne przepływu stojana wprowadzają pulsacje:

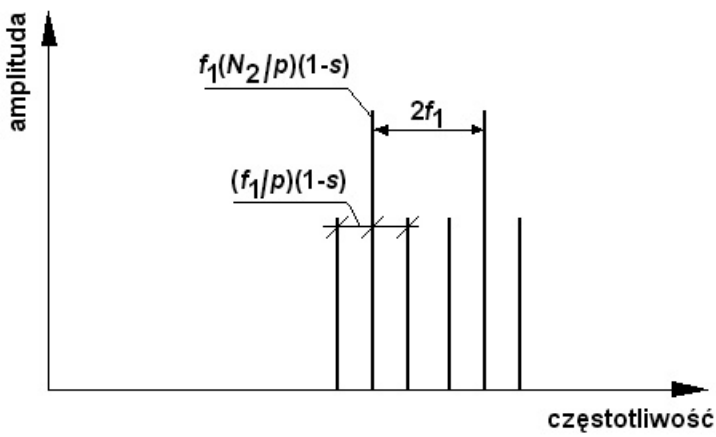
$$\omega_{Pswe} = l\omega_1\left[\frac{1}{p}(m_w N_2)(1-s)\right] \pm n\omega_1,$$

lub

$$\omega_{Pswe} = l\omega_1\left[\frac{1}{p}(m_w N_2 \pm m_{ed})(1-s)\right] \pm n\omega_1, \qquad (7.42)$$

gdzie: l, n – współczynniki uwzględniające wyższe harmoniczne czasowe.

Wokół składowych harmonicznych drgań wywołanych strukturą zębową wirnika z interwałem częstotliwości obrotowej pojawią się składowe harmoniczne drgań wywołane ekscentrycznością dynamiczną (rys. 7.10).

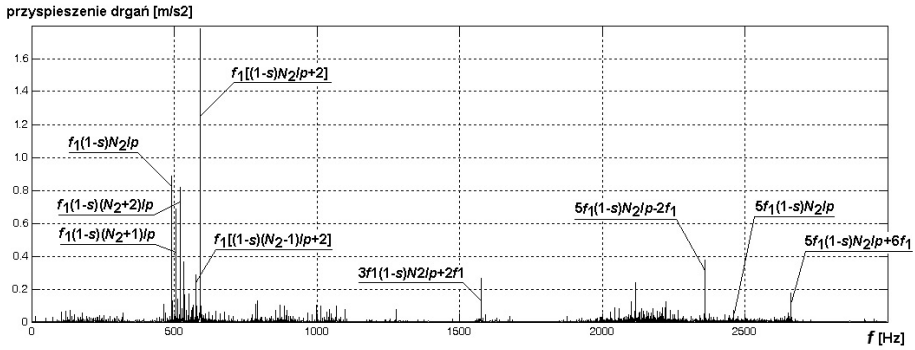


Rys. 7.10. *Widmo drgań wywołanych strukturą zębową wirnika i jego ekscentrycznością dynamiczną*

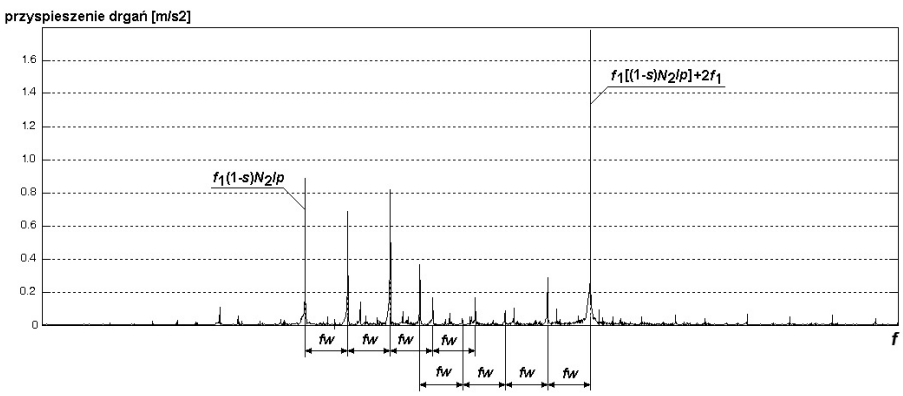
Przykład. Na rysunku 7.11 przedstawione zostało widmo częstotliwościowe drgań radialnych korpusu silnika indukcyjnego Sg 132M-613-S o p = 3 parach biegunów z klatką lutowaną. Pomiarów dokonano akcelerometrem z wyjściem napięciowym o czułości 92,86 mV/m/s^2, zakresie częstotliwościowym 0,3 Hz – – 10 kHz i częstotliwości rezonansowej 28 kHz, umieszczonym na korpusie silnika w połowie odległości pomiędzy tarczami łożyskowymi. Widmo zawiera

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

składowe harmoniczne drgań związanych ze strukturą żłobkowo-zębową maszyny zgodnie z (7.34), a także składowe harmoniczne drgań wywołane wyższymi harmonicznymi ekscentryczności dynamicznej wirnika.



Rys. 7.11. *Widmo drgań radialnych korpusu silnika indukcyjnego klatkowego Sg 132M-613-S o danych znamionowych: P_n = 5,5 kW, n_n = 895 obr/min, N_2 = 33*



Rys. 7.12. *Widmo drgań radialnych korpusu silnika indukcyjnego klatkowego Sg 132M-613-S w zakresie harmonicznych żłobkowych. Dla czytelności rysunku zaznaczono jedynie dominujące składowe harmoniczne wywołane ekscentrycznością wirnika występujące pomiędzy dwoma podstawowymi składowymi harmonicznymi wywołanymi strukturą zębową wirnika oraz przyjęto oznaczenie $f_w = f_1(1-s)/p$*

Struktura częstotliwościowa składowych harmonicznych drgań w zakresie pierwszego obszaru drgań związanych z uzębieniem wirnika została przedstawiona na rysunku 7.12. Zaznaczono składowe harmoniczne siły radialnej wywołane strukturą zębową wirnika ($f_{Pswe}=\omega_{Pswe}/2\pi$ zgodnie z (7.42)) odległe od siebie o częstotliwość $2f_1$. Ekscentryczność dynamiczna jest przyczyną pojawienia się wyższych bocznych składowych harmonicznych odległych o częstotliwość obrotową $f_w=f_1(1-s)/p$, występujących wokół częstotliwości $f_1(m_wN_2)(1-s)/p$ oraz wokół

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

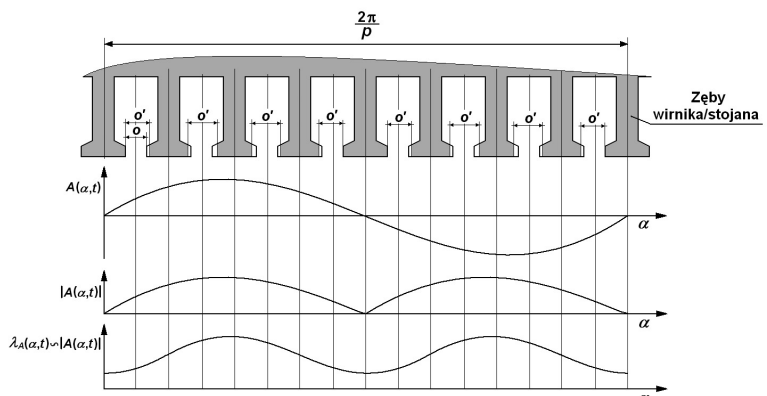
częstotliwości $f_1(m_wN_2)(1\text{-}s)/p+2f_1$. Należy zwrócić uwagę, że odległość pomiędzy składową częstotliwościową $f_1(m_wN_2)(1\text{-}s)/p+pf_w$ i składową częstotliwościową $f_1(m_wN_2)(1\text{-}s)/p+2f_1$ wynosi $2f_s=2f_1(1\text{-}s)$, gdyż $f_1=pf_w+f_s$.

7.1.3. Wpływ nasycenia obwodu magnetycznego na generowane drgania

Efektem nasycenia obwodu magnetycznego prowadzącego do nasycenia zębów jest pozorne powiększenie szczeliny pomiędzy głowicami sąsiednich zębów. Z uwagi na to, że nasycenie zależy od napięcia zasilania (wartości bezwzględnej prądu magnesującego), pozorne powiększenie szczeliny występuje z częstotliwością dwukrotnie większą niż przepływ stojana o p parach biegunów [5] (zgodnie z (7.29)), powodując dodatkową modyfikację przewodności szczeliny powietrznej (rys. 7.13):

$$\lambda_n(\alpha,t)=\sum_{m_n=1}^{\infty}\Lambda_{m_n}\cos(2m_n(\nu\alpha-\omega_1 t)+\varphi_{m_n}), \tag{7.43}$$

gdzie: Λ_{mn} – amplituda harmonicznej przewodności rzędu m_n,
φ_{m_n} – przesunięcie fazowe harmonicznej rzędu m_n.



Rys. 7.13. *Ilustracja wpływu nasycenia zębów na szerokość szczeliny pomiędzy głowicami sąsiednich zębów: A(α,t) – idealizowany rozkład okładu prądowego wzdłuż szczeliny w danej chwili czasowej t, |A(α,t)| – rozkład modułu okładu prądowego, λ(α,t) – idealizowany rozkład zmiany przewodności jednostkowej wywołany zmianą szczeliny pomiędzy głowicami sąsiednich zębów, o' – pozorne zwiększenie szczeliny pomiędzy głowicami sąsiednich zębów w stosunku do rzeczywistej szczeliny o*

Pole w szczelinie wywołane przepływem wypadkowym wytworzonym przez m-fazowe uzwojenie stojana (zależność (7.29)) i zmodyfikowaną nasyceniem

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

przewodność szczeliny powietrznej (zależność (7.43)) opisuje zgodnie z (7.8) zależność:

$$b_{swn}(\alpha,t)=\frac{1}{M_{0swn}}\Lambda_0\lambda_s(\alpha,t)\lambda_w(\alpha,t)\lambda_n(\alpha,t)\theta(\alpha,t)=$$
$$=\sum_{m_s=0}^{\infty}\sum_{m_w=0}^{\infty}\sum_{m_n=0}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{M_{0swn}}\Lambda_0\Lambda_{m_s}\Lambda_{m_w}\Lambda_{m_n}\Theta_\nu\cos(m_sN_1\alpha-\varphi_{m_s})\cos(m_wN_2(\alpha-\omega_wt)-\varphi_{m_w})\cdot$$
$$\cdot\cos(2m_n(\nu\alpha-\omega_1t)+\varphi_{m_n})\cos(\nu\alpha-\omega_1t-\varphi_\nu)=$$
$$\sum_{m_s=0}^{\infty}\sum_{m_w=0}^{\infty}\sum_{m_n=0}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty}B_{swn}\cos\big((m_sN_1\pm m_wN_2\pm2\nu m_n\pm\nu)\alpha-$$
$$-(m_wN_2\omega_w\pm2m_n\omega_1\pm\omega_1)t-(\varphi_{m_s}\pm\varphi_{m_w}\pm\varphi_{m_n}\pm\varphi_\nu)\big),\qquad(7.44)$$

gdzie: $B_{swn}=\frac{1}{8}\frac{1}{M_{0swn}}\Lambda_0\Lambda_{m_s}\Lambda_{m_w}\Lambda_{m_n}\Theta_\nu$.

Pulsacja i liczba falowa wynoszą odpowiednio:

$$\omega_{swn}=m_wN_2\omega_w\pm2m_n\omega_1\pm\omega_1=\omega_1\left[m_w\frac{N_2}{p}(1-s)\pm2m_n\pm1\right],\qquad(7.45)$$

oraz:

$$\nu_{swn}=m_sN_1\pm m_wN_2\pm2\nu m_n\pm\nu=m_sN_1\pm m_wN_2\pm p(2mk+1)(1\pm2m_n).\qquad(7.46)$$

Odkształcenie pola wywołane nasyceniem jest przyczyną pojawienia się harmonicznych nieparzystych (gdy $k=m_r=ms=0$, oraz $m_n=1$ otrzymujemy $\nu_{swn}=3p$, $\omega_{swn}=3\omega_1$). Podstawowa harmoniczna pola ($m_s=0$, $m_w=0$, $m_e=0$), współdziałając z polem wywołanym uzębieniem wirnika i stojana i zmodyfikowanym nasyceniem zębów (zależność (7.44)), wywołuje zgodnie z (7.3) siły radialne o pulsacji:

$$\omega_{Pswn}=\omega_1\left[m_w\frac{N_2}{p}(1-s)\pm2m_n\pm1\right]\pm\omega_1=\omega_1\left[m_w\frac{N_2}{p}(1-s)\pm2m_n\right],$$

lub

$$\omega_{Pswn}=\omega_1\left[m_w\frac{N_2}{p}(1-s)\pm2\pm2m_n\right].\qquad(7.47)$$

W konsekwencji w widmie drgań wywołanych siłami radialnymi pojawią się drgania o dwukrotnej częstotliwości prądu zasilania.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

7.1.4. Wpływ asymetrii prądów wirnika na generowane drgania

Omawiane drgania wywołane siłami pochodzenia elektromagnetycznego zależą od geometrii stojana i wirnika oraz położenia wirnika względem stojana, są więc indywidualne dla każdego silnika. Degradacja stanu technicznego maszyny prowadzi bądź to do wzrostu amplitudy drgań, bądź do pojawienia się nowych, charakterystycznych składowych częstotliwościowych drgań. Najczęściej występującym uszkodzeniem wirnika jest uszkodzenie jego uzwojeń (pęknięcie pręta lub pierścienia czołowego klatki, a w przypadku maszyny pierścieniowej zwarcie zwojowe).

Uszkodzenie prętów klatki wirnika prowadzi do asymetrii prądów wirnika o pulsacji:

$$\omega_2 = \omega_1 s\,, \tag{7.48}$$

gdzie: ω_1 – pulsacja prądu stojana,
s – poślizg wirnika.

Powstałą asymetrię prądów wirnika przedstawić można za pomocą składowej zgodnej i przeciwnej prądu. Składowa zgodna generuje pole magnetyczne zgodnie z kierunkiem obrotów wirnika, synchroniczne z polem stojana. Pole wytworzone przez składową przeciwną wiruje z prędkością kątową:

$$\omega_{wn} = -\frac{1}{p}\omega_1 s\,, \tag{7.49}$$

gdzie: p – liczba par biegunów,

względem wirnika przeciwnie do jego obrotów i zgodnie z (7.9) z prędkością kątową:

$$\omega_{sn} = \omega_w + \omega_{wn} = \frac{1}{p}\omega_1(1-s) - \frac{1}{p}\omega_1 s = \frac{1}{p}\omega_1(1-2s)\,, \tag{7.50}$$

względem stojana. Pole magnetyczne składowej przeciwnej wirnika indukuje w stojanie siłę elektromotoryczną i zgodne z nią prądy o pulsacji:

$$\omega_3 = \omega_1(1-2s)\,. \tag{8.51}$$

Prądy te zależą nie tylko od stopnia asymetrii uzwojenia wirnika, lecz także od parametrów systemu zasilania. Podstawową harmoniczną przepływu wywołanego asymetrią uzwojenia wirnika odniesioną do układu stojana opisuje (zgodnie z (7.15)) funkcja harmoniczna:

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

$$\theta_{2a}^{*}(\alpha,t) = \Theta_{2a}\cos(p\alpha - \omega_1(1-2s)t - \varphi_{2a}^{*}), \tag{7.52}$$

gdzie: Θ_{2a} – amplituda harmonicznej podstawowej przepływu.

Rozkład indukcji magnetycznej w szczelinie przy uwzględnieniu jedynie składowej stałej przewodności opisuje zależność:

$$b_{2a0}(\alpha,t) = \theta_{2a}(\alpha,t)\lambda_w(\alpha,t) = \Theta_{2a}\Lambda_0\cos(p\alpha - \omega_1(1-2s)t - \varphi_{2a}^{*}). \tag{7.53}$$

Pulsacja i liczba falowa wynoszą odpowiednio:

$$\omega_{a2} = \omega_1(1-2s), \tag{7.54}$$

$$\nu_{a2} = p. \tag{7.55}$$

Pole magnetyczne ukształtowane uzębieniem wirnika i stojana (zależność (7.31)) wraz z polem wywołanym asymetrią prądów wirnika (zależność (7.53)) generuje siły radialne o pulsacjach:

$$\omega_{Pswa2} = \omega_1\left[k\frac{N_2}{p}(1-s)\pm 1\right] \pm \omega_1(1-2s) = \omega_1\left[k\frac{N_2}{p}(1-s)\pm 2s\right],$$

lub

$$\omega_{Pswa2} = \omega_1\left[k\frac{N_2}{p}(1-s)\pm 2s + 2\right], \tag{7.56}$$

gdzie: $k = 1, 2, 3, \ldots$.

Z zależności (7.56) wynika, że w otoczeniu składowych harmonicznych drgań wywołanych strukturą zębową wirnika pojawią się składowe częstotliwościowe drgań w postaci pasm bocznych, odległych o podwójną częstotliwość poślizgu (rys. 7.14).

Siły radialne o niskich pulsacjach:

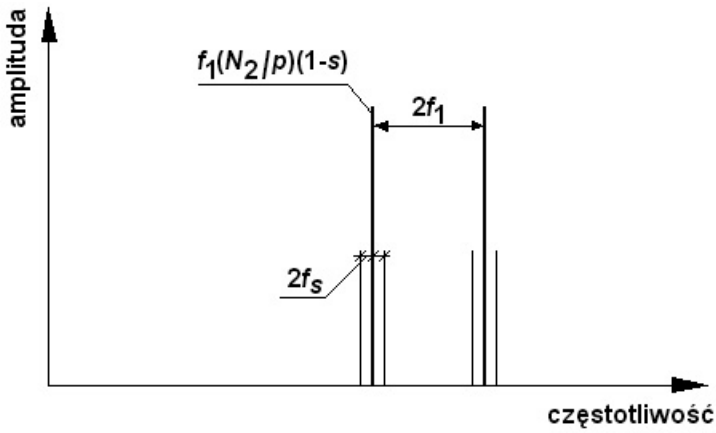
$$\omega_{Pswa2} = \omega_1 \pm \omega_1(1-2s) = 2\omega_1 s,$$

lub

$$\omega_{Pswa2} = 2\omega_1(1-s), \tag{7.57}$$

powstają przy współdziałaniu z podstawową harmoniczną pola ($k = 0$).

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 7.14. *Widmo drgań wywołanych strukturą zębową wirnika i asymetrią prądów wirnika. Dla czytelności rysunku przyjęto oznaczenie $f_s = f_1 s$*

Sumaryczne pole w szczelinie wywołane strukturą zębową i ekscentrycznością wirnika (zależność (7.38)) oraz pole wytworzone przez przepływ stojana wywołany asymetrią uzwojenia wirnika przy uwzględnieniu stałej przewodności szczeliny (zależność (7.53)) wywoła siły radialne o pulsacjach:

$$\omega_{Pswa2e} = \left[\frac{1}{p}(m_w N_2)(1-s) \pm 1\right]\omega_1 \pm \omega_1(1-2s) = \omega_1\left[\frac{1}{p}(m_w N_2)(1-s) \pm 2s\right],$$

lub

$$\omega_{Pswa2e} = \omega_1\left[\frac{1}{p}(m_w N_2)(1-s) \pm 2s + 2\right],$$

oraz

$$\omega_{Pswa2e} = \left[\frac{1}{p}(m_w N_2 \pm m_{ed})(1-s) \pm 1\right]\omega_1 \pm \omega_1(1-2s) = \omega_1\left[\frac{1}{p}(m_w N_2 \pm m_{ed})(1-s) \pm 2s\right],$$

lub

$$\omega_{Pswa2e} = \omega_1\left[\frac{1}{p}(m_w N_2 \pm m_{ed})(1-s) \pm 2s + 2\right]. \tag{7.58}$$

Uwzględniając wyższe harmoniczne wywołane ekscentrycznością dynamiczną i wyższe harmoniczne przepływu, pulsację sił radialnych opisuje zależność:

$$\omega_{Pswa2e} = l\omega_1\left[\frac{1}{p}(m_w N_2)(1-s) \pm k_w 2s\right] \pm n\omega_1,$$

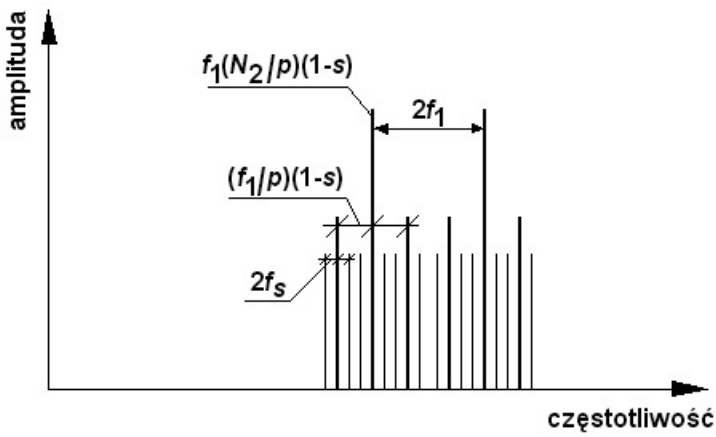
lub

$$\omega_{Pswa2e} = l\omega_1\left[\frac{1}{p}(m_w N_2 \pm m_{ed})(1-s) \pm k_w 2s\right] \pm n\omega_1, \tag{7.59}$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

gdzie: l – współczynnik uwzględniający wyższe nieparzyste harmoniczne czasowe,
k_w – współczynnik uwzględniający wyższe harmoniczne asymetrii prądów wirnika,
n – współczynnik uwzględniający wyższe parzyste harmoniczne czasowe.

Składowe harmoniczne drgań wywołanych asymetrią prądów wirnika pojawią się także wokół składowych harmonicznych drgań wywołanych ekscentrycznością dynamiczną wirnika (rys. 7.15).



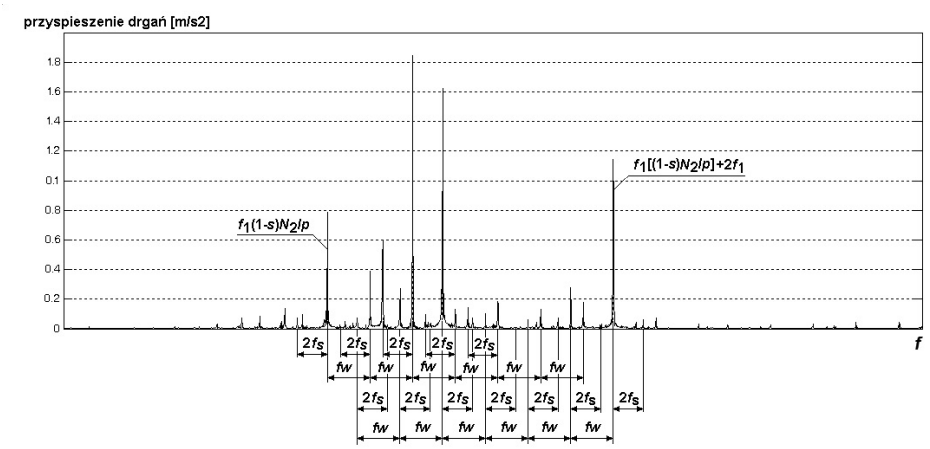
Rys. 7.15. *Widmo drgań wywołanych strukturą zębową wirnika, jego ekscentrycznością dynamiczną i asymetrią prądów wirnika*

Przykład. Na rys. 7.16 przedstawiono widmo częstotliwościowe drgań radialnych korpusu silnika indukcyjnego Sg 132M-613-S o 3 parach biegunów z uszkodzonymi trzema prętami lutowanej klatki wirnika, wywołującymi asymetrię prądów wirnika. Pomiarów dokonano akcelerometrem z wyjściem napięciowym o czułości 92,86 mV/m/s^2, zakresie częstotliwościowym 0,3 Hz – 10 kHz i częstotliwości rezonansowej 28 kHz, umieszczonym na korpusie silnika w połowie odległości pomiędzy tarczami łożyskowymi. Porównanie z widmem prezentowanym na rysunku 7.12 ujawnia pojawienie się nowych harmonicznych bocznych odległych o $2f_s=2f_1s$ wywołanych składową przeciwną prądów wirnika zgodnie z rysunkiem 7.15 i rysunkiem 7.14 oraz wzrost harmonicznych wywołanych ekscentrycznością wirnika.

W widmie pojawiły się boczne składowe częstotliwościowe w odległości $2f_s=2f_1s$, a także nastąpił wzrost bocznych składowych częstotliwościowych wywołanych ekscentrycznością.

Wzrost bocznych składowych częstotliwościowych f_w, występujących w otoczeniu częstotliwości $f_1(m_wN_2)(1\text{-}s)/p$ i częstotliwości $f_1(m_wN_2)(1\text{-}s)/p+2f_1$, następuje wtedy, gdy odległość pomiędzy nimi jest równa $2sf_1$, a więc równa harmonicznej wywołanej asymetrią prądów wirnika.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 7.16. *Widmo drgań radialnych korpusu silnika indukcyjnego klatkowego Sg 132M-613-S z 3 uszkodzonymi prętami w zakresie harmonicznych żłobkowych. Dla czytelności rysunku zaznaczono jedynie dominujące boczne składowe częstotliwościowe występujące pomiędzy dwoma podstawowymi składowymi częstotliwościowymi wywołanymi strukturą zębową wirnika*

7.1.5. Wpływ asymetrii prądów stojana na generowane drgania

Najczęściej występującym rodzajem uszkodzenia stojana jest uszkodzenie jego uzwojeń (zwarcie międzyzwojowe, międzycewkowe, zwarcie międzyfazowe i zwarcie doziemne).

Pasmo fazowe ze zwartym zwojem przedstawić można za pomocą dwóch niezależnych obwodów: pasma fazowego, w którym jedna z cewek ma mniejszą o jeden liczbę zwojów i zwartego zwoju – połączonych ze sobą galwanicznie w miejscu wystąpienia zwarcia. W obu obwodach płyną różne prądy – w paśmie fazowym prąd fazowy, w zwartym zwoju prąd wymuszony napięciem indukowanym przez strumień wypadkowy z nim skojarzony.

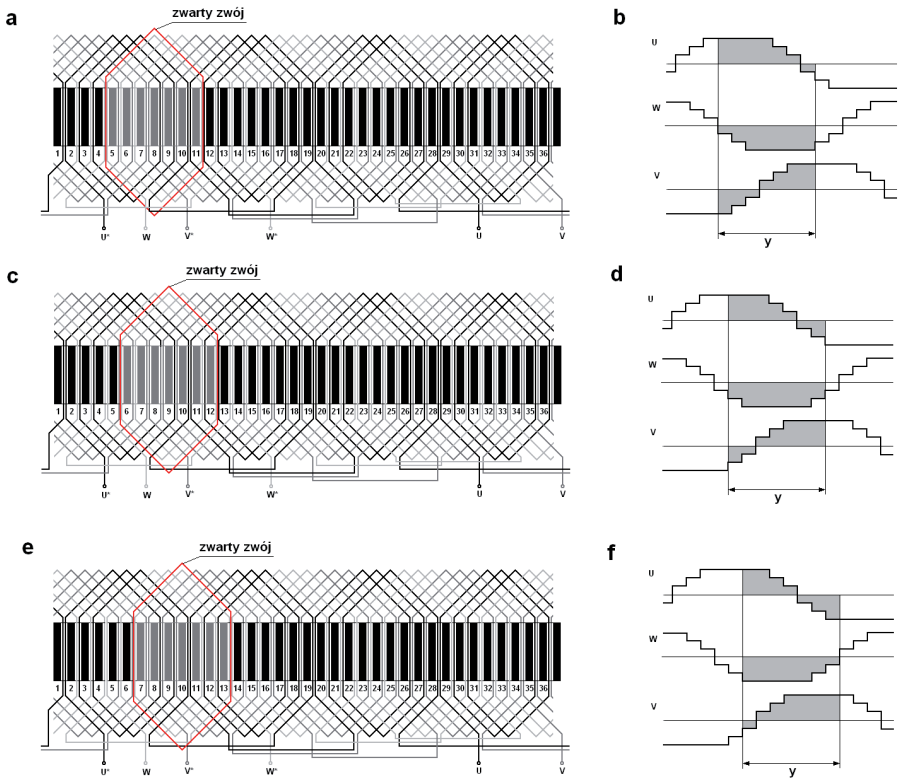
Zmniejszenie liczby zwojów uzwojenia, w którym nastąpiło zwarcie zwojowe wprowadza lokalną asymetrię przepływu i w konsekwencji strumienia wypadkowego – strumień wytworzony przez cewkę uzwojenia ze zwartym zwojem jest mniejszy niż w sąsiednich cewkach uzwojenia. Ponadto pod wpływem napięcia indukowanego w zwartym zezwoju płynie prąd ograniczony jedynie impedancją własną. Wypadkowy przepływ jest superpozycją przepływu stojana i przepływu zwartego zezwoju.

Na rysunku 7.17 przedstawione zostały wszystkie możliwe warianty wystąpienia zwarcia zwojowego (skojarzenie zwartego zwoju z grupami cewek poszczególnych pasm fazowych zależy od miejsca wystąpienia zwarcia) w kolejnych

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

cewkach jednej grupy danego pasma fazowego w silniku indukcyjnym pierścieniowym SN 443-4 o następujących parametrach uzwojenia stojana:

liczba par biegunów – $p = 2$,
liczba żłobków stojana – $Q_s = 36$,
podziałka biegunowa – $\tau_{pQ} = 9$,
poskok – $y = 7$.



Rys. 7.17. *a, c, e) Zwarcie zwojowe w różnych cewkach grupy fazy W w silniku indukcyjnym pierścieniowym, b, d, f) rozkład schodkowy przepływu pasm fazowych objęty zwartym zwojem, y – poskok zwartego zwoju*

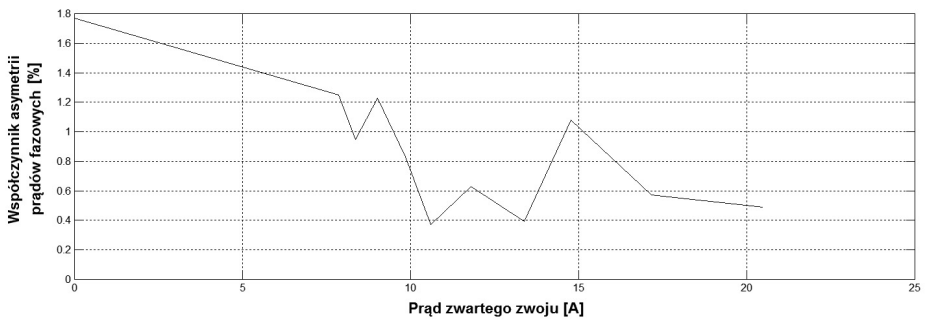
Przeprowadzony w stanie jałowym dla silnika indukcyjnego, pierścieniowego SN 443-4 eksperyment symulujący zwarcie zwojowe wykazał, że współczynnik asymetrii prądów fazowych silnika wyznaczony analogicznie jak współczynnik asymetrii napięć trójfazowych [9]:

$$K_{2I} = (\Delta I_{\max} / I_{sr})100\% \ , \tag{7.60}$$

gdzie: $\Delta I_{\max}$ – maksymalne odchylenie dowolnego z trzech prądów fazowych od ich wartości średniej $I_{śr}$,

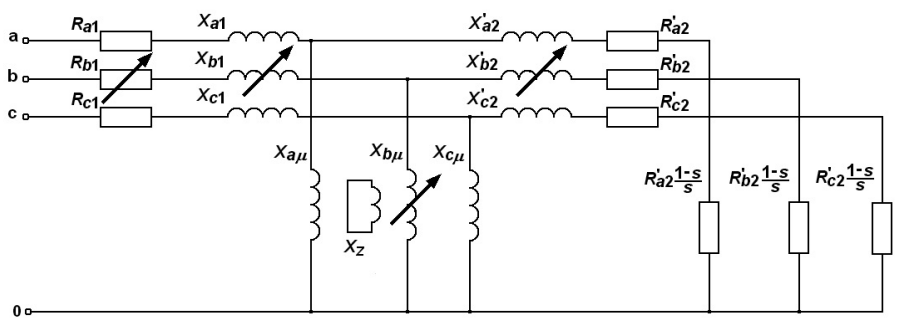
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

wraz z rozwojem zwarcia zwojowego (zmiana prądu zwarcia od 0 do 300% prądu znamionowego) zmienia się w granicach 0–1,4%. Pomimo zmian współczynnika asymetrii (spowodowanych fluktuacją napięcia zasilania) zauważalny jest trend zmniejszania się niewielkiej asymetrii wraz z rozwojem zwarcia zwojowego w stosunku do asymetrii pierwotnej (rys. 7.18). Zjawisko to wyjaśnić można następująco: zwarty zwój (skojarzony z wszystkimi pasmami fazowymi) stanowi dodatkowe (symetryzujące) obciążenie silnika.



Rys. 7.18. *Zmiana współczynnika asymetrii prądów fazowych ($K_{2I} = (\Delta I_{max}/I_{śr})\cdot 100\%$) w funkcji prądu zwartego zwoju*

Na rysunku 7.19 przedstawiony został uproszczony schemat zastępczy silnika indukcyjnego ze zwartym zwojem. Zwarcie zwoju wybranej fazy skutkuje zmianą rezystancji uzwojenia fazowego oraz indukcyjności magnesującej i rozproszenia.



Rys. 7.19. *Uproszczony schemat zastępczy silnika indukcyjnego ze zwartym zwojem stojana. Zwarty zwój o impedancji X_z jest skojarzony ze wszystkimi pasmami fazowymi*

Wywołaną zwarciem zwojowym lokalną asymetrię pola w szczelinie maszyny przedstawić możemy za pomocą dwóch pól o różnych amplitudach, wirujących w przeciwnych kierunkach z prędkością synchroniczną. Uwzględniając jedynie składową stałą przewodności szczeliny i składową zgodną i przeciwną przepływu stojana (zgodnie z (7.11)) wywołaną asymetrią uzwojenia ($m_s = 0$, $m_w = 0$, $m_e = 0$) otrzymujemy na podstawie (7.38):

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

$$b_{1a0}(\alpha,t) = \theta_{1a}(\alpha,t)\Lambda_0 =$$
$$= \sum_{k_{ap}=1}^{\infty} B_{k_{ap}} \cos(k_{ap} p\alpha - k_{ap}\omega_1 t - \varphi_{k_{ap}}) + \sum_{k_{an}=1}^{\infty} B_{k_{an}} \cos(k_{an} p\alpha + k_{an}\omega_1 t - \varphi_{k_{an}}) \,, \quad (7.61)$$

gdzie: $\theta_1 a$ – wypadkowy przepływ stojana,
$B_{k_{ap}} = \Theta_{k_{ap}}\Lambda_0$ – amplituda harmonicznej zgodnej pola rzędu *ka*,
$B_{k_{an}} = \Theta_{k_{an}}\Lambda_0$ – amplituda harmonicznej przeciwnej pola rzędu *ka*,
$\varphi_{k_{ap}}$ – przesunięcie fazowe harmonicznej zgodnej rzędu *ka*,
$\varphi_{k_{an}}$ – przesunięcie fazowe harmonicznej przeciwnej rzędu *ka*.

Pulsacja i liczba falowa (uwzględniając jedynie podstawową harmoniczną prądu zasilania – zależność (7.29)) wynoszą odpowiednio:

$$\omega_{a1} = \pm k_a \omega_1 \,, \quad (7.62)$$

oraz:

$$\nu_{a1} = k_a p = p(2mk+1) \,. \quad (7.63)$$

Pole w szczelinie wywołane ekscentrycznością dynamiczną i uzębieniem wirnika o pulsacji określonej zależnością (7.39) wraz z polem wywołanym asymetrią przepływu stojana o pulsacji (7.62) wywołuje zgodnie z (7.3) siły radialne o pulsacji:

$$\omega_{Pswa1} = \omega_1 \left[\frac{1}{p}(m_w N_2 + m_e)(1-s) \pm 1 \right] \pm k_a \omega_1 = \omega_1 \left[\frac{1}{p}(m_w N_2 + m_e)(1-s) + k_a - 1 \right],$$

lub

$$\omega_{Pswa1} = \omega_1 \left[\frac{1}{p}(m_w N_2 + m_e)(1-s) + k_a + 1 \right], \quad (7.64)$$

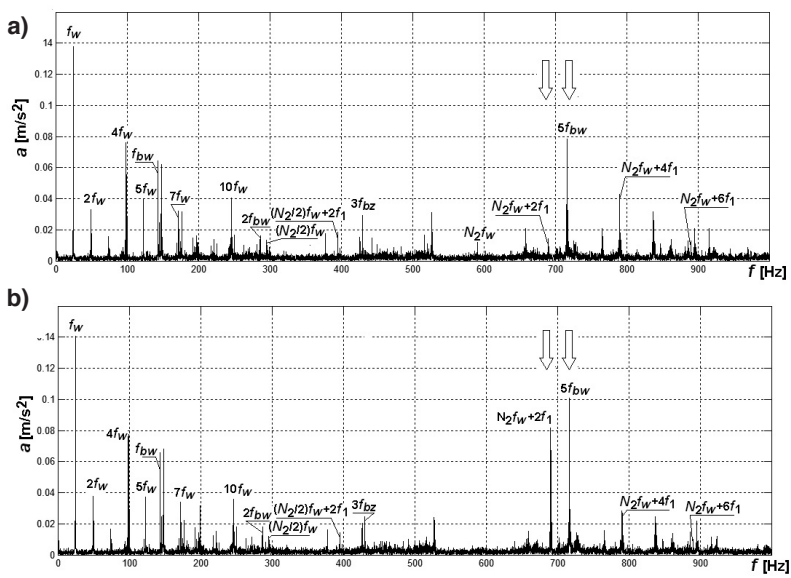
Dla k_a nieparzystego w widmie drgań wywołanych siłami radialnymi może wystąpić modyfikacja składowych częstotliwościowych drgań wywołanych strukturą żłobkową (odległych od składowych $m_w(N_2)f_w$ o wielokrotności dwukrotnej częstotliwości prądu zasilania f_1) oraz niskoczęstotliwościowych drgań sumacyjno-różnicowych (kombinacja częstotliwości prądu zasilania f_1 i częstotliwości obrotowej f_w). Wystąpienie zwarcia zwojowego nie wprowadza nowych składowych harmonicznych indukcji w szczelinie, może natomiast prowadzić do zmiany amplitud składowych częstotliwościowych związanych ze strukturą żłobkowo-zębową wirnika, co potwierdzają badania eksperymentalne.

Asymetria przepływu i lokalna asymetria strumienia są przyczyną zmian niezrównoważonych sił naciągu magnetycznego, co powinno wywołać zmiany am-

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

plitud drgań związanych z uszkodzeniem obu bieżni łożysk, jak również drgań związanych ze strukturą zębową wirnika.

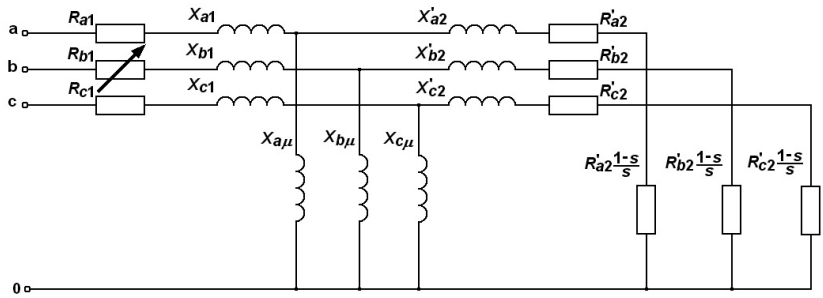
Przykład. Na Rys.7.20 przedstawiono widmo częstotliwościowe drgań radialnych korpusu silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4 o $p = 2$ parach biegunów, nieuszkodzonego i ze zwarciem zwojowym jednej fazy stojana wywołującym asymetrię strumienia wypadkowego. Pomiarów dokonano akcelerometrem o czułości 1,01 mV/m/s^2, zakresie częstotliwościowym 3 Hz – 20 kHz i częstotliwości rezonansowej 45 kHz, umieszczonym na korpusie silnika w połowie odległości pomiędzy tarczami łożyskowymi. W widmie drgań średnioczęstotliwościowych nieuszkodzonego silnika (rys. 7.20a), obejmującym zakres częstotliwości zębowych znaleźć można składowe harmoniczne drgań wywołanych uzębieniem wirnika o stosunkowo niewielkich amplitudach (znacznie mniejszych od amplitud drgań wywołanych niewyważeniem wirnika – f_w i zużyciem bieżni wewnętrznej łożyska – f_{bw}), co świadczy o minimalnej ekscentryczności dynamicznej wirnika. Wystąpienie zwarcia zwojowego (rys. 7.20b) generalnie nie wprowadza istotnych zmian amplitud składowych częstotliwościowych drgań. Około dwudziestoprocentowy wzrost piątej harmonicznej drgań wywołanych zużyciem bieżni wewnętrznej łożyska uzasadnić można zmianą niezrównoważonego naciągu magnetycznego wywołaną asymetrią magnetyczną. Istotny, ponadośmiokrotny wzrost amplitudy składowej częstotliwościowej $N_2 f_w + 2f_1$ związanej ze składową przeciwną przepływu wynika z modulujących właściwości lokalnej asymetrii strumienia.



Rys. 7.20. *Widmo drgań radialnych korpusu silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4 w zakresie częstotliwości zębowych wirnika: a) silnik nieuszkodzony, b) silnik ze zwarciem zwojowym jednej fazy stojana. Strzałkami oznaczono dyskutowane składowe częstotliwościowe*

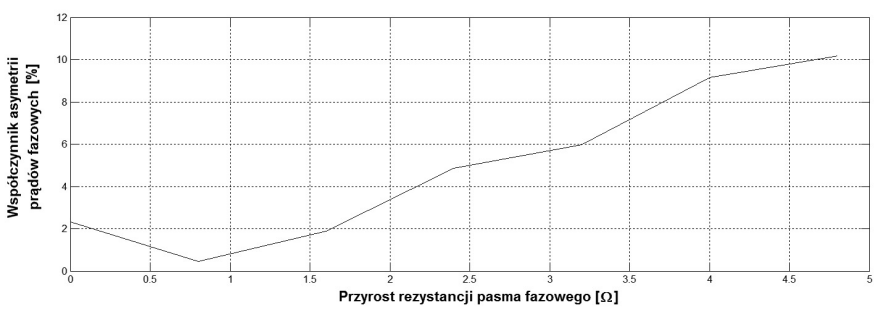
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Innym rodzajem uszkodzenia wprowadzającym asymetrię prądów stojana jest degradacja stanu technicznego połączeń zezwojów wewnątrz maszyny prowadząca do wzrostu rezystancji uzwojenia fazowego. Na rysunku 7.21 przedstawiony został uproszczony schemat zastępczy silnika indukcyjnego, w którym występuje zmiana rezystancji danego pasma fazowego. Wzrost rezystancji uzwojenia fazowego, będący wynikiem degradacji stanu technicznego połączeń cewek silnika, wywołuje skutek podobny do asymetrii napięć zasilających.



Rys. 7.21. *Uproszczony schemat zastępczy silnika indukcyjnego z wadą połączenia zezwojów powodującą wzrost rezystancji uzwojenia*

Przeprowadzony w stanie jałowym dla silnika indukcyjnego, pierścieniowego SN 443-4 eksperyment symulujący wzrost rezystancji pasma fazowego wykazał, że współczynnik asymetrii prądów fazowych silnika wraz z rozwojem uszkodzenia (zmiana rezystancji uzwojenia od 0 do 350% rezystancji znamionowej) zmienia się w granicach 0–10,3%. Wraz z rozwojem uszkodzenia asymetria prądów fazowych rośnie w stosunku do asymetrii pierwotnej (rys. 7.22). Następuje zniekształcenie wypadkowego przepływu – kształt kołowy trajektorii fazora przestrzennego prądów zmienia się w eliptyczny (rys. 4.50). Odkształcenie wypadkowego przepływu stojana i w konsekwencji wirującego w szczelinie maszyny pola magnetycznego, które przedstawić możemy za pomocą dwóch pól o różnych amplitudach, wirujących w przeciwnych kierunkach z prędkością synchroniczną, nie wprowadza dodatkowych niezrównoważonych sił naciągu magnetycznego.

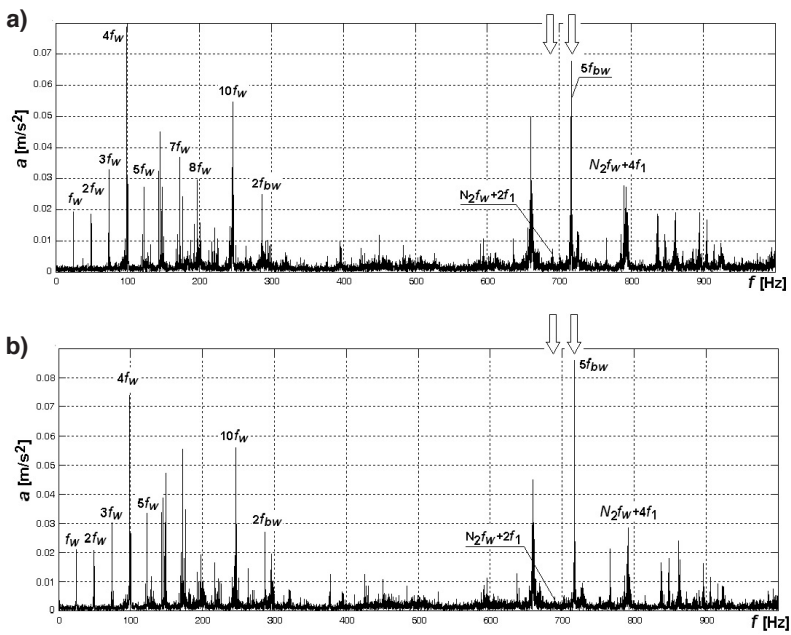


Rys. 7.22. *Zmiana współczynnika asymetrii prądów fazowych ($K_{2I} = (\Delta I_{max}/I_{śr})\cdot 100\%$) w funkcji przyrostu rezystancji pasma fazowego*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

W widmie drgań wywołanych siłami radialnymi pojawią się składowe częstotliwościowe o pulsacjach opisanych zależnością (8.63), jednak rozwój uszkodzenia nie powinien skutkować znaczącymi zmianami amplitud składowych częstotliwościowych drgań.

Przykład. Na rys. 7.23 przedstawiono widmo częstotliwościowe drgań radialnych korpusu silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4 o 2 parach biegunów, z symetrycznym uzwojeniem stojana i z niesymetrią uzwojenia wywołaną wzrostem rezystancji w wyniku degradacji stanu technicznego połączenia cewek uzwojenia silnika.



Rys. 7.23. *Widmo drgań radialnych korpusu silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4 w zakresie częstotliwości zębowych wirnika: a) silnik nieuszkodzony, b) silnik ze zwiększoną o 350% rezystancją uzwojenia jednej fazy stojana. Strzałkami oznaczono dyskutowane składowe częstotliwościowe*

Pomiarów dokonano akcelerometrem o czułości 1,01 mV/m/s², zakresie częstotliwościowym 1–20 kHz i częstotliwości rezonansowej 45 kHz, umieszczonym na korpusie silnika w połowie odległości pomiędzy tarczami łożyskowymi. W widmie drgań średnioczęstotliwościowych nieuszkodzonego silnika (rys. 7.23a), obejmującym zakres częstotliwości zębowych, znaleźć można składowe harmoniczne drgań wywołanych uzębieniem wirnika o stosunkowo niewielkich amplitudach. Wystąpienie uszkodzenia połączenia cewek uzwojenia silnika (rys. 7.23b) generalnie nie powoduje istotnych zmian amplitud analizowanych składowych harmonicznych drgań z wyjątkiem składowej harmonicznej $5f_{bw}$, której amplituda wzrosła o około 30%.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Interesująca z punktu widzenia diagnostyki wibracyjnej jest w tym przypadku niewrażliwość zębowej składowej częstotliwościowej drgań ($N_2f_w+2f_1$) na wzrost rezystancji uzwojenia fazowego (lub pojawienie się asymetrii napięć), a jedynie na zwarcie zwojowe (rys. 7.20 i rys.7.23).

7.1.6. Struktura częstotliwościowa drgań wywołanych oddziaływaniem elektromagnetycznym

Dominujące częstotliwości drgań wywołane strukturą żłobkową stojana i wirnika, ekscentrycznością wirnika, asymetrią uzwojenia wirnika oraz nasyceniem zębów zostały przedstawione w tabeli 7.1. Teoretycznie w maszynie wystąpić mogą składowe częstotliwościowe drgań o częstotliwościach będącymi wielokrotnościami częstotliwości podstawowych (f_1, $f_w=f_1(1-s)/p$, $f_1(1-s)$, $N_2f_w=N_2f_1(1-s)/p$, $f_s=f_1s$) i ich kombinacji różnicowo-sumacyjnych. W sumie widmo może zawierać pewną liczbę składowych harmonicznych wywołanych różnymi przyczynami, na przykład omówionym wcześniej wpływem ekscentryczności wirnika i asymetrii jego uzwojeń. Analizę częstotliwościową sygnału wibracyjnego ułatwia mapa F-F mapa widma synchroniczna z częstotliwością f_1 lub $f_1(1-s)$.

Tabela 7.1

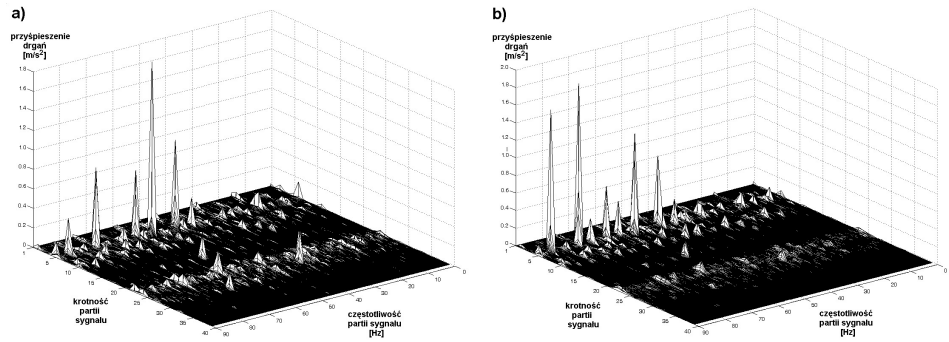
		Pulsacja
1	Żłobki stojana.	–
2	Żłobki wirnika.	$\pm\omega_1(1\pm m_w N_2/p(1-s)\pm1)$
3	Ekscentryczność wirnika.	$\pm\omega_1(1\pm m_e/p(1-s)\pm1)$
4	Asymetria uzwojeń wirnika.	$\pm\omega_1(1\pm2s)\pm1)$
5	Asymetria uzwojeń stojana.	$\pm\omega_1(m_w N_2/p(1-s)+k_a\pm1)$

Przykład. Analiza widma drgań radialnych silnika indukcyjnego Sg 132M-613-S o mocy 5,5 kW i znamionowej prędkości obrotowej 895 obr./min wywołanych uszkodzeniem prętów klatki wirnika. $N_1 = 36$, $N_2 = 33$, czujnik drgań umieszczony w połowie długości korpusu.

Pomiary drgań korpusu maszyny bez uszkodzeń klatki wirnika i z uszkodzonymi trzema prętami wirnika, przy poślizgu znamionowym, zrealizowano za pomocą akcelerometru z wyjściem napięciowym o czułości 92,86 mV/m/s^2, zakresie częstotliwościowym 0,3 Hz – 10 kHz i częstotliwości rezonansowej 28 kHz, umieszczonym na korpusie silnika w połowie odległości pomiędzy tarczami łożyskowymi specjalnie zmodyfikowanej maszyny. Analiza częstotliwościowo-częstotliwościowa drgań została pokazana na rysunku 7.24 w postaci przestrzennej mapy widma F-F, w której kolejne odpowiadające sobie elementy każdej partii

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

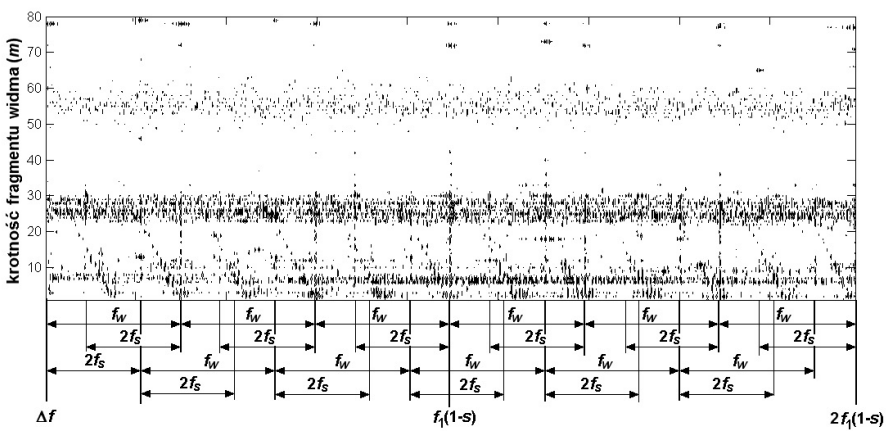
widma sygnału są oddalone o $f_{syn}=2f_1(1-s)=2pf_w$, będącą wielokrotnością częstotliwości obrotowej wirnika.



Rys. 7.24. *Przestrzenna mapa F-F drgań silnika indukcyjnego synchronizowana z prędkością obrotową wirnika: a) z minimalną asymetrią klatki wirnika, b) z uszkodzonymi trzema prętami w grupie*

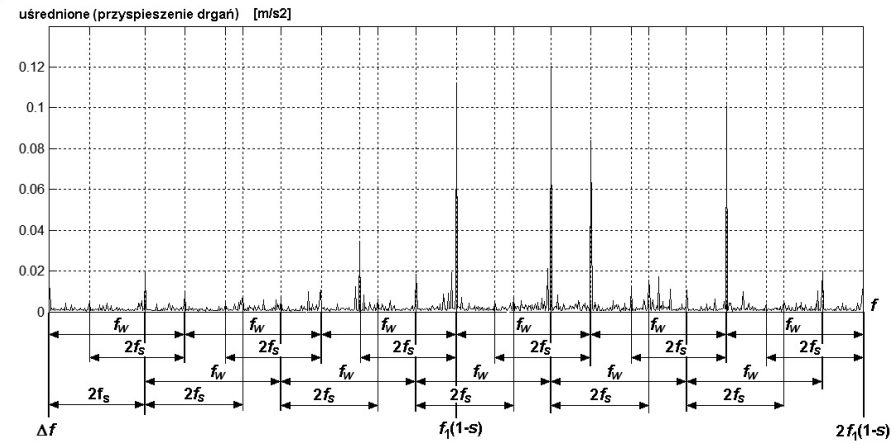
Analiza zmian amplitudy sygnału w zakresie wyższych częstotliwości została przeprowadzona przy zastosowaniu skali wykładniczej o wykładniku -4 przy tworzeniu mapy częstotliwościowo-częstotliwościowej.

Mapy F-F widma drgań silnika synchronizowane z częstotliwością $2pf_w$ (rys. 7.25 i rys.7.27) utworzone na podstawie map przestrzennych (rys. 7.24a,b) nie ujawniają pojawienia się nowych składowych częstotliwościowych drgań wywołanych uszkodzeniem prętów wirnika. Występuje natomiast zmiana amplitud składowych częstotliwościowych widma w zakresie niskich częstotliwości, co ujawnia maksimum amplitud składowych harmonicznych widma (zgodnie z (4.19)) odległych o częstotliwość $2pf_w$ (rys. 7.26 i rys.7.28). Na uszkodzenie klatki wirnika wskazuje generalny wzrost amplitud drgań oraz amplitud prawostronnych pasm bocznych odległych o częstotliwość $2sf_1$.



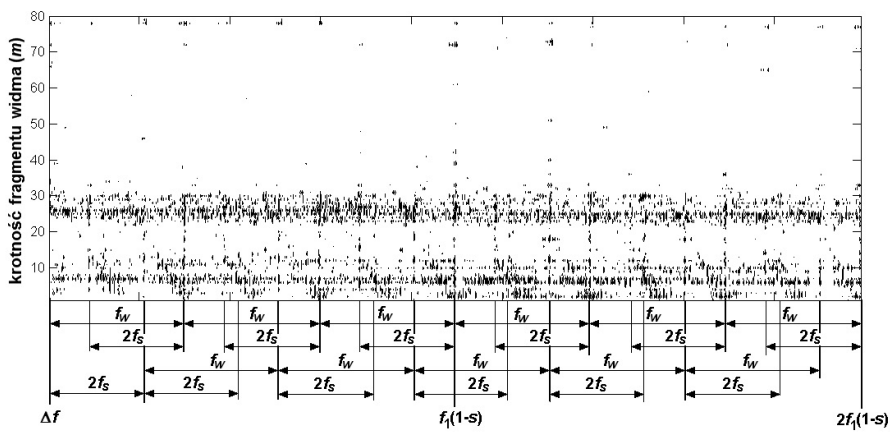
Rys. 7.25. *Mapa F-F widma drgań silnika indukcyjnego Sg 132M-613-S utworzona na podstawie obrazu widma F-F synchronicznego z $2pf_w$ (rys. 7.24a). Minimalna asymetria klatki wirnika*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



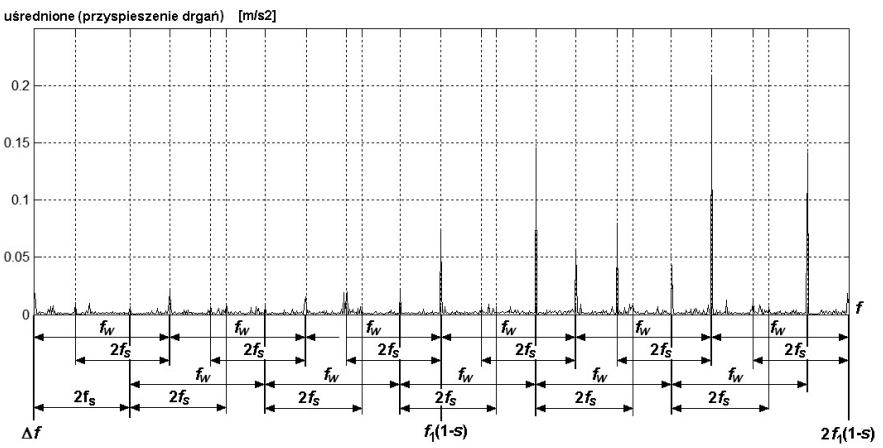
Rys. 7.26. *Maksimum amplitud składowych częstotliwościowych widma drgań silnika indukcyjnego Sg 132M-613-S utworzone na podstawie mapy F-F widma, synchronicznego z* $2pf_w$. *Minimalna asymetria klatki wirnika*

Występujące różnice amplitud składowych częstotliwościowych widma drgań wyznaczone przy symetrii i asymetrii klatki wirnika (uszkodzeniu prętów) silnika indukcyjnego uzasadniają wykorzystanie sygnału wibracyjnego do diagnozowania tego typu uszkodzeń silnika indukcyjnego. Zaprezentowane powyżej mapy F-F widma drgań powstały na podstawie sygnału wibracyjnego maszyny, w której dominują niezrównoważone siły naciągu magnetycznego. W tym przypadku siły pochodzenia mechanicznego (wywołane niewyważeniem i uszkodzeniem łożysk) są na tyle małe, że nie wprowadzają istotnych zmian w mapie F-F widma.



Rys. 7.27. *Mapa F-F widma drgań silnika indukcyjnego Sg 132M-613-S utworzona na podstawie obrazu widma F-F synchronicznego z* $2pf_w$ *(rys. 7.24b). Uszkodzone trzy pręty wirnika*

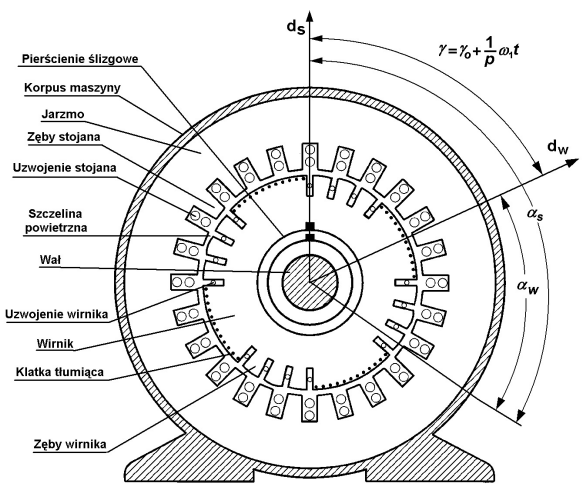
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 7.28. *Maksimum amplitud składowych częstotliwościowych widma drgań silnika indukcyjnego Sg 132M-613-S utworzone na podstawie mapy F-F widma, synchronicznego z $2pf_w$. Uszkodzone trzy pręty wirnika*

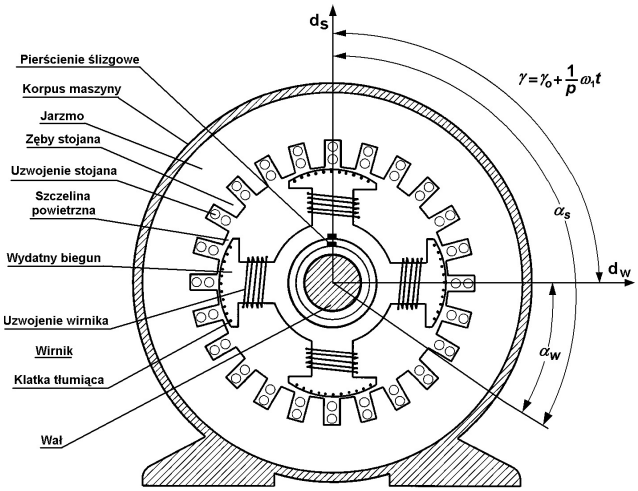
7.2. Oddziaływania elektromagnetyczne w silniku synchronicznym

Na rysunku 7.29 przedstawiono schematyczny przekrój przez maszynę synchroniczną z biegunami utajonymi, a na rysunku 7.30 schematyczny przekrój przez maszynę synchroniczną z biegunami wydatnymi.



Rys. 7.29. *Schematyczny przekrój maszyny synchronicznej z biegunami utajonymi*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 7.30. *Schematyczny przekrój maszyny synchronicznej z biegunami wydatnymi*

Oś d_s przechodząca przez środek pierwszego pasma fazowego stojana i oś d_w przechodząca przez środek bieguna 1 wirnika stanowią odniesienie dla dowolnego punktu wzdłuż łuku szczeliny powietrznej. W danej chwili czasowej t kąt pomiędzy osią d_s i d_w opisuje zależność:

$$\gamma = \gamma_0 + \omega_w t = \gamma_0 + \frac{1}{p}\omega_1 t \,, \tag{7.65}$$

gdzie: γ_0 – kąt początkowy,
ω_w – prędkość kątowa wirnika,
ω_1 – pulsacja napięcia zasilania stojana,
p – ilość par biegunów.

Podobnie jak w przypadku maszyny indukcyjnej, przepływ stojana maszyny synchronicznej opisuje funkcja poliharmoniczna (7.11). Natomiast przepływ wirnika (uzwojenie wzbudzenia zasilane jest prądem stałym) w dowolnym punkcie na jego powierzchni opisuje zależność:

$$\theta_2(\alpha, t) = \sum_{k_w=-\infty}^{\infty} \Theta_{k_w}^n \cos(k_w p \alpha_w - \varphi_{kw}) \,, \tag{7.66}$$

gdzie: k_w – rząd harmonicznej przepływu wirnika,
Θ_{kw} – amplituda harmonicznej rzędu k_w przepływu wirnika,
v_{kw} – liczba falowa składowej harmonicznej indukcji rzędu k_w,
φ_{kw} – przesunięcie fazowe harmonicznej rzędu k_w przepływu wirnika.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Podstawiając (7.65) przy uwzględnieniu (7.10) do (7.66) otrzymujemy wyrażenie na przepływ wirnika odniesiony do stojana:

$$\theta_2^*(\alpha,t) = \sum_{k_w=-\infty}^{\infty} \Theta_{kr} \cos(k_w p(\alpha_s - \frac{1}{p}\omega_1 t - \gamma_0) - \varphi_{k_w}) . \tag{7.67}$$

Uwzględniając w ogólnym przypadku asymetrię przepływu wirnika otrzymujemy:

$$\theta_2^*(\alpha,t) = \sum_{k_w=-\infty}^{\infty} \left(\Theta_{k_w} \cos(k_w p(\alpha_s - \frac{1}{p}\omega_1 t - \gamma_0) - \varphi_{k_w}) + \right.$$
$$\left. + \Theta_{k_w} \cos(k_w p(\alpha_s + \frac{1}{p}\omega_1 t - \gamma_0) - \varphi_{k_w}) \right) . \tag{7.68}$$

Pole w szczelinie przy uwzględnieniu jedynie składowej stałej przewodności magnetycznej Λ_0, wytworzone przez przepływ stojana (7.11) opisuje zgodnie z (7.8) i (7.20) zależność:

$$b_s(\alpha,t) = \lambda(\alpha,t)\theta_1(\alpha,t) =$$
$$= \sum_{k_s=-\infty}^{\infty} \Lambda_0 (\Theta_{k_s}^p \cos(k_s p\alpha_s - \omega_{k_s} t - \varphi_{k_s}) + \Theta_{k_s}^n \cos(k_s p\alpha_s + \omega_{k_s} t - \varphi_{k_s})). \tag{7.69}$$

Analogicznie biorąc pod uwagę przepływ wirnika otrzymujemy:

$$b_w(\alpha,t) = \lambda(\alpha,t)\theta_2^*(\alpha,t) =$$
$$= \sum_{k_w=-\infty}^{\infty} \Lambda_0 \left(\Theta_{k_w} \cos(k_w p(\alpha_s - \frac{1}{p}\omega_1 t - \gamma_0) - \varphi_{k_w}) + \Theta_{k_w} \cos(k_w p(\alpha_s + \frac{1}{p}\omega_1 t - \gamma_0) - \varphi_{k_w}) \right) . \tag{7.70}$$

Przyjmując, że:

$$\omega_{k_w} = k_w \omega_1 , \tag{7.71}$$

oraz:

$$\begin{aligned} k_s &= (mk+1) , \\ k_w &= (2l+1) , \end{aligned} \tag{7.72}$$

gdzie: $k = 0, \pm 1, \pm 2... ,$
$l = 0, \pm 1, \pm 2... ,$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

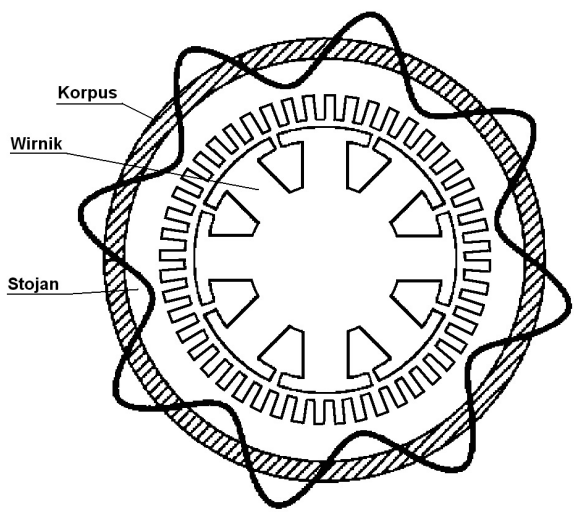
i uwzględniając jedynie harmoniczne podstawowe przepływu stojana i wirnika, w wyniku wzajemnego oddziaływania składowych zgodnych pola wirnika i stojana powstają naprężenia radialne:

$$p(\alpha,t)=\frac{\Lambda_0^2}{2\mu_0}\left(\sum_{k=-\infty}^{\infty}\Theta_k^p\cos(p(mk+1)\alpha_s-\omega_1 t-\varphi_k)\right)\left(\sum_{l=-\infty}^{\infty}\Theta_l\cos(p(2l+1)\alpha_s-\omega_1 t-(\varphi_l+\gamma_0))\right). \quad (7.73)$$

Gdy $k_s = k_w = 1$ ($k = 0$, $l = 0$) w wyniku oddziaływania pól o tej samej pulsacji i liczbie falowej powstają naprężenia radialne o postaci:

$$p(\alpha,t)=\frac{B_{0rs}^2}{4\mu_0}(1-\cos(2p\alpha_s-2\omega_1 t)), \quad (7.74)$$

powodujące deformację rdzenia stojana maszyny synchronicznej (rys. 7.31), będącą źródłem drgań.



Rys. 7.31. *Poglądowa ilustracja deformacja rdzenia generatora wielobiegunowego z biegunami wydatnymi*

7.2.1. Wpływ struktury zębowej stojana i geometrii wirnika na generowane drgania

W klasycznych maszynach synchronicznych z biegunami utajonymi i wydatnymi rozkład gęstości powierzchniowej przewodności magnetycznej szczeliny związany jest z regularną strukturą żłobkowo-zębową stojana (opisaną

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

zależnością (7.23)) i modyfikowaną strukturą żłobkowo-zębową wirnika w wypadku maszyn z biegunami utajonymi lub modyfikowanym kształtem biegunów wydatnych (w celu uzyskania przestrzennego rozkładu przepływu wirnika najbliższego podstawowej harmonicznej przestrzennej), którą opisuje funkcja poliharmoniczna:

$$\lambda_w(\alpha,t)=\sum_{m_w=0}^{\infty}\Lambda_{m_w}\cos(\nu_{m_w}(\alpha-\omega_w t)-\varphi_{m_w}), \tag{7.75}$$

gdzie: m_w – rząd harmonicznej przewodności szczeliny zależnej od struktury geometrycznej wirnika,
Λ_{m_w} – amplituda harmonicznej rzędu *m* przewodności jednostkowej szczeliny zależnej od struktury geometrycznej wirnika,
ν_{m_w} – liczba falowa harmonicznej rzędu *m* przewodności jednostkowej szczeliny zależnej od struktury geometrycznej wirnika,
φ_{m_w} – faza początkowa harmonicznej rzędu *m* przewodności jednostkowej szczeliny zależnej od struktury geometrycznej wirnika.

Stosując analogiczną metodykę analizy wpływu struktury geometrycznej stojana i wirnika prowadzącą do sformułowania zależności (7.27) i (7.28), otrzymujemy wyrażenie opisujące rozkład przewodności jednostkowej szczeliny:

$$\lambda_{ws}(\alpha,t)=\sum_{m_s=0}^{\infty}\sum_{m_w=0}^{\infty}\frac{1}{M_{0sw}}\Lambda_0\Lambda_{m_s}\Lambda_{m_w}\cos(m_sN_1\alpha-\varphi_{m_s})\cos(\nu_{m_w}(\alpha-\omega_w t)-\varphi_{m_w})=$$

$$=\sum_{m_s=0}^{\infty}\sum_{m_w=0}^{\infty}\frac{1}{2}\frac{1}{M_{0sw}}\Lambda_0\Lambda_{m_s}\Lambda_{m_w}\cos((m_sN_1\pm\nu_{m_w})\alpha-\nu_{m_w}\omega_w t-(\varphi_{m_s}\pm\varphi_{m_w})). \tag{7.76}$$

W konsekwencji pulsacja i liczba falowa wynoszą odpowiednio:

$$\omega_{sw}=\nu_{m_w}\omega_w\pm\omega_1=\omega_1\left[\nu_{m_w}\frac{1}{p}\pm1\right], \tag{7.77}$$

oraz:

$$\nu_{sw}=m_sN_1\pm\nu_{m_w}\pm\nu=m_sN_1\pm\nu_{m_w}\pm p(2mk+1), \tag{7.78}$$

gdzie: $\nu=p(2m\cdot k+1)$ – rząd harmonicznej przepływu,
p – liczba par biegunów,
$m_w=0, 1, 2, 3,...$,
$k=0, \pm1, \pm2, \pm3...$.

Pole w szczelinie związane ze strukturą geometryczną wirnika o pulsacji (7.77) wraz z polem wywołanym podstawową harmoniczną o liczbie falowej 1 i pulsacji

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

ω_1 (m_w=0, m_s=0) wywołują zgodnie z (7.3) wyższe harmoniczne sił radialnych o pulsacji:

$$\omega_{Psw} = \omega_1\left[\nu_{m_w}\frac{1}{p} \pm 1\right] \pm \omega_1 = \omega_1\left[\nu_{m_w}\frac{1}{p}\right],$$

lub

$$\omega_{Psw} = \omega_1\left[\nu_{m_w}\frac{1}{p} + 2\right]. \tag{7.79}$$

Zgodnie z (7.79) w widmie częstotliwościowym pojawiają się amplitudy drgań o wyższych częstotliwościach (zależnych od geometrii wirnika) w odstępach równych podwojonej częstotliwości napięcia zasilania f_1.

7.2.2. Wpływ ekscentryczności wirnika na generowane drgania

Podobnie jak w wypadku maszyny indukcyjnej, ekscentryczność wirnika prowadzi do powstania niezrównoważonych sił naciągu magnetycznego. Wprowadzając modyfikacje uwzględniające niezmienny, względem układu odniesienia związanego z wirnikiem, przepływ wirnika na podstawie (7.39) i (7.40) otrzymujemy wyrażenie na pulsację i liczbę falową pola w szczelinie:

$$\omega_{swe} = \omega_1\left[\nu_{m_w}\frac{1}{p} \pm m_e\frac{1}{p} \pm 1\right] = \omega_1\left[(\nu_{m_w} \pm m_e)\frac{1}{p} \pm 1\right], \tag{7.80}$$

$$\nu_{swe} = m_s N_1 \pm \nu_{m_w} \pm m_e \pm \nu = m_s N_1 \pm \nu_{m_w} \pm m_e \pm p(2mk+1). \tag{7.81}$$

Uwzględniając współdziałanie pola wywołanego strukturą zębową stojana i ekscentrycznością wirnika z podstawową harmoniczną pola, wyrażenie na pulsację sił radialnych przybiera postać:

$$\omega_{Pswe} = \omega_1\left[\nu_{m_w}\frac{1}{p} \pm m_e\frac{1}{p} \pm 1\right] \pm \omega_1 = \omega_1\left[\frac{1}{p}(\nu_{m_w} \pm m_e)\right],$$

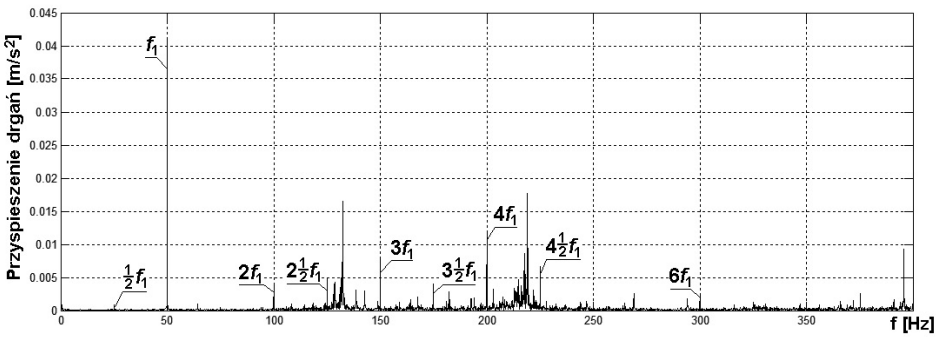
lub

$$\omega_{Pswe} = \omega_1\left[\frac{1}{p}(\nu_{m_w} \pm m_e) + 2\right]. \tag{7.82}$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Ekscentryczność dynamiczna wprowadza nowe lub modyfikuje amplitudę już istniejących składowych częstotliwościowych drgań wywołanych geometrią wirnika.

Przykład. Na rysunku 7.32 przedstawiono widmo częstotliwościowe drgań radialnych korpusu silnika synchronicznego z wydatnymi biegunami o 2 parach biegunów. Na każdym nabiegunniku umieszczone zostały cztery pręty klatki rozruchowej. Pomiarów dokonano akcelerometrem o czułości 1,01 mV/m/s^2, zakresie częstotliwościowym 3 Hz – 20 kHz i częstotliwości rezonansowej 45 kHz, umieszczonym na korpusie silnika. Widmo zawiera składowe harmoniczne drgań związanych ze strukturą geometryczną wirnika maszyny, a także składowe harmoniczne drgań wywołane wyższymi harmonicznymi ekscentryczności dynamicznej wirnika zgodnie z (7.82).



Rys. 7.32. *Niskoczęstotliwościowe widmo drgań silnika synchronicznego, p=2, N_1=48*

7.3.3. Wpływ nasycenia obwodu magnetycznego na generowane drgania

Efektem nasycenia obwodu magnetycznego jest modyfikacja przewodności szczeliny powietrznej (w klasycznych maszynach synchronicznych z uwagi na stosunkowo dużą szczelinę powietrzną zjawisko to jest dużo słabsze niż w maszynach indukcyjnych). Pulsacja i liczba falowa pola w szczelinie wyznaczona na podstawie zmodyfikowanej zależności (7.46) wynosi:

$$\omega_{swn} = \nu_{m_w}\omega_1 \frac{1}{p} \pm 2m_n\omega_1 \pm \omega_1 = \omega_1\left[\nu_{m_w}\frac{1}{p} \pm 2m_n \pm 1\right], \tag{7.83}$$

$$\nu_{swn} = m_s N_1 \pm \nu_{m_w} \pm 2\nu m_n \pm \nu = m_s N_1 \pm \nu_{m_w} \pm p(2mk+1)(2m_n \pm 1). \tag{7.84}$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Uwzględniając współdziałanie z podstawową harmoniczną pola wyrażenie na pulsację sił radialnych przybiera postać:

$$\omega_{Pswn} = \omega_1\left[\nu_{m_w}\frac{1}{p} \pm 2m_n \pm 1\right] \pm \omega_1 = \omega_1\left[\nu_{m_w}\frac{1}{p} \pm 2m_n\right],$$

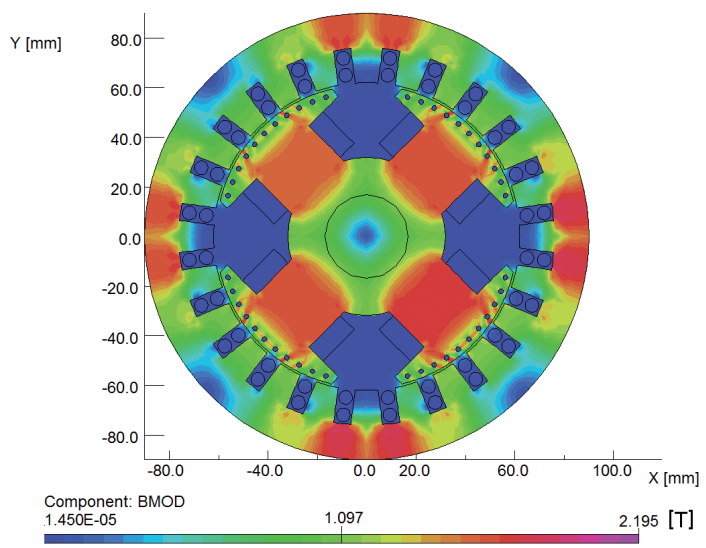
lub

$$\omega_{Pswn} = \omega_1\left[\nu_{m_w}\frac{1}{p} \pm 2m_n \pm 2\right]. \tag{7.85}$$

7.2.4. Wpływ asymetrii przepływu wirnika na generowane drgania

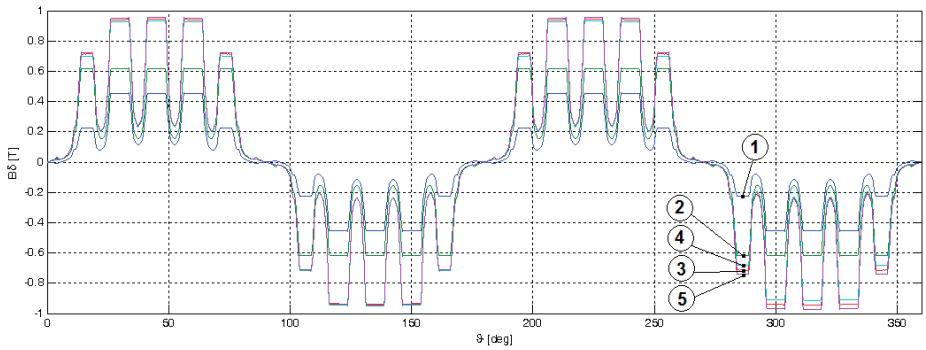
Asymetria przepływu wirnika wywołana zwarciem zwojowym wprowadza asymetrię wypadkowego przepływu wirnika i stojana, a tym samym asymetrię pola w szczelinie maszyny. Na rysunku 7.33 przedstawiono rozkład modułu indukcji magnetycznej w przekroju maszyny synchronicznej z biegunami wydatnymi z asymetrią przepływu wirnika wywołaną zwarciem zwojowym w jednej cewce wzbudzenia.

Na rysunku 7.34 przedstawiono zmianę rozkładu składowej radialnej indukcji w szczelinie, wywołanej asymetrią przepływu wybranego bieguna wirnika na podstawie rozkładu modułu pola magnetycznego (rys. 7.33).



Rys. 7.33. *Rozkład modułu indukcji magnetycznej w przekroju maszyny synchronicznej z biegunami wydatnymi z asymetrią przepływu wirnika wywołaną zwarciem zwojowym uzwojenia wzbudzenia*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 7.34. *Rozkład składowej radialnej indukcji w szczelinie wywołanej odpowiednio: znamionowym przepływem stojana (1), znamionowym przepływem wirnika (2), wypadkowym znamionowym przepływem stojana i wirnika (3), wypadkowym przepływem stojana i wirnika przy 20% osłabieniu przepływu wybranego bieguna wirnika (4), wypadkowym przepływem stojana i wirnika przy 20% wzroście przepływu wybranego bieguna wirnika (5)*

Uwzględniając niesymetryczny i niezmienny względem układu odniesienia związanego z wirnikiem przepływ wirnika analogicznie do (7.80) i (7.81) otrzymujemy wyrażenie na pulsację i liczbę falową pola w szczelinie:

$$\omega_{swa2} = \omega_1 \left[\nu_{m_w} \frac{1}{p} \pm 1 \right] \pm m_{a2}\omega_1 \frac{1}{p} = \omega_1 \left[(m_{a2} \pm \nu_{m_w}) \frac{1}{p} \pm 1 \right], \tag{7.86}$$

gdzie: m_{a2} – rząd harmonicznej pola wywołany asymetrią przepływu stojana,

$$\nu_{swa2} = m_{m_w} \pm m_s N_1 \pm m_{a2} \pm \nu = m_{m_w} \pm m_s N_1 \pm m_{a2} \pm p(2mk+1). \tag{7.87}$$

W wyniku powstałej asymetrii przepływu wirnika, podobnie jak w wypadku asymetrii szczeliny wywołanej ekscentrycznością wirnika, pojawią się niezrównoważone siły naciągu magnetycznego. Uwzględniając współdziałanie z podstawową harmoniczną pola, wyrażenie na pulsację sił radialnych przybiera postać:

$$\omega_{Pswa2} = \omega_1 \left[(\nu_{m_w} \pm m_{a2}) \frac{1}{p} \pm 1 \right] \pm \omega_1 = \omega_1 \left[\frac{1}{p} (\nu_{m_r} \pm m_{a2}) \right],$$

lub

$$\omega_{Pswa2} = \omega_1 \left[\frac{1}{p} (\nu_{m_w} \pm m_{a2}) + 2 \right]. \tag{7.88}$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

7.2.5. Wpływ asymetrii przepływu stojana na generowane drgania

W wyniku zaistniałej asymetrii pojawi się składowa zgodna i przeciwna pola o pulsacji i liczbie falowej wynoszącej:

$$\omega_{1a} = k_a \omega_1 , \tag{7.89}$$

gdzie: k_a – rząd harmonicznej pola wywołany asymetrią przepływu stojana,

$$\nu_{1a} = k_a p = p(2mk + 1) , \tag{7.90}$$

która w wyniku współdziałania z podstawową harmoniczną pola wywoła siły radialne o pulsacji:

$$\omega_{Pswa2} = \omega_1 \pm k_2 \omega_1 . \tag{7.91}$$

7.3. Oddziaływania elektromagnetyczne w silniku synchronicznym z magnesami trwałymi

Magnesy trwałe o dużej energii umożliwiają budowę silników charakteryzujących się dużą wartością momentu i mocy przypadającą na jednostkę objętości. Występujące jednocześnie pulsacje momentu elektromagnetycznego są źródłem drgań i hałasu. Na pulsacje momentu elektromagnetycznego ma wpływ moment zaczepowy i moment tętniący.

7.3.1. Wpływ momentu zaczepowego na generowane drgania

Moment zaczepowy występujący w stanie bezprądowym związany jest z efektem krawędziowym polegającym na odchyleniu w kierunku tangencjalnym wektora indukcji magnetycznej w miarę wzajemnego zbliżania się krawędzi magnesu i krawędzi zęba stojana (rys. 7.35). Moment ten dąży do ustawienia wirnika w położeniu, w którym reluktancja szczeliny powietrznej na drodze strumienia jest najmniejsza. W każdym innym położeniu wirnika pojawia się niezrównoważona siła obwodowa. Na rysunku 7.36 przedstawiono rozkład gęstości kątowej siły tangencjalnej występującej w stabilnym położeniu wirnika [8].

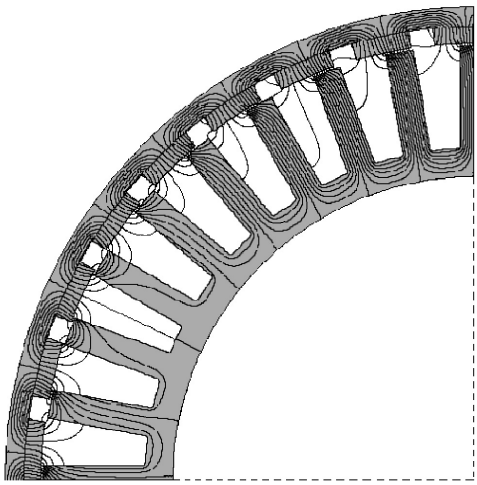
W symetrycznej maszynie stabilne położenie wirnika powtarza się zgodnie z przemieszczeniem magnesów względem zębów stojana, tak więc pulsacja drgań

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

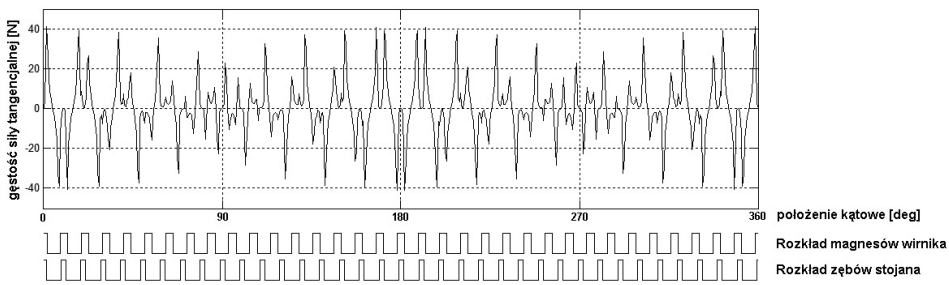
wywołanych momentem zaczepowym jest iloczynem najmniejszej wspólnej wielokrotności liczby zębów stojana N_1 i biegunów wirnika N_2 oraz pulsacji obrotowej:

$$\omega_z = \omega_w \frac{N_1 N_2}{\text{nwd}(N_1, N_2)}, \tag{7.92}$$

gdzie: nwd(N_1,N_2) – najmniejszy wspólny dzielnik N_1 i N_2.



Rys. 7.35. *Rozpływ strumienia magnetycznego w wolnoobrotowym silniku synchronicznym z magnesami trwałymi z zewnętrznym wirnikiem (N_1=36, N_2=34)*



Rys. 7.36. *Rozkład gęstości kątowej siły tangencjalnej w wolnoobrotowym silniku synchronicznym z magnesami trwałymi z zewnętrznym wirnikiem (położenie stabilne, N_1=36, N_2=34)*

Moment zaczepowy minimalizuje się poprzez stosowanie: skosu żłobków stojana lub skosu magnesów, odpowiedni dobór kątowej rozpiętości magnesów, zmianę szerokości zębów stojana, uzwojenia ułamkowego. Na powiększenie się momentu zaczepowego ma wpływ asymetria szczeliny powietrznej (ekscentryczność) oraz niejednakowe namagnesowanie magnesów (powstałe w procesie pro-

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

dukcji lub będące wynikiem odmagnesowania), a także niejednakowe wymiary geometryczne magnesów. Asymetria wirnika (asymetria obwodu magnetycznego) oraz asymetria stojana powodują, że pewne położenia stabilne zależne od struktury geometrycznej stojana i wirnika zaczynają dominować nad innymi. W przypadku wystąpienia asymetrii geometrii stojana (do której zaliczyć można ekscentryczność statyczną) dominujące położenie stabilne powtarza się wraz z kątowym przemieszczeniem się magnesów wirnika o podziałkę biegunową. W konsekwencji pojawią się drgania o pulsacji będącej wielokrotnością iloczynu liczby par biegunów (magnesów) wirnika i pulsacji obrotowej:

$$\omega_{a1} = m_{as}\omega_w N_2, \tag{7.93}$$

gdzie: $m_{as} = 1, 2, 3, \ldots$.

Nieco inna sytuacja występuje, gdy mamy do czynienia z asymetrią magnetyczną wirnika (asymetrią rozmieszczenia magnesów albo asymetrią ich namagnesowania lub ekscentrycznością dynamiczną). Dominujące położenie stabilne (w wypadku ekscentryczności dynamicznej związane z przemieszczeniem punktu największego zbliżenia stojana i wirnika z prędkością wirowania wirnika) powtarza się wraz z kątowym przemieszczeniem się magnesów wirnika o podziałkę żłobkową stojana. Pojawia się pulsacja drgań będąca wielokrotnością iloczynu ilości zębów stojana i pulsacji obrotowej:

$$\omega_{a2} = m_{aw}\omega_w N_1, \tag{7.94}$$

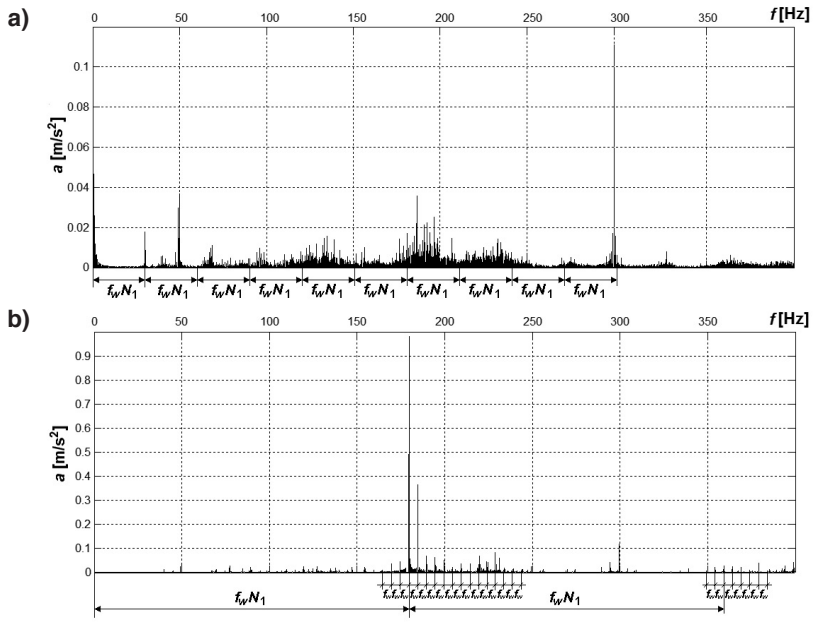
gdzie: $m_{aw} = 1, 2, 3, \ldots$

Przykład. Na rysunku 7.37a,b przedstawione zostało widmo częstotliwościowe przyspieszenia drgań radialnych korpusu silnika synchronicznego z magnesami trwałymi i zewnętrznym wirnikiem o 17 parach biegunów ($N_2 = 34$) i $N_1 = 36$ zębach stojana zarejestrowane przy dwóch prędkościach obrotowych wirnika w stanie bezprądowym (obrót wirnika wymuszony jest zewnętrznym silnikiem napędowym) [6]. Pomiarów dokonano akcelerometrem o czułości 1,01 mV/m/s^2, zakresie częstotliwościowym 1–20 kHz i częstotliwości rezonansowej 45 kHz, umieszczonym na kołnierzu stojana. Prędkości wirowania zostały tak dobrane, aby częstotliwości charakterystyczne zgodne z (7.93) i (7.94) znalazły się poza obszarem rezonansu strukturalnego.

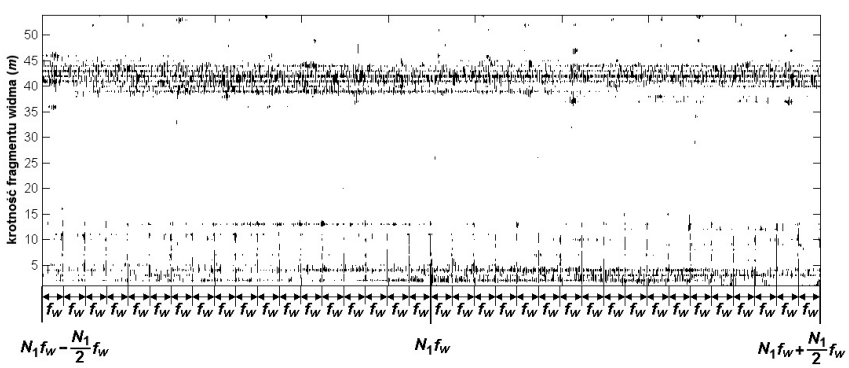
Amplituda przyspieszenia drgań wywołanych momentem zaczepowym rośnie nieliniowo wraz ze wzrostem prędkości obrotowej. Widmo zawiera składowe harmoniczne drgań związanych ze strukturą biegunowo-zębową maszyny, a także wyższe harmoniczne drgań zgodnie z (7.94), co świadczy o asymetrii magnetycznej wirnika. Asymetria stojana i wirnika jest także przyczyną modulacji drgań wywołanych momentem zaczepowym (a także drgań własnych maszyny) pulsacją obrotową wirnika – w widmie drgań pojawiają się pasma boczne w odległości

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

f_w i jej wielokrotności wokół pulsacji opisanej zależnością (7.94). Na rysunku 7.380 przedstawiona została mapa F-F widma drgań silnika synchronicznego z magnesami trwałymi zarejestrowanymi przy prędkości obrotowej 300 obrotów na minutę. Mapa synchronizowana jest z częstotliwością $f_{syn}=N_1 f_w$, została tak zorganizowana aby prezentować pasma boczne odległe o f_w wokół częstotliwości charakterystycznej $N_1 f_w$ i jej wyższych harmonicznych.



Rys. 7.37. *Niskoczęstotliwościowe widmo przyspieszenia drgań radialnych kołnierza korpusu silnika synchronicznego z magnesami trwałymi z zewnętrznym wirnikiem, $N_2=34$, $N_1=36$ zarejestrowane przy prędkości obrotowej: a) 50 obr./min, b) 300 obr./min w stanie bezprądowym. Składowe harmoniczne drgań o częstotliwości 50 Hz i 300 Hz wprowadzane są przez silnik napędowy*



Rys. 7.38. *Mapa F-F widma drgań silnika synchronicznego z magnesami trwałymi synchroniczna z $N_1 f_w$. Zastosowano skalę logarytmiczną. Dominująca składowa częstotliwościowa $N_1 f_w$ świadczy o asymetrii obwodu magnetycznego silnika*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Składowe częstotliwościowe drgań układające się w pasy poziome świadczą o występowaniu drgań rezonansowych w danym zakresie częstotliwościowym widma.

7.3.2. Wpływ luzów osadzenia stojana na generowane drgania

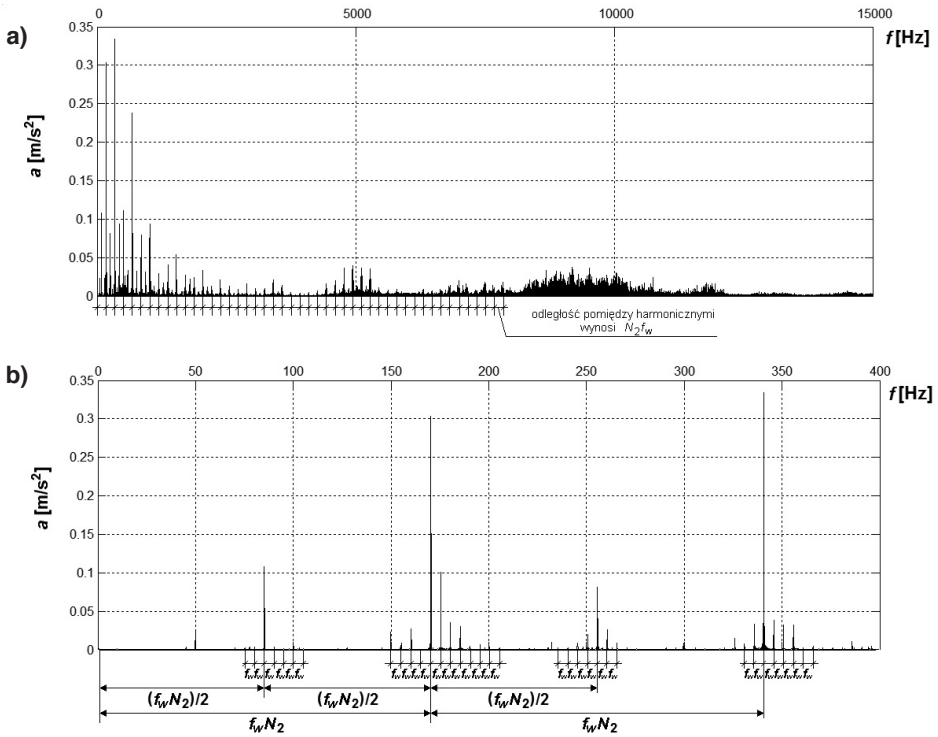
Szczególnym przypadkiem są luzy osadzenia pakietu stojana. Poprawne osadzenie pakietu stojana jest szczególnie istotne w przypadku silnika z zewnętrznym wirnikiem, gdyż pakiet mocowany jest do wewnętrznego korpusu o stosunkowo małej średnicy. Dominujące położenie stabilne powtarzające się wraz z kątowym przemieszczeniem się magnesów wirnika o podziałkę biegunową wymusza udary pakietu stojana względem korpusu stojana. Występują wtedy znaczne drgania o pulsacji podstawowej opisanej zależnością (7.93) i jej wyższych harmonicznych.

Przykład. Na rysunku 7.39 przedstawiono widmo częstotliwościowe przyspieszenia drgań radialnych korpusu silnika synchronicznego z magnesami trwałymi zarejestrowane przy prędkości obrotowej wirnika wynoszącej 300 obr./min w stanie bezprądowym przy występujących luzach osadzenia stojana [6]. Pomiarów dokonano akcelerometrem o czułości 1,01 mV/m/s^2, zakresie częstotliwościowym 3 Hz – 20 kHz i częstotliwości rezonansowej 45 kHz, umieszczonym na kołnierzu stojana. Występujące udary generują drgania w szerokim zakresie widma. Ich amplituda wzrasta wraz ze wzrostem prędkości obrotowej i dodatkowo przyjmuje duże wartości w obszarach rezonansu strukturalnego konstrukcji silnika. Oprócz dominującej harmonicznej o częstotliwości $N_2 f_w$ i jej wyższych harmonicznych pojawia się częstotliwość $N_2 f_w/2$ charakterystyczna dla układów mechanicznych z luzami.

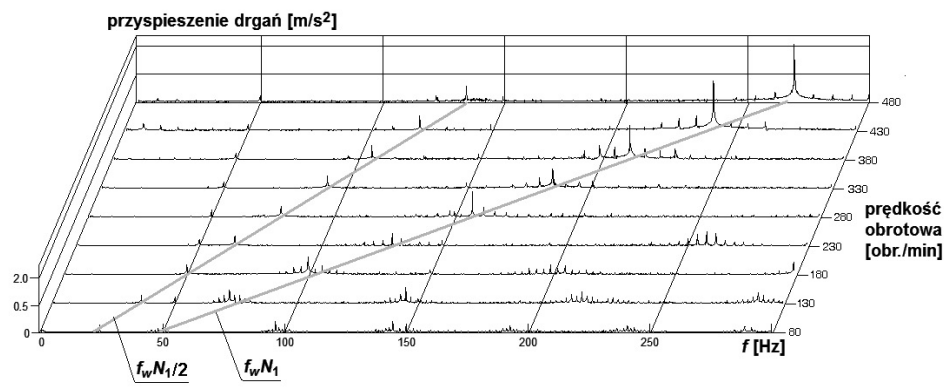
Na rysunku 7.40 przedstawiono w układzie kaskadowym w funkcji prędkości obrotowej widmo drgań w zakresie niskich częstotliwości.

Mapa widma przyspieszenia drgań radialnych synchroniczna z częstotliwością $N_2 f_w$, zarejestrowana przy prędkości obrotowej 300 obr./min układa się w charakterystyczny wzór (rys. 7.41), w którym wokół częstotliwości drgań wywołanych dominującą niezrównoważoną siłą (zgodnie z (7.93) dla $N_2 = 34$ i $m_{as} = 1$) o częstotliwości $N_2 f_w$ i jej wyższych harmonicznych pojawiają się pasma boczne odległe o częstotliwość obrotową f_w oraz ich wyższe harmoniczne odległe o $N_2 f_w$. Podobnie pasma boczne pojawiają się wokół częstotliwości $(N_2 f_w)/2$ i jej wyższych harmonicznych Składowe częstotliwościowe drgań tworzące pasy poziome świadczą o występowaniu drgań rezonansowych.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

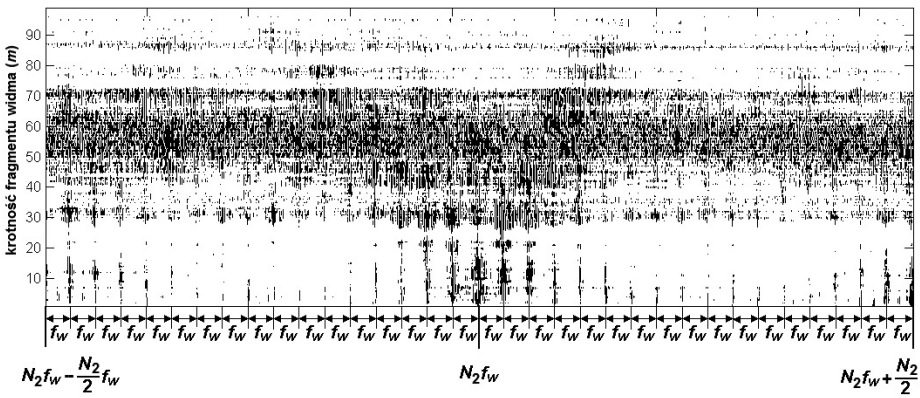


Rys. 7.39. *Widmo przyspieszenia drgań radialnych korpusu silnika synchronicznego z magnesami trwałymi i zewnętrznym wirnikiem, z luzami osadzenia pakietu stojana, zarejestrowane przy prędkości obrotowej 300 obr./min: a) pełen zakres widma przyspieszenia drgań, b) widmo drgań ograniczone do 400 Hz*



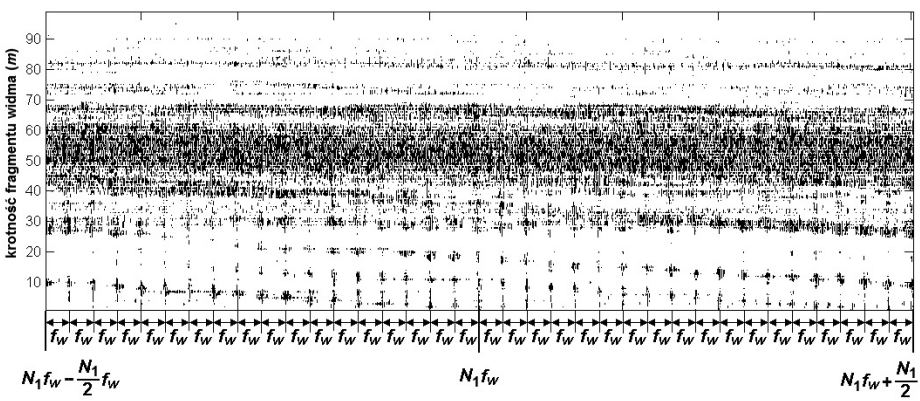
Rys. 7.40. *Niskoczęstotliwościowe widmo przyspieszenia drgań radialnych korpusu silnika synchronicznego z magnesami trwałymi i zewnętrznym wirnikiem, z luzami pakietu stojana, zarejestrowane przy szeregu prędkości obrotowych od 80 obr./min do 480 obr./min. W celu uwypuklenia pasm bocznych odległych o częstotliwość obrotową f_w zastosowano skalę wykładniczą o wykładniku 1/2*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 7.41. *Mapa widma przyspieszenia drgań radialnych korpusu silnika synchronicznego z magnesami trwałymi i zewnętrznym wirnikiem, z luzami pakietu stojana, zarejestrowana przy prędkości obrotowej 300 obr./min, synchroniczna z* $N_2 f_w$

Mapa F-F widma synchronizowana z częstotliwością $N_2 f_w$ wykazuje wyższy stopień uporządkowania (zgodnie z definicją prezentowaną w rozdziale 4.4) niż mapa F-F widma synchronizowana z częstotliwością $N_1 f_w$ (rys. 7.42) co świadczy o dominującym udziale składowej częstotliwościowej $N_2 f_w$ w występujących drganiach.



Rys. 7.42. *Mapa widma przyspieszenia drgań radialnych korpusu silnika synchronicznego z magnesami trwałymi i zewnętrznym wirnikiem, z luzami pakietu stojana, zarejestrowana przy prędkości obrotowej 300 obr./min, synchroniczna z* $N_1 f_w$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Literatura

[1] Couturier C., Cassoret B., Witczak P., Brudny J.,F., „A contribution to the study of Induction Machine stator resonance frequencies", pp. 485-489.
[2] Dąbrowski M., „Konstrukcja maszyn elektrycznych", WNT 1997.
[3] Dąbrowski M., „Polskie osiągnięcia badawcze nad naciągami magnetycznymi w maszynach elektrycznych", Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Nr 66, Studia i materiały, Nr 32/2012.
[4] Delaere K., Hameyer K., Belmans R., „Static eccentrity as a cause for audible noise of induction motors", Procedings of International Conference on Electrical Machines (ICEM) 1998 pp. 502-506.
[5] Heller B. Hamata V., „Harmonic field effects in induction machines", ACADEMIA, Czechoslovak Academy of Science, 1977.
[6] Kwaśnicki S., „Hałas magnetyczny silników indukcyjnych trójfazowych klatkowych", KOMEL, 1998, ISBN 83-910585-1-4.
[7] Lindth T., „On the condition monitoring of induction machines", Acta Universitatis, Lappeenrantaensis 174, 2003, ISBN 951-764—843.
[8] Szczypior J., Jakubowski R., Biernat A., „Badania maszyny elektrycznej do bezpośredniego napędu samochodu po modyfikacji osadzenia rdzenia stojana na korpusie, zmiana konstrukcji wirnika i piasty oraz przygotowanie dokumentacji technicznej finalnego prototypu maszyny", Raport z prac wykonywanych w projekcie ECO-Mobilność, zadanie 2 – ECO--samochód, opracowanie wewnętrzne 2013.
[9] Urbański K., „Pomiary i rejestracja asymetrii napięcia w obwodach trójfazowych", Pomiary, Automatyka, Kontrola 2006 52/6bis, ISSN 0032-4110.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

8 Analiza prądu fazowego w silniku indukcyjnym

Zmiana szczeliny powietrznej maszyny powoduje zmianę indukcyjności własnych i wzajemnych uzwojeń. W konsekwencji następuje modulacja prądu fazowego silnika. Teoretycznie, analiza odkształceń prądu w silniku powinna umożliwić wykrycie tych uszkodzeń silnika, które są źródłem przemieszczeń radialnych wirnika względem stojana oraz niezrównoważonych sił radialnych. Atrakcyjność monitorowania stanu technicznego za pomocą analizy prądu zasilania wynika z faktu, że czujniki prądu zazwyczaj są już zainstalowane w układach napędowych bądź układach zabezpieczających, współpracujących z daną maszyną elektryczną. Większość metod diagnostycznych wykorzystujących analizę prądu silnika wymaga utrzymania statycznych warunków pracy maszyny oraz wymuszenia przepływu prądu bliskiemu prądowi znamionowemu.

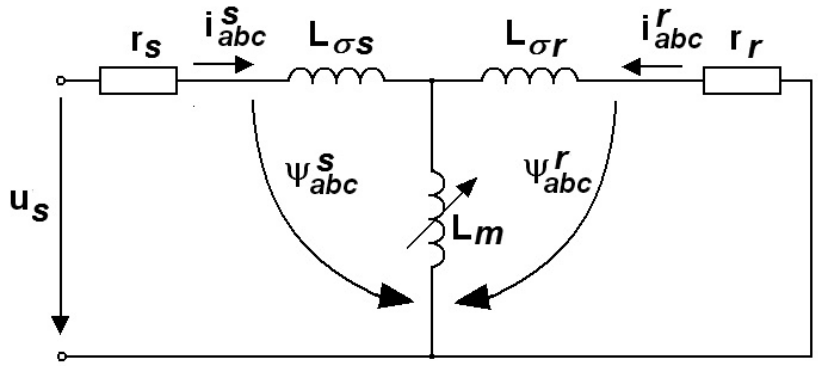
8.1. Wpływ struktury obwodu magnetycznego na prąd fazowy

Odkształcenie prądu fazowego silników indukcyjnych (występowanie wyższych harmonicznych częstotliwości podstawowej) wywołane jest odkształceniem napięcia zasilającego, nieliniowością charakterystyki magnesowania obwodu magnetycznego (harmoniczne nieparzyste), asymetrią obwodu magnetycznego oraz modulującymi właściwościami zmiennej indukcyjności uzwojenia fazowego wywołanymi zmianą przewodności szczeliny powietrznej. Zmiana przewodności szczeliny powietrznej związana jest ze strukturą zębowo-żłobkową stojana i wirującego wirnika, ekscentrycznością szczeliny powietrznej, nasyceniem jarzma i zębów, oraz występowaniem drgań wirnika na przykład wzbudzonych niezrów-

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

noważonymi siłami elektromagnetycznymi (harmoniczne parzyste) lub spowodowanych uszkodzeniem łożysk oraz niewyważeniem wirnika.

Modulujące właściwości zmiennej szczeliny powietrznej można opisać zmianą indukcyjności magnesującej w uproszczonym wektorowym schemacie zastępczym maszyny indukcyjnej [3], [8] (rys. 8.1).



Rys. 8.1. *Uproszczony schemat zastępczy maszyny indukcyjnej z zaznaczoną zmienną indukcyjnością magnesującą* L_m

Równanie napięciowe stojana i wirnika opisują zależności:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}^{s}_{abc}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{u}^{s}_{abc} - \mathbf{r}_s \mathbf{i}^{s}_{abc}, \tag{8.1}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}^{r}_{abc}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{r}_r \mathbf{i}^{r}_{abc}, \tag{8.2}$$

gdzie: $\boldsymbol{\psi}^{s}_{abc}$, $\mathbf{u}^{s}_{abc}$, $\mathbf{i}^{s}_{abc}$ – wektor strumienia, napięcia i prądów stojana,
$\mathbf{r}_s$ – macierz rezystancji stojana,
$\boldsymbol{\psi}^{r}_{abc}$, $\mathbf{i}^{r}_{abc}$ – wektory reprezentujące strumienie i prądy wirnika,
$\mathbf{r}_r$ – macierz rezystancji wirnika.

Strumienie stojana i wirnika opisane są zależnościami:

$$\boldsymbol{\psi}^{s}_{abc} = \mathbf{L}_s \mathbf{i}^{s}_{abc} + \mathbf{L}_m \mathbf{i}^{r}_{abc}, \tag{8.3}$$

$$\boldsymbol{\psi}^{r}_{abc} = \mathbf{L}_m \mathbf{i}^{s}_{abc} + \mathbf{L}_r \mathbf{i}^{r}_{abc}, \tag{8.4}$$

gdzie: $\mathbf{L}_s = \mathbf{L}_{\sigma s} + \mathbf{L}_m$ – macierz reprezentująca sumę indukcyjności rozproszenia stojana i indukcyjności magnesującej,
$\mathbf{L}_m$ – macierz reprezentująca indukcyjność magnesującą,

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

$\mathbf{L}_r = \mathbf{L}_{\sigma r} + \mathbf{L}_m$ – macierz reprezentująca sumę indukcyjności rozproszenia wirnika i indukcyjności magnesującej.

Po przekształceniu zależności (8.1) i uwzględnieniu (8.3) otrzymujemy wyrażenie uwzględniające zmienność indukcyjności stojana:

$$\frac{\mathrm{d}(\mathbf{L}_s \mathbf{i}^s_{abc})}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}(\mathbf{L}_m \mathbf{i}^r_{abc})}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}^s_{abc}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{u}_s - \mathbf{r}_s \mathbf{i}^s_{abc}. \tag{8.5}$$

Zmiana szczeliny powietrznej implikuje zmianę indukcyjności magnesującej i w konsekwencji indukcyjności uzwojenia stojana, co pociąga za sobą zmianę pochodnej czasowej strumienia stojana i zmianę prądu stojana. Na rysunku 8.2 przedstawiony został rozkład strumienia w szczelinie maszyny indukcyjnej o dwóch parach biegunów. Z uwagi na symetrię możemy przyjąć, że indukcyjność grupy cewek tworzących parę biegunów zdeterminowana jest przewodnością szczeliny powietrznej przypadającej na parę biegunów.

Zmianę indukcyjności uzwojenia fazowego A – L_A wyznaczyć można, wykorzystując funkcję uzwojenia [3][7]:

$$L_\mathrm{A} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} \frac{n_a(\gamma, \alpha_s) N_\mathrm{A}(\gamma, \alpha_s)}{\delta(\gamma, \alpha_s)} \mathrm{d}\gamma, \tag{8.6}$$

gdzie: μ_0 – przenikalność magnetyczna powietrza,
r – średni promień szczeliny powietrznej,
l – długość pakietu stojana,
$n_\mathrm{A}(\gamma,\alpha_\mathrm{s})$ – funkcja zwojowa uzwojenia fazowego A, reprezentująca przestrzenny rozkład zwojów uzwojenia fazowego,

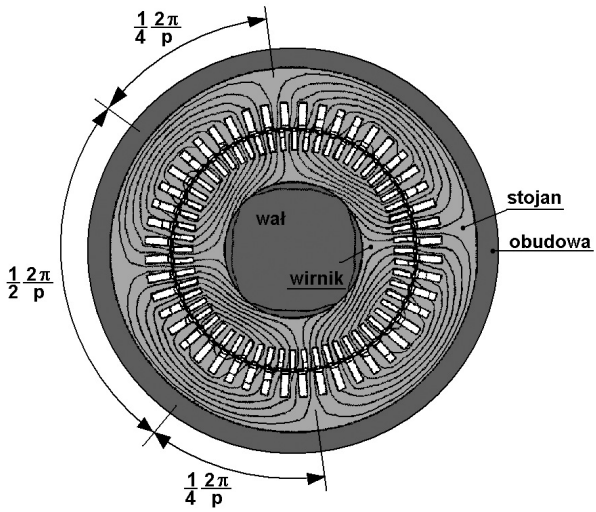
$N_\mathrm{A}(\gamma, \alpha_s) = n_\mathrm{A}(\gamma, \alpha_s) - \dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{n_\mathrm{A}(\gamma, \alpha_s)}{\delta(\gamma, \alpha_s)} \mathrm{d}\gamma$ – funkcja uzwojenia fazowego A,

w wypadku wirnika z biegunami wydatnymi lub niesymetrią szczeliny powietrznej (ekscentryczność wirnika) należy zastosować zmodyfikowaną funkcję uzwojenia

$$M(\gamma, \alpha_s) = n_\mathrm{A}(\gamma, \alpha_s) - \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{1}{\delta(\gamma, \alpha_s)}} \int_0^{2\pi} \frac{n_\mathrm{A}(\gamma, \alpha_s)}{\delta(\gamma, \alpha_s)} \mathrm{d}\gamma,$$

$\delta(\gamma,\alpha_\mathrm{s})$ – chwilowy rozkład szerokości szczeliny wzdłuż obwodu wirnika w punkcie opisanym kątem α_s.
γ – położenie wirnika w przyjętym układzie odniesienia (rys. 7.3).

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 8.2. *Rozkład linii sił pola magnetycznego w szczelinie silnika indukcyjnego o dwóch parach biegunów ($N_1 = 48$, $N_2 = 60$)*

Zgodnie z (7.19) w ogólnym przypadku zastępczą przewodność szczeliny powietrznej przypadającej na jednostkę powierzchni, proporcjonalną do odwrotności jej szerokości, można przedstawić w postaci szeregu harmonicznego:

$$\lambda(\alpha,t) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \Lambda_\nu \cos(\nu\alpha - \omega_\nu t - \varphi_\nu), \tag{8.7}$$

gdzie: Λ_ν – amplituda składowej częstotliwościowej przewodności rzędu ν,
ω_ν – pulsacja składowej harmonicznej,
φ_ν – faza składowej harmonicznej.

Podstawowa harmoniczna symetrycznego przepływu wirnika zgodnie z (7.11) oddziaływująca z przewodnością szczeliny powietrznej Λ_0, odpowiadającej jej średniej szerokości δ_0, wytworzy indukcję w szczelinie, którą w odniesieniu do wirnika opisuje zależność:

$$b_{\delta_0 1}(\alpha,t) = \Lambda_0 \theta \cos(np(\alpha + \omega_w t) \pm \omega_1 t), \tag{8.8}$$

gdzie: α – dowolny punkt szczeliny powietrznej,
n – stopień harmonicznej przestrzennej,
p – liczba par biegunów,
ω_w – prędkość kątowa wirnika,
ω_1 – pulsacja prądu zasilania stojana.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Powstały (z uwagi na dyskretną strukturę klatki złożonej z prętów ułożonych w N_2 żłobkach) dodatkowy przepływ wirnika θ_{zw} o $m_w N_2 \pm np$ parach biegunów, oddziałując z przewodnością szczeliny powietrznej Λ_0 wytworzy indukcję w szczelinie, którą w odniesieniu do stojana opisuje zależność:

$$b_{\delta_0 2}(\alpha,t) = \theta_{zw}\Lambda_0 \cos((m_w N_2 \pm np)(\alpha - \omega_w t) \pm np\omega_w t \pm \omega_1 t \pm \varphi_{zw}) =$$
$$= \theta_{zw}\Lambda_0 \cos\left((m_w N_2 \pm np)\alpha - \left(m_w N_2 \frac{1-s}{p} \pm 1\right)\omega_1 t \pm \varphi_{zw}\right), \tag{8.9}$$

gdzie: m_w – rząd harmonicznej zębowej wirnika,
s – poślizg,
φ_{zw} – przesunięcie fazowe.

W przypadku silnika indukcyjnego pierścieniowego, w którym uzwojenie wirnika jest także symetrycznym uzwojeniem 3-fazowym wytworzony zostanie dodatkowy przepływ wirnika θ_{zw} o $p(6k\pm1)$, k=0, 1, 2, 3,…parach biegunów (których liczba falowa zdeterminowana jest podziałką żłobkową wirnika). Przepływ ten, oddziałując z przewodnością szczeliny powietrznej Λ_0, wytworzy indukcję w szczelinie maszyny, którą w odniesieniu do stojana opisuje zależność:

$$b_{\delta_0 2}(\alpha,t) = \theta_{zw}\Lambda_0 \cos((p(6k \pm 1) \pm np)(\alpha - \omega_w t) \pm np\omega_w t \pm \omega_1 t \pm \varphi_{zw}) =$$
$$= \theta_{zw}\Lambda_0 \cos\left((p(6k \pm 1) \pm np)\alpha - \left(p(6k \pm 1)\frac{1-s}{p} \pm 1\right)\omega_1 t \pm \varphi_{zw}\right). \tag{8.10}$$

Uwzględniając jedynie podstawową harmoniczną prądu fazowego oraz zmianę permeancji szczeliny wywołaną strukturą żłobkowo-zębową wirnika w widmie prądu (zgodnie z (8.9) i (8.10) pojawią się składowe częstotliwościowe:

$$f_{iw} = f_1\left[m_w N_2 \frac{1-s}{p} \pm 1\right] \quad \text{– silnik klatkowy,} \tag{8.11}$$

$$f_{iw} = f_1\left[p(6k \pm 1)\frac{1-s}{p} \pm 1\right] \quad \text{– silnik pierścieniowy,} \tag{8.12}$$

gdzie: f_1 – częstotliwość napięcia zasilającego.

Harmoniczne opisane zależnością (8.11) nie występują dla wszystkich kombinacji N_2 i p [4], [5], [6]. Wynika to stąd, że napięcie zostanie zaindukowane w symetrycznym uzwojeniu 3-fazowym, jeśli związane z harmonicznymi czasowymi harmoniczne przestrzenne (ilość par biegunów) odpowiadają harmonicz-

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

nym przestrzennym oddziaływującego strumienia. Rząd harmonicznej m_w spełnia dodatkową zależność:

$$m_w = g_N k\,, \tag{8.13}$$

gdzie: $k = 0, \pm1, \pm2, \ldots$,
g_N – parametr określający pulsacje harmonicznych żłobkowych, równy minimalnej liczbie naturalnej z zakresu $g_N \in \{1 \le g_N \le 2p\}$, spełniającej dla $n = 1, 2, 3, \ldots$ warunek:

$$g_N N_2 \in \{\{(3n+0)2p\} \cup \{(3n+1)2p\} \cup ((3n+2)2p\}\}\,. \tag{8.14}$$

Podstawowa harmoniczna symetrycznego przepływu wirnika oddziaływująca z przewodnością szczeliny powietrznej maszyny z ekscentrycznym wirnikiem (ekscentryczność statyczna i dynamiczna – zależność (7.37)) wytworzy indukcję w szczelinie maszyny i w konsekwencji dodatkowy przepływ wirnika o $m_w N_2 \pm np$ i $m_w N_2 \pm np \pm 1$ parach biegunów. Dodatkowy przepływ wirnika, oddziałując z przewodnością szczeliny, zgodnie z (8.9) wytworzy indukcję w szczelinie, która zaindukuje w uzwojeniu stojana (uwzględniając warunek (8.13)) napięcie i zgodne z nim prądy o składowych częstotliwościowych opisanych zależnością:

$$f_{ie} = f_1\left[(kg_N N_2 \pm m_e)\frac{1-s}{p} \pm 1\right], \tag{8.15}$$

gdzie: m_e – rząd ekscentryczności, $m_e = 1$ lub 2 – ekscentryczność statyczna,
$m_e = 0, 1, 2, 3, \ldots$ – ekscentryczność dynamiczna [4].

Uwzględniając dodatkowo wyższe harmoniczne prądu fazowego k_a i nasycenie obwodu magnetycznego otrzymujemy:

$$f_{ie} = f_1\left[(kg_N N_2 \pm m_e)\frac{1-s}{p} \pm k_a \pm 2m_n\right]. \tag{8.16}$$

W przypadku silnika pierścieniowego w (8.15) i (8.16) składnik $g_N k N_2$ należy zastąpić składnikiem $p(6k \pm 1)$ tak jak w zależności (8.12).

Biorąc pod uwagę jedynie podstawową harmoniczną prądu fazowego oraz zmianę permeancji szczeliny wywołanej jedynie ekscentrycznością (zgodnie z (8.15)) w widmie prądu pojawią się składowe częstotliwościowe [2]:

$$f_{in} = f_1\left[1 \pm k\frac{1-s}{p}\right], \tag{8.17}$$

gdzie: $k = 0, 1, 2, 3...$ – rząd harmonicznej.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Należy także uwzględnić zmienną przewodność szczeliny związaną ze żłobkowo-zębową strukturą stojana [1]. Indukcja w szczelinie (opisana zależnością (7.31)), zaindukuje w uzwojeniu wirnika napięcie i zgodne z nim prądy tworzące dodatkowy przepływ wirnika θ_{zs}. Przepływ ten, oddziałując z przewodnością szczeliny powietrznej Λ_0, wytworzy indukcję w szczelinie, którą (przy zaniedbaniu wpływu zębów wirnika i uwzględnieniu jedynie podstawowej częstotliwość prądu zasilania $v=p$) w odniesieniu do stojana opisuje zależność:

$$b_{\delta_0 3}(\alpha,t) = \theta_{zs}\Lambda_0 \cos((m_s N_1 \pm p)(\alpha - \omega_w t) - (m_s N_1 \pm p)\omega_w t \pm \omega_1 t \pm \varphi_{zs}) =$$
$$= \theta_{zs}\Lambda_0 \cos\left((m_s N_1 \pm p)\alpha - \left(m_s N_1 \frac{1-s}{p} \pm 1\right)\omega_1 t \pm \varphi_{zs}\right), \tag{8.18}$$

gdzie: m_s – rząd harmonicznej zębowej stojana,
N_1 – liczba zębów stojana,
φ_{zs} – przesunięcie fazowe.

W widmie prądu pojawią się dodatkowe składowe częstotliwościowe:

$$f_{is} = f_1\left[m_s N_1 \frac{1-s}{p} \pm 1\right], \tag{8.19}$$

a uwzględniając wpływ zębów wirnika także sumacyjno-różnicowe składowe częstotliwościowe:

$$f_{isw} = f_1\left[(m_s N_1 \pm m_w N_2)\frac{1-s}{p} \pm 1\right]. \tag{8.20}$$

Tabela 8.1

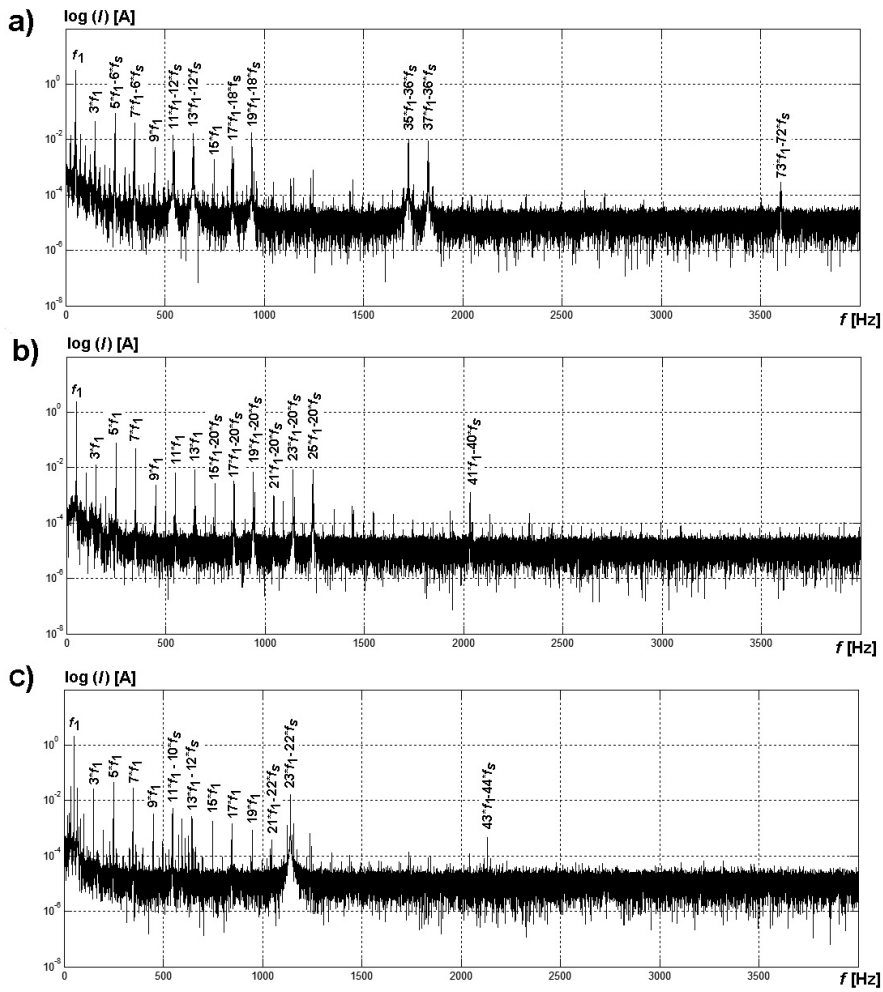
		Liczba falowa	**Pulsacja**
1	Żłobki stojana	$m_s N_1$	$\omega_1(m_s N_1/p(1\text{-}s)\pm 1)$
2	Żłobki wirnika	$m_w N_2$	$\omega_1(m_w N_2/p(1\text{-}s)\pm 1)$
3	Żłobki stojana i wirnika	$m_{ws}(N_1 \pm N_2)$	$\omega_1(m_{ws}(N_1 \pm N_2/p(1\text{-}s)\pm 1)$
4	Ekscentryczność wirnika	m_e	$\omega_1(m_e/p(1\text{-}s)\pm 1)$
5	Nasycenie	$p(2m_n \pm 1)$	$\omega_1(2m_n \pm 1)$

Charakterystyczne liczby falowe i pulsacje (na podstawie: (8.18), (7.32), (7.33), (7.39), (7.40), (8.20), (7.45), (7.46)) podstawowych składowych harmonicznych jednostkowej przewodności szczeliny powietrznej silnika indukcyjnego przedstawione zostały w tabeli 8.1.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Przykład. Na rysunku 8.3 przedstawiono kolejno widmo amplitudowe prądu fazowego silników indukcyjnych o różnej konstrukcji:

- silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4, P_n=4 kW, n_n=1420 obr/min (N_1=36, N_2=24, zgodnie z (8.14) g_N=1),
- silnika indukcyjnego klatkowego SZJe12b (klatka aluminiowa, odlewana), P_n=1,1 kW, n_n=2870 obr/min (N_1=24, N_2=20, zgodnie z (8.14) g_N=1),
- silnika indukcyjnego klatkowego Sg 132M-6B-S (klatka miedziana, spawana), P_n=5,5 kW, n_n=895 obr/min (N_1=36, N_2=33, zgodnie z (8.14) g_N=2).

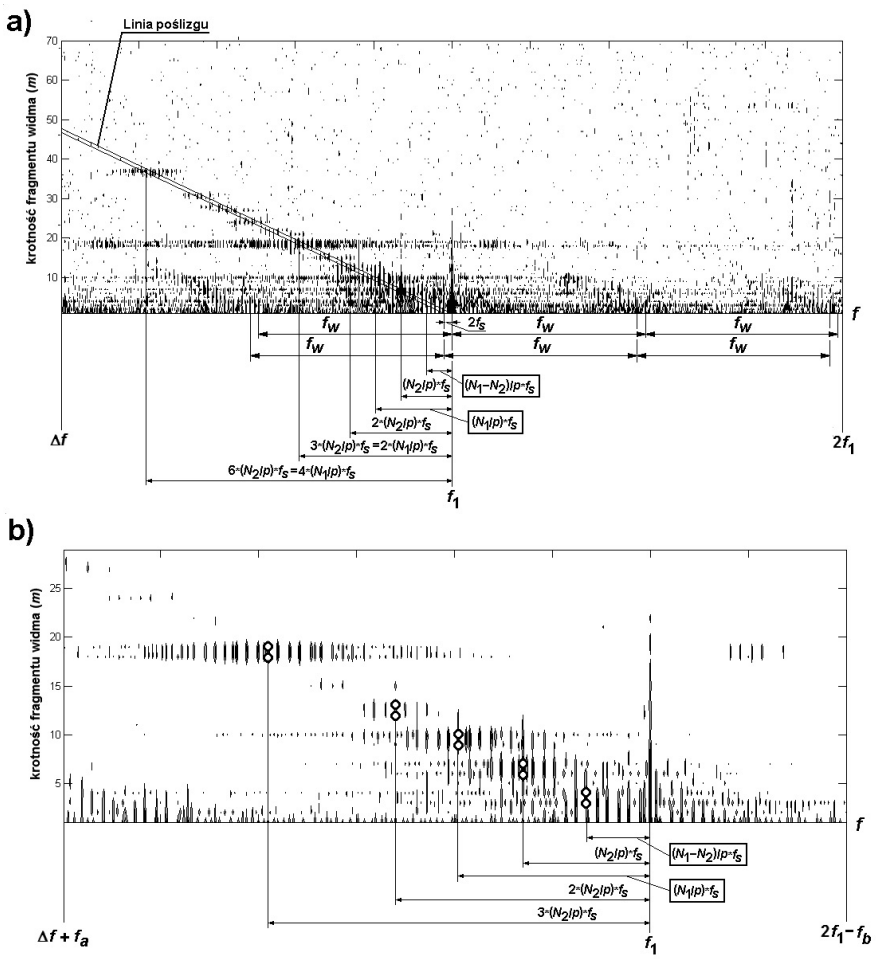


Rys. 8.3. *Widmo prądu fazowego: a) silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4 (p=2), b) silnika indukcyjnego SZJe12b (p=1), c) silnika indukcyjnego Sg 132M-6B-S (p=3). Wszystkie silniki pracowały z obciążeniem ok. 10%. Na rysunku zaznaczono jedynie dominujące składowe harmoniczne – wyższe nieparzyste harmoniczne podstawowej harmonicznej prądu lub występujące obok składowe częstotliwościowe prądu związane z strukturą zębowo-żłobkową wirnika i stojana*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

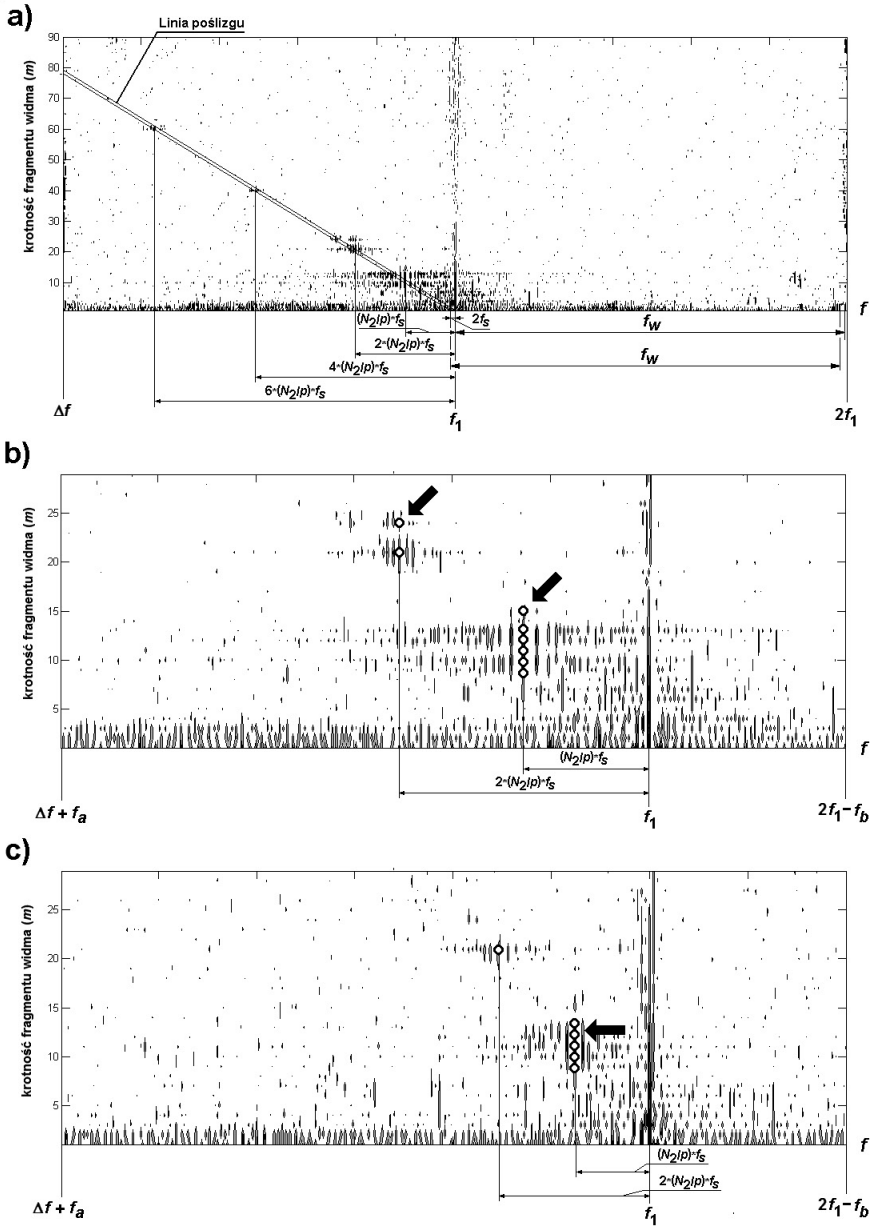
Pomiaru prądów dokonano przetwornikami prąd/napięcie z separacją galwaniczną o zakresie częstotliwościowym 0–150 kHz.

Strukturę częstotliwościową prądu fazowego tych samych silników indukcyjnych, których widmo zostało przedstawione na rysunku 8.3 ujawniają mapy F-F widma, utworzone zgodnie z (4.14), prezentowane na rysunkach 8.4a, 8.5a, 8.6a, przy czym kolejne odpowiadające sobie elementy każdego fragmentu widma sygnału są oddalone o $f_{syn} = 2f_1$.



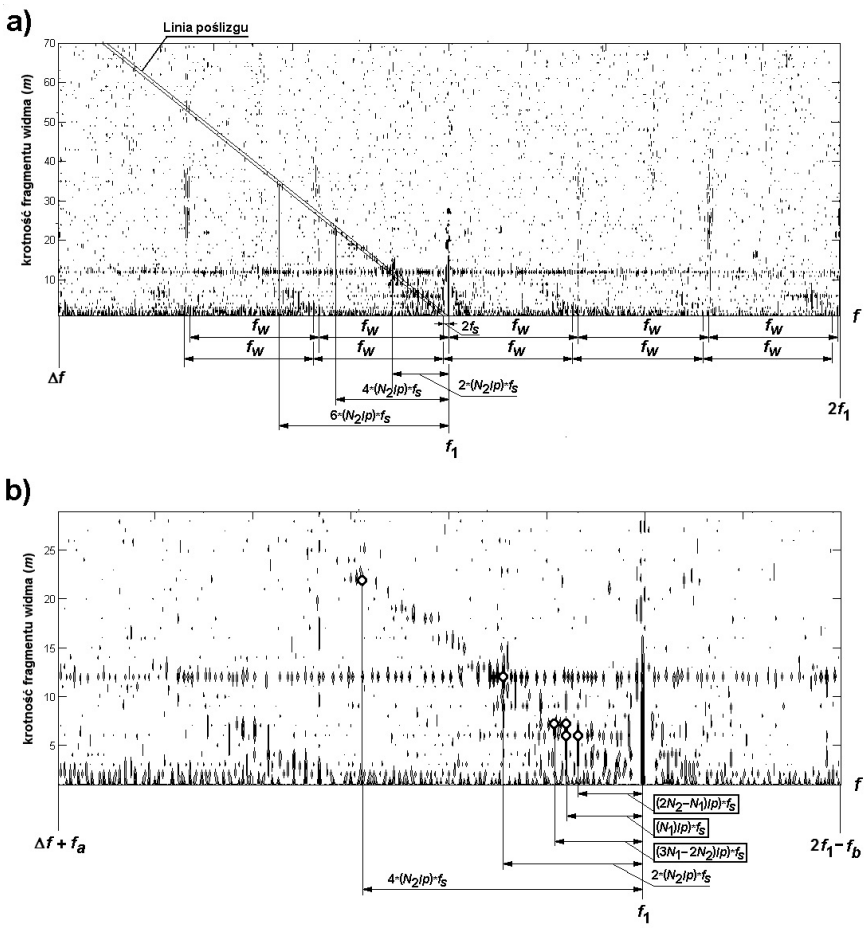
Rys. 8.4. *a) Mapa F-F widma prądu silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4 (p=2), utworzona na podstawie widma prezentowanego na rysunku 8.3a, synchroniczna z $2f_1$, b) wycinek mapy F-F widma prądu w zakresie niskich częstotliwości (do 3 kHz). Zaznaczone zostało położenie dominujących składowych częstotliwościowych związanych ze strukturą żłobkową szczeliny powietrznej, tworzących pary (zgodnie z (8.12) odległe o m=1) zgodnie i przeciwnie wirujących składowych częstotliwościowych. Ramką oznaczono położenie składowych częstotliwościowych, związanych ze strukturą zębowo-żłobkową stojana*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 8.5. *a) Mapa F-F widma prądu silnika indukcyjnego SZJe12b (p=1), utworzona na podstawie widma prezentowanego na rysunku 8.3b, synchroniczna z $2f_1$, b) wycinek mapy F-F widma prądu w zakresie niskich częstotliwości (do 3 kHz) (silnik zasilany napięciem znamionowym). Strzałką zaznaczono składowe częstotliwościowe związane z nasyceniem maszyny, niewystępujące przy obniżonym napięciu zasilania, c) wycinek mapy F-F widma prądu (silnik zasilany napięciem obniżonym o 20%). Strzałką zaznaczono składowe częstotliwościowe związane ze strukturą żłobkową wirnika, niezgodne z zależnością (8.11)*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 8.6. *a) Mapa F-F widma prądu silnika indukcyjnego Sg 132M-6B-S (p=3), utworzona na podstawie widma prezentowanego na rysunku 8.3c, synchroniczna z $2f_1$, b) wycinek mapy F-F widma prądu w zakresie niskich częstotliwości (do 3 kHz). Ramką oznaczono położenie dodatkowych składowych częstotliwościowych, niezgodnych z zależnością (8.11)*

Zgodnie z (8.11) i (8.12) dominujące składowe harmoniczne prądu związane ze strukturą zębowo-żłobkową układają się wzdłuż linii (nazywanych dalej linią poślizgu) odpowiednio dla zgodnych i przeciwnych składowych częstotliwościowych:

$$y^{(-)} = -\frac{1}{2f_s}[x-(f_1-2f_s)]+1\ , \quad \text{oraz} \quad y^{(+)} = -\frac{1}{2f_s}[x-f_1]+1. \qquad (8.21)$$

Rzędne $y^{(-)}$ i $y^{(+)}$ przyjmują wartości całkowite, gdy $x = f_1 - 2kf_s$, $k = 1, 2, 3, \ldots$. Całkowite wartości $y^{(-)}$ i $y^{(+)}$ indeksują m-ty fragment widma częstotliwościowego składający się na mapę częstotliwościowo-częstotliwościową:

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

$$m^{(-)} = -\frac{1}{2f_s}[(f_1 - 2kf_s) - (f_1 - 2f_s)] + 1$$
$$m^{(+)} = -\frac{1}{2f_s}[(f_1 - 2kf_s) - (f_1 - 2f_s)] + 2 \quad \text{, dla } 2kf_s < f_1, \tag{8.22}$$

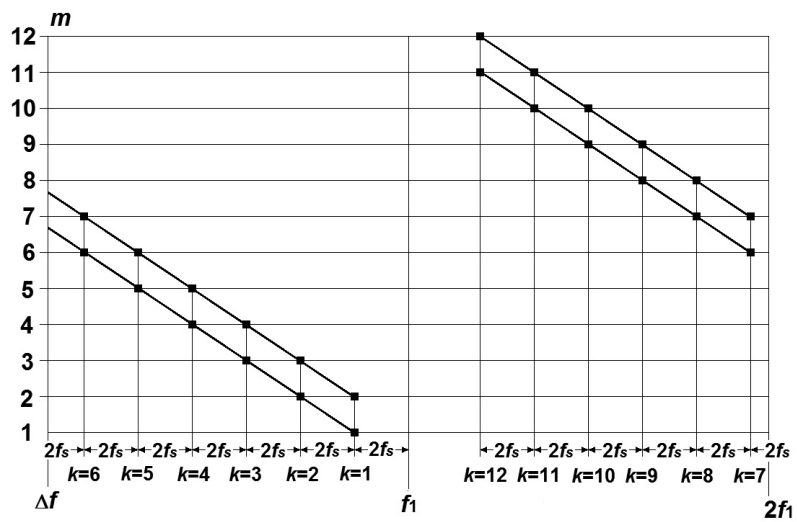
oraz

$$m^{(-)} = -\frac{1}{2f_s}[(f_1 - 2kf_s) - P] + \mathrm{E}\left(\frac{2f_1}{2f_s}\right) + 1 - \mathrm{E}\left(\frac{2kf_s}{f_1}\right)$$
$$m^{(+)} = -\frac{1}{2f_s}[(f_1 - 2kf_s) - P] + \mathrm{E}\left(\frac{2f_1}{2f_s}\right) + 2 - \mathrm{E}\left(\frac{2kf_s}{f_1}\right) \quad \text{, dla } f_1 < 2kf_s, \tag{8.23}$$

gdzie: $P = \left[1 + \mathrm{Ent}\left(\frac{2kf_s}{f_1}\right)\right] f_1 - \left(\mathrm{Ent}\left(\frac{2f_1}{2f_s}\right) + 1\right) 2f_s$,

Ent – część całkowita.

Zależności (8.22) i (8.23) wyznaczają potencjalne miejsca wystąpienia na mapie F-F widma głównych składowych częstotliwościowych wywołanych strukturą żłobkowo-zębową, gdy mapa synchronizowana jest z częstotliwością $f_{syn}=2f_1$ (rys. 8.7).

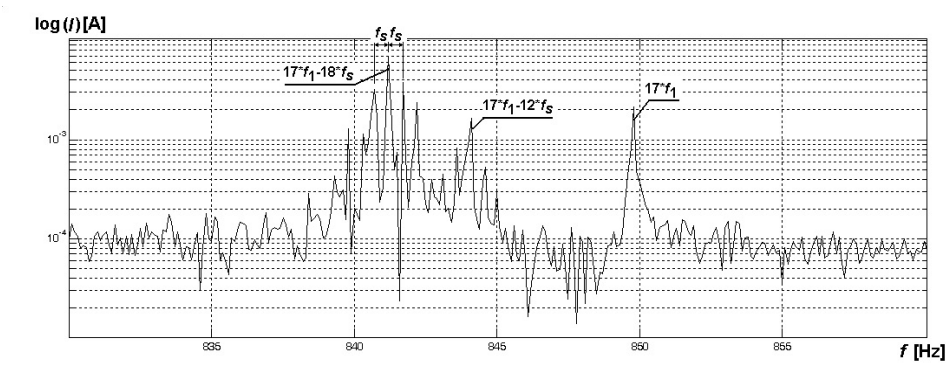


Rys. 8.7. *Schematyczna mapa F-F widma prądu z zaznaczonymi potencjalnymi miejscami występowania głównych składowych harmonicznych prądu fazowego związanych ze strukturą żłobkowo-zębową szczeliny powietrznej i związanymi z nimi liniami poślizgu. W lewej części mapy przedstawiono kontynuację linii poślizgu (prawa strona mapy F-F widma) gdy 2kfs>f_1*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Na mapie F-F widma prądów w pobliżu potencjalnego miejsca występowania podstawowych składowych harmonicznych prądu związanych ze strukturą zębowo-żłobkową opisanych zależnością (8.11) dla m_w =1 pojawiają się dodatkowe składowe częstotliwościowe. W wypadku silnika SZJe12b są to składowe częstotliwościowe $N_2f_w+3f_1=23f_1-20f_s$ i $N_2f_w+5f_1=25f_1-20f_s$ przesunięte o częstotliwość $(N_1\text{-}N_2)f_1$. W wypadku silnika Sg 132M-6B-S, dla którego podstawowa częstotliwość zębowa wirnika nie jest liczbą całkowitą parzystą, pojawiają się wokół linii poślizgu dodatkowe dominujące harmoniczne $(2N_2-N_1)f_w+f_1=11f_1-10f_s$, $N_2f_w-f_1=11f_1-12f_s$, $N_2f_w+f_1=13f_1-12f_s$ i $(3N_1-2N_2)f_w-f_1=13f_1-14f_s$ odległe o kombinację różnic podwojonej liczby zębów stojana lub wirnika i odpowiednio zębów wirnika lub stojana oraz liczbę zębów stojana, będącymi najbliższymi całkowitymi, parzystymi wielokrotnościami częstotliwości poślizgu.

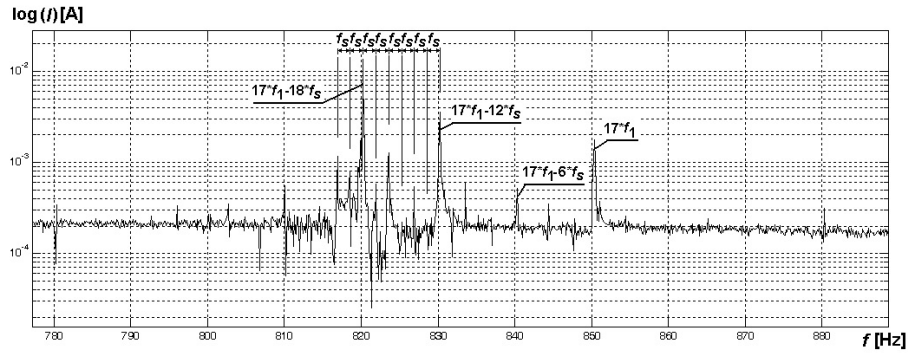
W rzeczywistości struktura częstotliwościowa związana z częstotliwością obrotową wirnika jest znacznie bardziej skomplikowana. Wokół dominujących składowych częstotliwościowych występują pasma boczne determinowane częstotliwością poślizgu $f_s=f_1s$. Na rysunku 8.8 przedstawiona została para wyższych składowych częstotliwościowych prądu silnika pierścieniowego SN 443-4. Wokół harmonicznej prądu związanej ze strukturą zębową wirnika występują pasma boczne odległe o częstotliwość poślizgu f_s. W wypadku małych poślizgów (maszyna nieobciążona) wydzielenie pasm bocznych bywa utrudnione, gdyż wymaga wysokiej rozdzielczości częstotliwościowej analizowanego widma prądu.



Rys. 8.8. *Siedemnasta harmoniczna podstawowej częstotliwości f_1 prądu fazowego i występująca obok dominująca harmoniczna prądu związana ze strukturą żłobkowo zębową i uzwojeniem trójfazowym wirnika. Silnik nieobciążony*

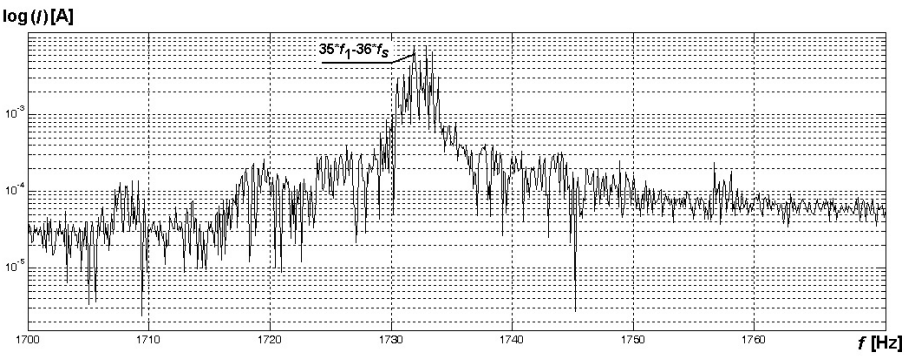
Na rysunku 8.9 przedstawiono tę samą parę wyższych harmonicznych zarejestrowanych przy obciążeniu wynoszącym ok. 70% obciążenia znamionowego. Wśród pasm bocznych odległych o częstotliwość poślizgu f_s od harmonicznej prądu związanej ze strukturą zębowo-żłobkową wirnika następuje wzrost amplitud tych składowych częstotliwościowych, które spełniają dodatkowe kryterium wielokrotności częstotliwości $2f_s$ lub $((N_1\text{-}N_2)/p)f_s$.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 8.9. *Siedemnasta harmoniczna podstawowej częstotliwości f_1 prądu fazowego i występująca obok dominująca składowa częstotliwościowa prądu związana ze strukturą żłobkowo-zębową i uzwojeniem trójfazowym wirnika. Silnik obciążony*

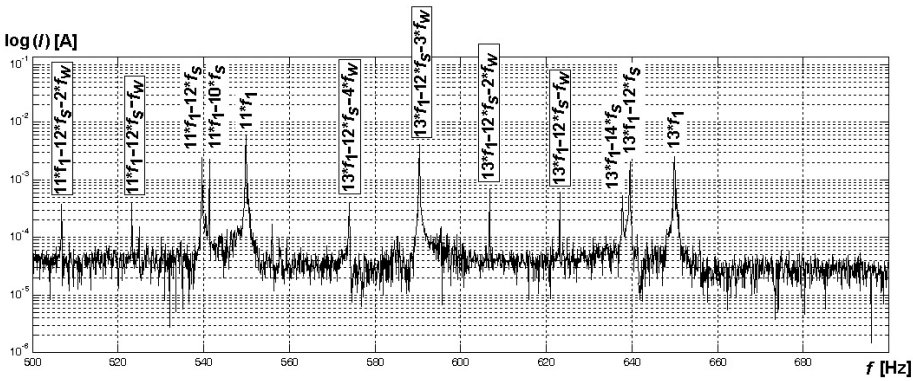
W zakresie wyższych częstotliwości widma amplituda harmonicznej podstawowej częstotliwości f_1 prądu fazowego może być tak mała, że niknie w szumie, natomiast występuje jedynie harmoniczna prądu związana ze strukturą zębowo-żłobkową wirnika (rys. 8.10).



Rys. 8.10. *Trzydziestapiąta harmoniczna podstawowej częstotliwości f_1 prądu fazowego jest niezauważalna wśród szumu. Występuje natomiast harmoniczna prądu związana z obrotami wirnika wraz z pasmami bocznymi odległymi o częstotliwość poślizgu f_s*

O występowaniu ekscentryczności dynamicznej zgodnie z (8.15) i (8.17) świadczą pasma boczne odległe o częstotliwość obrotową f_w, od zdefiniowanej wyżej linii poślizgu związanej ze strukturą zębowo-żłobkową wirnika. Na rysunku 8.11 przedstawione zostało widmo prądu silnika indukcyjnego z klatką spawaną w zakresie dominujących składowych częstotliwościowych wywołanych strukturą zębowo-żłobkową wirnika. Intensywność pasm bocznych odległych o częstotliwość obrotową f_w świadczy o stopniu ekscentryczności dynamicznej wirnika.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



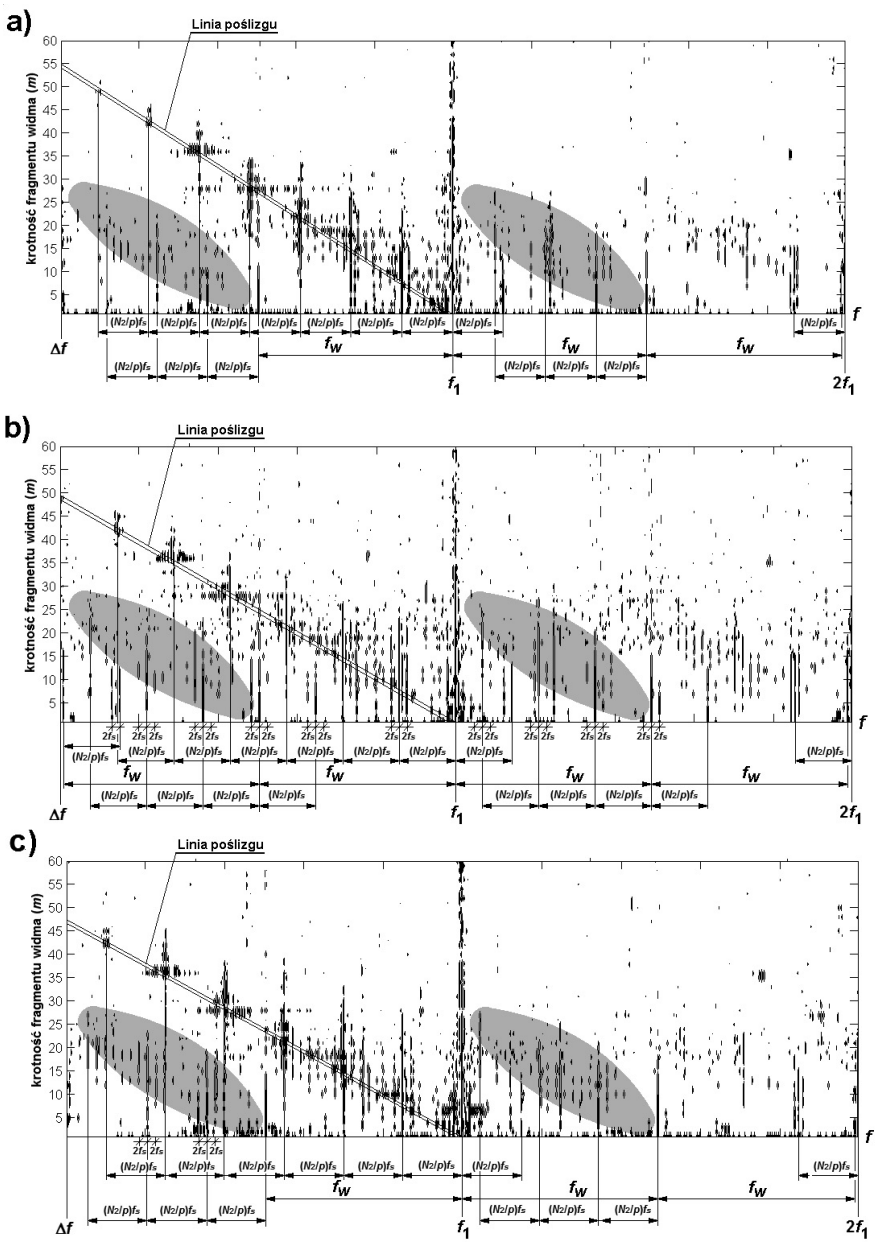
Rys. 8.11. *Widmo prądu silnika indukcyjnego z klatką spawaną w zakresie harmonicznych zębowo-żłobkowych wirnika. Ramką wyróżnione zostały składowe częstotliwościowe związane z ekscentrycznością wirnika*

Ekscentryczność wirnika zgodnie z (8.15) oraz (8.16) ($m_e \neq 0$) powoduje pojawienie się pasm bocznych odległych o wielokrotność częstotliwości obrotowej. W silnikach elektrycznych z uwagi na występujące pierwotne asymetrie uzwojenia i geometrii obwodu magnetycznego, wywołane ograniczeniami technologicznymi wystąpienie uszkodzenia skutkującego wzrostem ekscentryczności wirnika z reguły prowadzi do modyfikacji już istniejących składowych częstotliwościowych widma, szczególnie charakterystycznych składowych częstotliwościowych związanych ze strukturą zębowo-żłobkową szczeliny powietrznej.

Przykład. Na rysunku 8.12 przedstawiono mapy F-F (synchroniczne z $2f_1$) widma prądu fazowego silnika indukcyjnego M3ARF 112 M-4 o mocy znamionowej 4 kW i znamionowej prędkości obrotowej 1435 obr./min, charakteryzujące się minimalną ekscentrycznością wynikającą z tolerancji technologicznych, jednostronną ekscentrycznością dynamiczną i jednostronną ekscentrycznością statyczną.

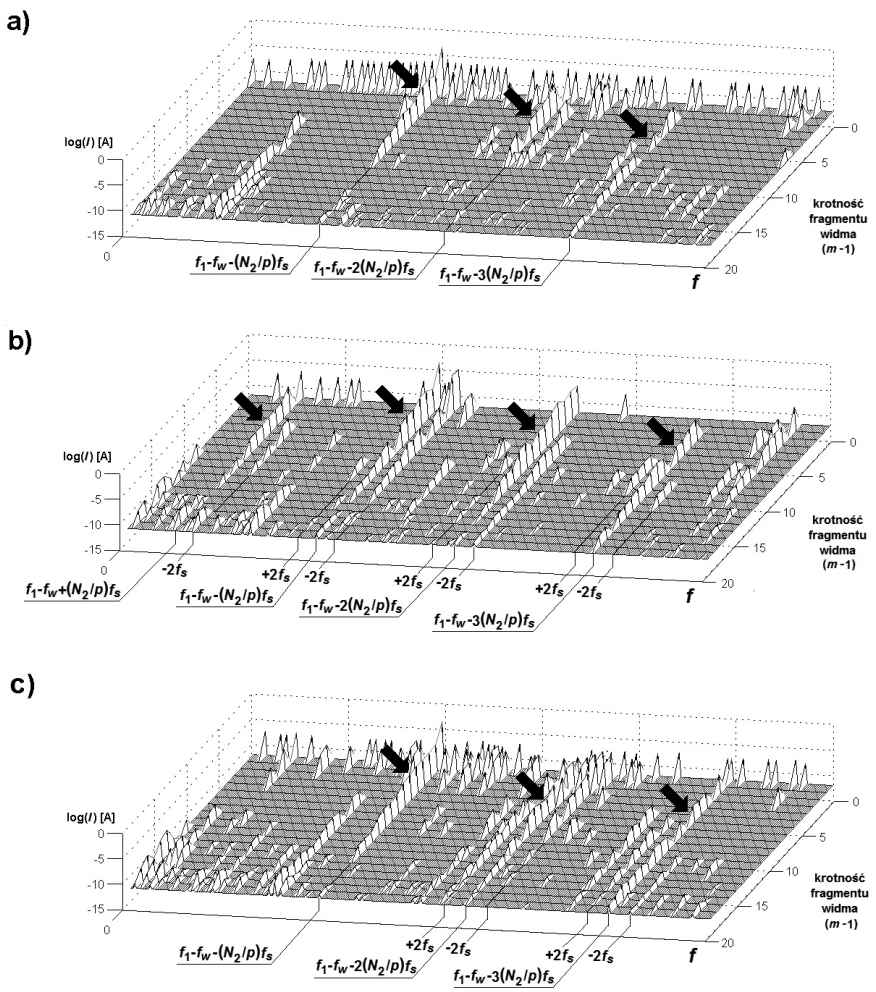
Ekscentryczność jednostronna oznacza, że położenie osi obrotu wirnika jest modyfikowane jedynie w jednej płaszczyźnie – płaszczyźnie tarczy łożyskowej. Pomiary zostały zrealizowane w stanie niewielkiego obciążenia silnika za pomocą przetworników prąd/napięcie z separacją galwaniczną, o zakresie częstotliwościowym 0–150 kHz. Zarówno ekscentryczność dynamiczna jak i statyczna wynosiła 50% szerokości szczeliny powietrznej. We wszystkich wypadkach występują pasma boczne odległe o częstotliwość $\pm f_w$ oraz $\pm f_w \pm g_N k N_2 f_s / p$ od linii poślizgu (obszar ich występowania został wyróżniony kolorem szarym). Wykazują one największą wrażliwość na wystąpienie ekscentryczności wirnika. Ekscentryczność dynamiczna powoduje wyraźny wzrost amplitud pasm bocznych. Ekscentryczność szczeliny powietrznej wprowadza dodatkową asymetrię prądów klatki wirnika, co objawia się wystąpieniem pasm bocznych odległych o podwojoną częstotliwość poślizgu $2f_s$.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 8.12. *Mapa F-F widma prądu silnika indukcyjnego M3ARF112 M-4 (p=2), synchroniczna z $2f_1$: a) silnik z minimalną ekscentrycznością wynikającą z tolerancji technologicznych, b) silnik z 50% jednostronną ekscentrycznością dynamiczną, c) silnik z 50% jednostronną ekscentrycznością statyczną. Pomiarów dokonano w stanie niewielkiego obciążenia*

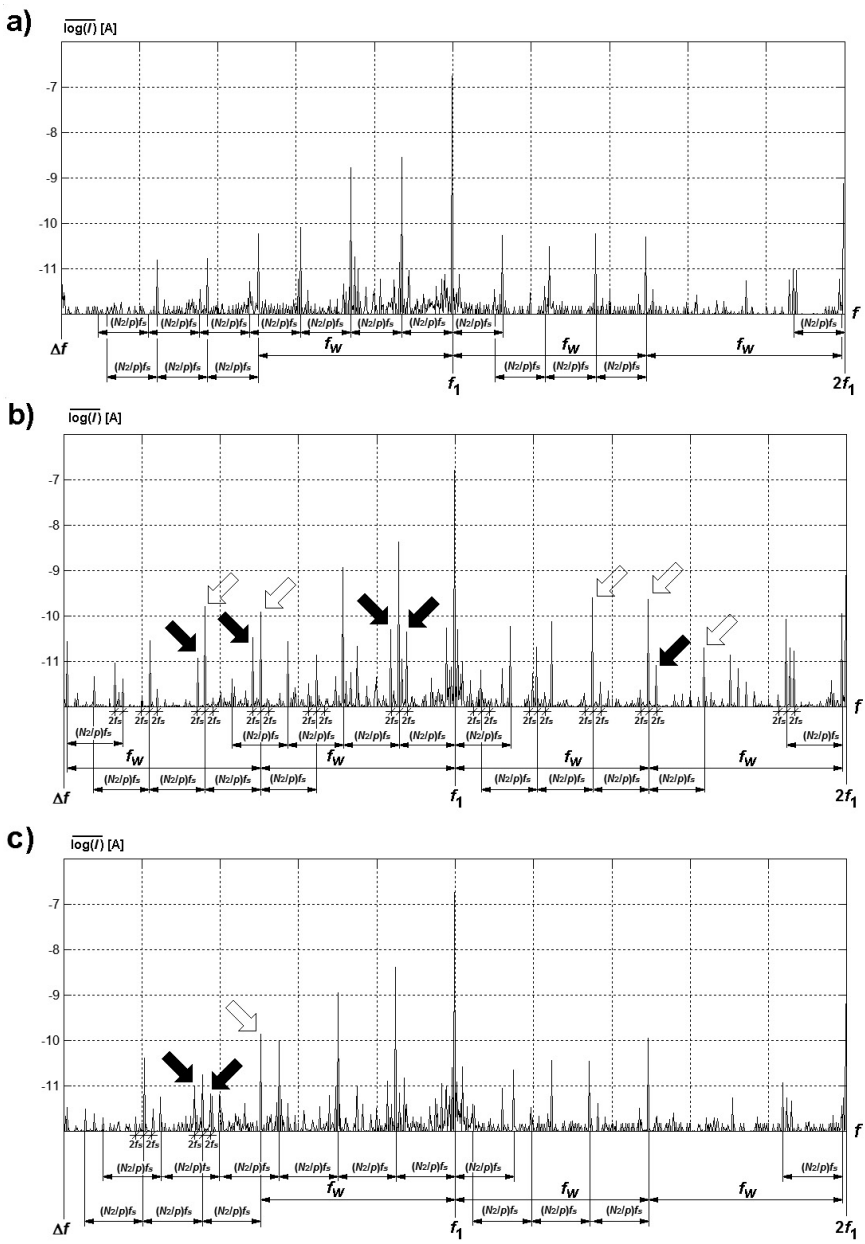
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 8.13. *Fragment przestrzennej mapy widma prądu silnika indukcyjnego obejmujący lewostronne pasma boczne odległe o częstotliwość obrotową f_w od linii poślizgu: a) silnik z minimalną ekscentrycznością wynikającą z tolerancji technologicznych, b) silnik z 50% jednostronną ekscentrycznością dynamiczną, c) silnik z 50% jednostronną ekscentrycznością statyczną. Zaznaczono dodatkowe pasma boczne odległe o $2f_s$*

Na rysunku 8.13a, b, c przedstawione zostały fragmenty przestrzennej mapy widma obejmujące pasmo boczne odległe (wyróżnione na rysunku 8.12 kolorem szarym), w czytelny sposób prezentujące modyfikacje składowych częstotliwościowych sygnału prądowego wywołane wystąpieniem ekscentryczności wirnika.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 8.14. *Uśrednione wartości logarytmów amplitud składowych częstotliwościowych prądu silnika indukcyjnego pierścieniowego M3ARF112 M-4 wyznaczone na podstawie mapy F-F widma: a) silnik nieuszkodzony, b) silnik z 50% jednostronną ekscentrycznością dynamiczną, c) silnik z 50% jednostronną ekscentrycznością statyczną*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Zmiany amplitud pasm bocznych odległych o częstotliwość obrotową f_w od linii poślizgu występują w szerokim zakresie częstotliwości. Dlatego też dogodną miarą diagnostyczną są średnie wartości logarytmów amplitud składowych częstotliwościowych odległych o podwójną podstawową częstotliwość prądu fazowego silnika $2f_1$ zgodnie z (4.18), wyznaczone na podstawie map F-F widma. Średnie wartości logarytmów amplitud składowych częstotliwościowych przedstawione zostały na rysunku 8.14.

Ekscentryczność dynamiczna wywołuje zmiany amplitudy zarówno lewostronnych, jak i prawostronnych pasm bocznych (na rysunku 8.14b zaznaczone białymi strzałkami). Pojawiają się także dodatkowe pasma boczne odległe o $2f_s$ (na rysunku 8.14b zaznaczone czarnymi strzałkami). Wystąpienie ekscentryczności statycznej także wprowadza zmianę amplitud już istniejących pasm bocznych (na rysunku 8.143c zaznaczone białą strzałką) oraz dodatkowe pasma boczne odległe o $2f_s$ (na rysunku 8.14c zaznaczone czarnymi strzałkami). Modyfikacja składowych częstotliwościowych jest (z uwagi na omówione w rozdziale 7.1.2 zjawisko tłumienia pola wywołanego ekscentrycznością statyczną) subtelniejsza niż w wypadku wystąpienia ekscentryczności dynamicznej i manifestuje się głównie pojawieniem się dodatkowych pasm bocznych odległych o podwojoną częstotliwość poślizgu $2f_s$ wywołanych asymetrią prądów wirnika.

Zastosowanie miary jaką są uśrednione wartości amplitud składowych częstotliwościowych umożliwia jednoznaczne wykrycie pojawiającej się ekscentryczności dynamicznej wirnika.

8.2. Wpływ asymetrii przepływu wirnika na prąd fazowy

W widmie prądu, oprócz składowych harmonicznych wywołanych modulującymi właściwościami zmiennej indukcyjności pasm fazowych, występują składowe harmoniczne zgodne z harmonicznymi napięcia indukowanego przez składową pola w szczelinie przywirnikowej wywołaną asymetrią przepływu wirnika. Asymetria przepływu powstaje w wyniku uszkodzenia uzwojenia stojana (zwarcie zwojowe) i wirnika (zwarcie zwojowe lub uszkodzenie prętów klatki i pierścieni czołowych). Charakterystyczne liczby falowe i pulsacje (zgodnie z (7.54), (7.55), (7.62), (7.63)) podstawowych składowych harmonicznych przedstawione zostały w tabeli 8.2.

Tabela 8.2

		Liczba falowa	**Pulsacja**
1	Asymetria przepływu wirnika	p	$\pm\omega_1(1\text{-}2s)$
2	Asymetria przepływu stojana	$p(2mk+1)$	$\pm\omega_1$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Asymetria przepływu wirnika powoduje pojawienie się nowych składowych częstotliwościowych prądu stojana o pulsacji $\omega_1(1\text{-}2s)$. Wywołują one oscylacje momentu i prędkości obrotowej o podwójnej pulsacji poślizgu $2\omega_1 s$. Oscylacje prędkości obrotowej indukują w uzwojeniach stojana napięcia o częstotliwości $\omega_1(1+2s)$. W rezultacie pojawiają się składowe harmoniczne prądu o częstotliwościach:

$$f_{rb} = f_1(n \pm 2ls)\,, \tag{8.24}$$

gdzie: $n = 1, 2, 3,...$.

Pojawienie się obustronnych pasm bocznych wokół częstotliwości f_1 jest równoważne modulacji prądu:

$$i^s_{abc}(t) \approx -i^r_{abc}(t) + [i^s_{abc}(t) + i^r_{abc}(t)]\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} m_n \cos(n\omega_m t)\right], \tag{8.25}$$

gdzie: m_n – współczynnik głębokości modulacji,
$n = 1, 2, 3...$,
ω_m – pulsacja modulująca.

Uwzględniając pierwszą harmoniczną prądu uzwojenia fazowego na podstawie uproszczonego schematu zastępczego silnika indukcyjnego (rys. 8.1) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} i^s_{abc}(t) &\approx -i^r_{abc}(t) + [i^s_{abc}(t) + i^r_{abc}(t)] + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m_n^- I^p_{abc}}{2} \cos((\omega_1 - n\omega_m)t - \varphi_n) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m_n^+ I^p_{abc}}{2} \cos((\omega_1 + n\omega_m)t - \varphi_n)\,, \end{aligned} \tag{8.26}$$

gdzie: I^p_{abc} – amplituda prądu gałęzi poprzecznej.

W zależności tej oddzielnie przedstawione zostały składowe opisujące lewostronne (indeks –) i prawostronne (indeks +) pasma boczne z uwagi na występującą różnicę ich amplitud. Zależność (8.26) przedstawić można w postaci:

$$\begin{aligned} i^s_{abc}(t) &\approx -i^r_{abc}[i^s_{abc}(t) + i^r_{abc}(t)] + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(I^p_{abc})}{2} (m_n^- + m_n^+) \cos(n2\omega_1 st)(\cos(\omega_1 t)\cos\varphi_n + \sin(\omega_1 t)\sin\varphi_n) + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I^p_{abc}}{2} (m_n^- - m_n^+) \sin(n2\omega_1 st)(\cos(\omega_1 t)\sin\varphi_n + \sin(\omega_1 t)\cos\varphi_n), \end{aligned} \tag{8.27}$$

gdzie: $2\omega_1 s = \omega_m$.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

W wyniku niepowtarzalnego rozłożenia zwojów tworzących cewki uzwojenia stojana w widmie prądu pojawią się składowe harmoniczne o częstotliwości:

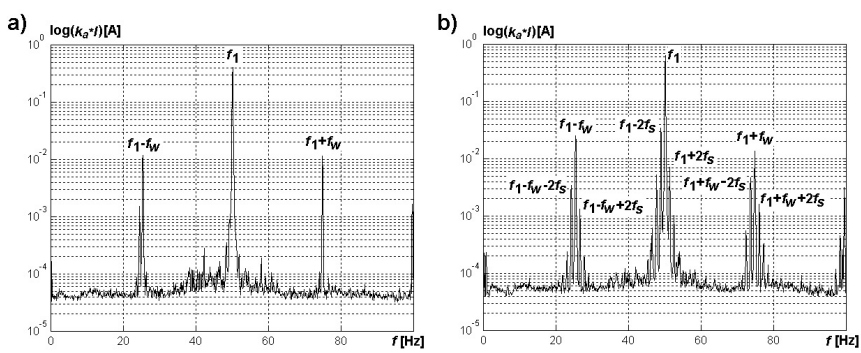
$$f_{rb} = f_1\left(k\frac{(1-s)}{p} \pm s\right), \tag{8.28}$$

gdzie: $k = 1, 3, 5...$,
p – liczba par biegunów.

W przypadku gdy występuje jednocześnie ekscentryczność wirnika pasma boczne pojawią się także (zgodnie z (8.17)) wokół częstotliwości sumacyjno-różnicowych f_1 i $f_w = f_1(1\text{-}s)/p$:

$$f_{ie} = f_1\left[1 \pm m_e\frac{1-s}{p} \pm 2ks\right]. \tag{8.29}$$

Prawostronne i lewostronne pasma boczne wokół częstotliwości podstawowej w widmie prądu stanowią podstawę diagnozowania uszkodzeń prętów wirnika i pierścienia czołowego (rys. 8.15). Przy niewielkim poślizgu s wydzielenie pasm bocznych w widmie częstotliwościowym wymaga dużej rozdzielczości widma. Ponadto nawet niewielkie niedopasowanie okna częstotliwościowego przy obliczaniu transformaty Fouriera i niewielkie fluktuacje podstawowej częstotliwości w czasie powodują rozmycie jej prążka i w konsekwencji mogą zamaskować pasma boczne. Z tego powodu zaleca się badanie silników indukcyjnych w stanie obciążenia bliskiemu obciążeniu znamionowemu.



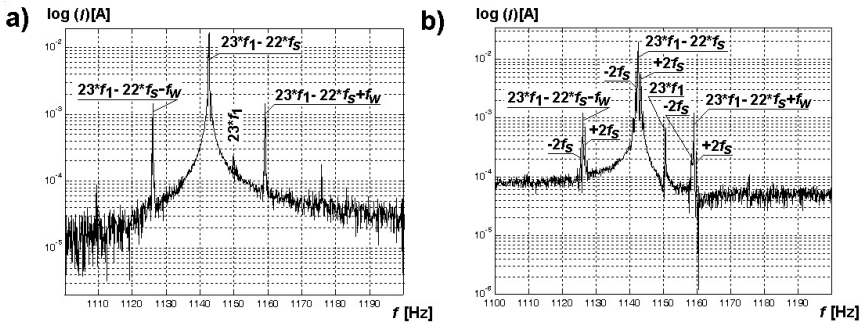
Rys. 8.15. *Widmo amplitudowe prądu silnika indukcyjnego klatkowego w zakresie niskich częstotliwości: a) silnik bez wad klatki wirnika, bieg jałowy, poślizg s = 0.01, b) silnik z uszkodzonym szeregiem prętów klatki wirnika, bieg jałowy, poślizg s = 0,012*

W widmie prądu obok pasm bocznych $\pm 2s$ wokół składowych niskoczęstotliwościowych pasma boczne odległe o $\pm 2s$ pojawiają się także wokół wyższych harmonicznych żłobkowo-zębowych wirnika:

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

$$f_{ire} = f_1\left[\left(g_N k N_2 \pm m_e\right)\frac{1-s}{p} \pm 1 \pm 2m_n \pm 2ns\right], \tag{8.30}$$

gdzie: $n = 1, 2, 3, \ldots .$

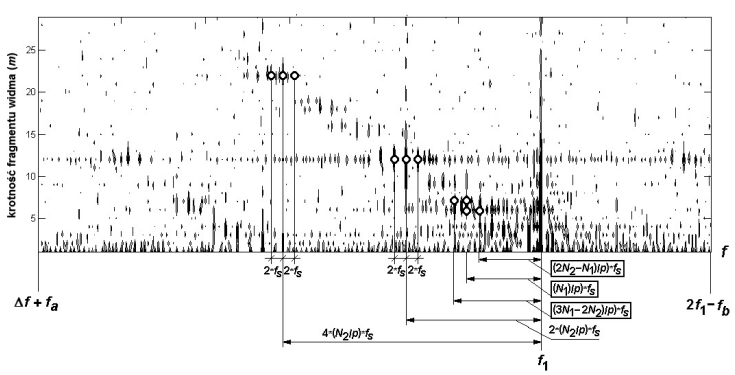


Rys. 8.16. *Widmo amplitudowe prądu silnika indukcyjnego Sg 132M-6B-S w zakresie częstotliwości żłobkowo-zębowych: a) silnik bez wad klatki wirnika, bieg jałowy, poślizg s = 0,0065, b) silnik z uszkodzonym szeregiem prętów klatki wirnika, bieg jałowy, poślizg s = 0,0066*

Na rysunku 8.16 przedstawione zostały harmoniczne żłobkowo-zębowe silnika indukcyjnego z klatką spawaną ($p = 3$). W tym wypadku nie ulegają one zamaskowaniu w tak dużym stopniu jak w wypadku podstawowej składowej harmonicznej.

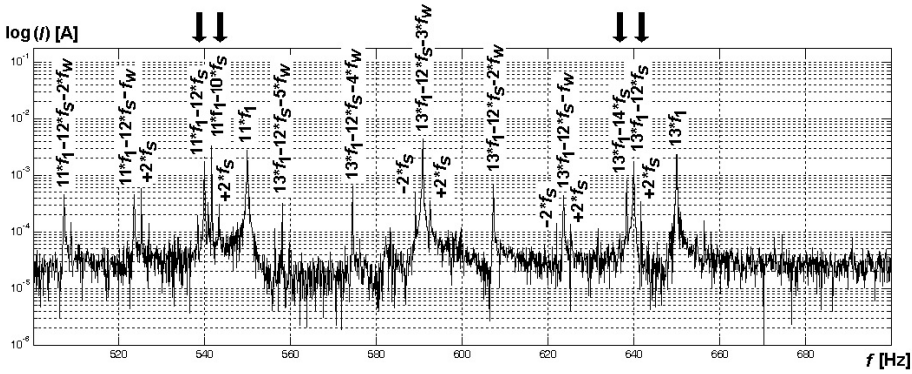
Przykład. Na rysunku 8.17 przedstawiono mapę F-F widma prądu silnika indukcyjnego klatkowego z uszkodzonymi trzema prętami klatki wirnika, którego mapa F-F widma prądu w stanie bezawaryjnym prezentowana jest na rysunku 8.7. Wokół dominujących składowych harmonicznych związanych ze strukturą żłobkową szczeliny powietrznej, pojawiły się pasma boczne odległe o $2f_s$ (rys. 8.16).

Amplitudy sumacyjno-różnicowych składowych harmonicznych, związanych ze strukturą zębowo-żłobkową wirnika i stojana zgodne z (8.20) (oznaczone ramką), ulegają niewielkiej modyfikacji, gdyż występują w tym samym miejscu co pasma boczne będące wynikiem asymetrii klatki wirnika (rys. 8.10 i rys. 8.17).



Rys. 8.17. *Wycinek mapy F-F widma prądu w zakresie niskich częstotliwości (do 3 kHz) silnika indukcyjnego Sg 132M-6B-S z trzema uszkodzonymi prętami wirnika, synchronicznej z $2f_1$*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 8.18. *Widmo amplitudowe prądu silnika indukcyjnego Sg 132M-6B-S z asymetrią klatki spawanej w zakresie harmonicznych żłobkowych wirnika*

Na rysunku 8.18 przedstawiono widmo amplitudowe prądu fazowego w zakresie częstotliwości zębowo-żłobkowych (strzałkami wyróżniono składowe widma o częstotliwościach: $f_1\big((2N_2–N_1)(1–s)/p+1\big)$, $f_1\big(N_1(1–s)/p–1\big)$, $f_1\big(N_1(1–s)/p+1\big)$, $f_1(3N_1–2N_2)(1–s)/p–1)$ występujące także na rysunku 8.11). Wokół charakterystycznych częstotliwości żłobkowo-zębowych, jak i składowych częstotliwościowych związanych z występowaniem ekscentryczności dynamicznej (pasma boczne odległe o wielokrotność częstotliwości f_w) pojawiają się pasma boczne odległe o $2f_s$, będące wynikiem asymetrii klatki wirnika.

8.3. Wpływ asymetrii przepływu stojana na prąd fazowy

Zwarcie zwojowe, międzycewkowe tego samego pasma fazowego lub sąsiednich pasm fazowych stojana powoduje lokalne odkształcenie strumienia w szczelinie, a co za tym idzie – wypadkowego przepływu stojana i wirnika (występują składowe harmoniczne prądu zgodne z harmonicznymi napięcia indukowanego przez pole w szczelinie przywirnikowej) i w konsekwencji zmianę amplitud składowych harmonicznych prądów fazowych (uwidocznioną przez wprowadzenie wyróżników współczynników k i k_a) zgodnie z (8.16) przy uwzględnieniu dodatkowej asymetrii przepływu zgodnie z zależnością (7.11):

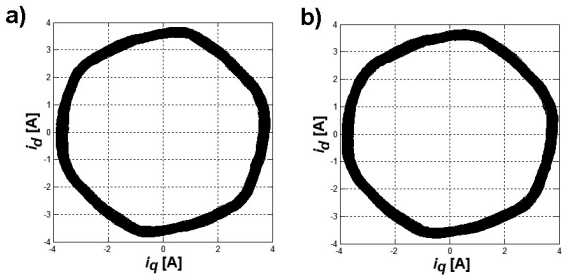
$$f_{is} = f_1\left[(g_N k' N_2 \pm m_e)\frac{1-s}{p} \pm k'_a\right] \text{ – silnik klatkowy,} \tag{8.31}$$

lub:

$$f_{is} = f_1\left[(p(6k' \pm 1) \pm m_e)\frac{1-s}{p} \pm k'_a\right] \text{ – silnik pierścieniowy.} \tag{8.32}$$

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

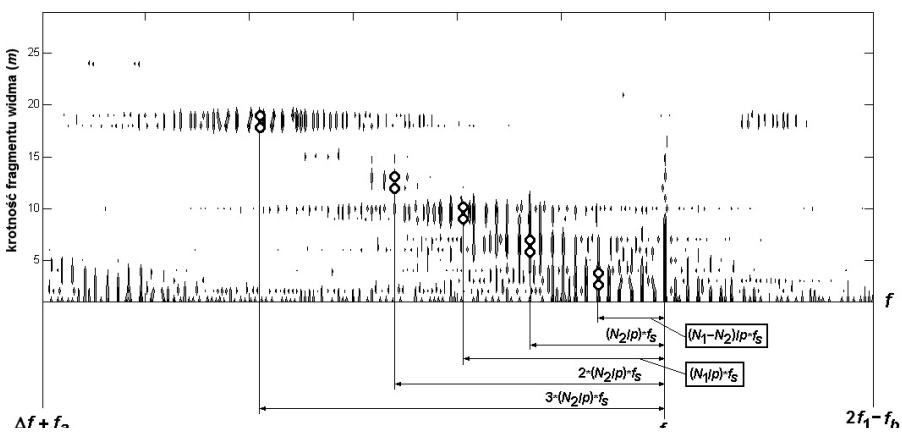
Występujące zniekształcenie wypadkowego przepływu jest nieznaczne – kształt trajektorii fazora przestrzennego prądów w przypadku nieuszkodzonej maszyny i maszyny ze zwartym zwojem praktycznie pozostaje niezmienny, niewielkim lokalnym zmianom ulega jedynie zakres zmienności amplitudy fazora (rys. 8.19).



Rys. 8.19. *Trajektoria fazora przestrzennego prądu silnika indukcyjnego pierścieniowego: a) silnik nieuszkodzony, b) silnik ze zwarciem zwojowym*

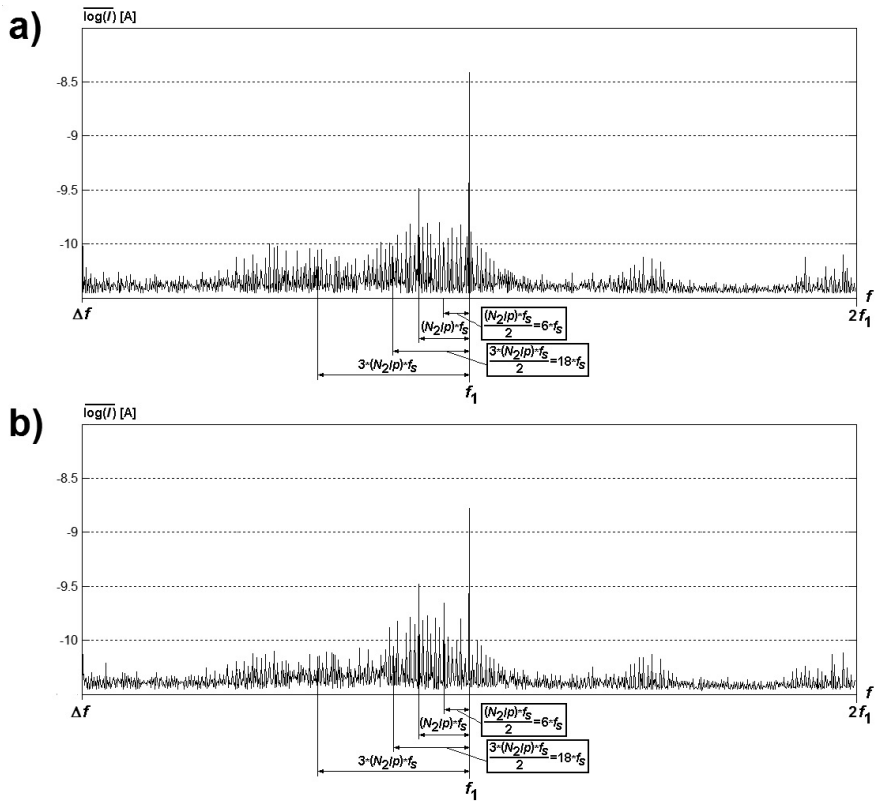
Przy zaistniałej asymetrii przepływu wypadkowego nie pojawiają się nowe składowe harmoniczne prądów fazowych. Natomiast zmiana amplitud już istniejących harmonicznych występuje w niewielkim zakresie, tak więc można uznać, że prąd fazowy wykazuje małą wrażliwość na tego typu uszkodzenia.

Przykład. Mapa F-F widma prądu fazowego silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4 ze zwarciem zwojowym (prąd zwarcia wynosi 300% prądu znamionowego) przedstawiona została na rysunku 8.20. Obraz struktury częstotliwościowej prądu fazowego nie wykazuje istotnych różnic w stosunku do obrazu (rys. 8.4a) uzyskanego dla poprawnie działającego silnika.



Rys. 8.20. *Wycinek mapy F-F widma prądu w zakresie niskich częstotliwości (do 3 kHz) silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4 ze zwarciem zwojowym, synchronicznej z $2f_1$*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



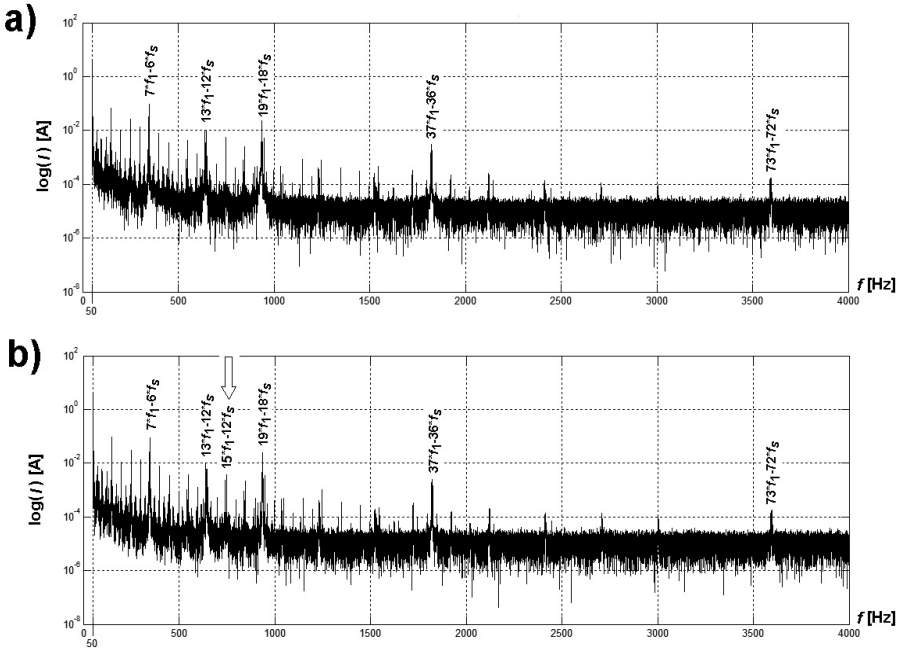
Rys. 8.21. *Uśrednione wartości logarytmów amplitud składowych harmonicznych prądu silnika indukcyjnego pierścieniowego SN443-4 wyznaczone na podstawie mapy F-F widma: a) silnik nieuszkodzony, b) silnik ze zwartym zwojem uzwojenia stojana*

Potwierdzeniem są wykresy prezentujące uśrednioną wartość logarytmów amplitud wyznaczoną na podstawie mapy F-F widma (zgodnie z (4.18)) w wypadku nieuszkodzonej maszyny (rys. 8.21a) i zwarcia zwojowego (rys. 8.21b). Lokalna asymetria przepływu wypadkowego praktycznie nie wpływa znacząco na zmianę uśrednionych logarytmów amplitud składowych częstotliwościowych zębowych: $(N_2/p)f_s$ oraz $((N_2/p)/2)f_s$ i ich wyższych harmonicznych.

W odróżnieniu od prądów fazowych zmienność czasowo-przestrzenna fazora prądów fazowych wyznaczonego zgodnie z (4.83) i (4.84) wykazuje wrażliwość na wystąpienie zwarcia zwojowego stojana. Na rysunku 8.22 przedstawiono widmo zmienności czasowo-przestrzennej fazora prądów fazowych dla silnika nieuszkodzonego i silnika ze zwartym zwojem. Składowe częstotliwościowe widma, po przesunięciu widma w dziedzinie częstotliwości o częstotliwość f_1 zgodnie z (4.86), odpowiadają składowym częstotliwościowym widma prądu fazowego (rys. 8.3a). Opisane zostały jedynie dominujące prawostronne pasma

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

boczne odległe o f_1 (częstotliwość zasilania) wokół składowych częstotliwościowych będących dopuszczalnym iloczynem wielokrotności częstotliwości obrotowej i wielokrotności liczby zębów wirnika. Strzałką zaznaczono położenie składowych częstotliwościowych, których amplituda ulega zmianie. Na rysunku 8.23 przedstawiony został fragment widma w zakresie częstotliwości zębowych.

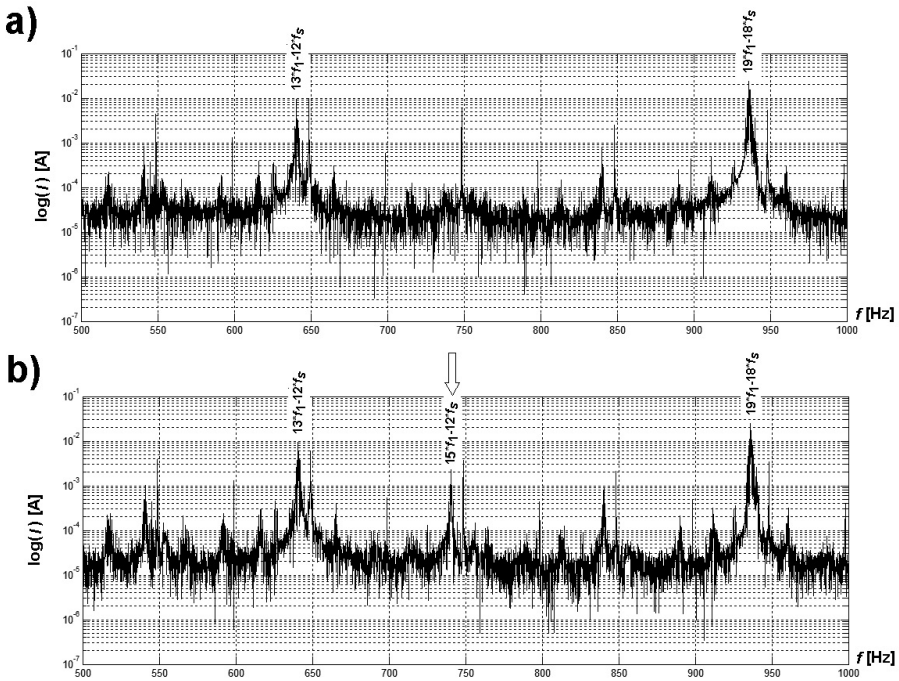


Rys. 8.22. *Widmo amplitudowe zmienności fazora prądów fazowych silnika indukcyjnego pierścieniowego SN443-4: a) silnik nieuszkodzony, b) silnik ze zwarciem zwojowym uzwojenia stojana*

W wyniku zwarcia zwojowego pojawiło się prawostronne pasmo boczne o częstotliwości $N_2/p(1\text{-}s)f_1+3f_1=15f_1-12f_s$ zgodnie z zależnością (8.32), przy czym współczynnik $k_a=3$, współczynnik ekscentryczności $m_e=0$, oraz $p(6k\pm1)=N_2$. Pasmo to skorelowane jest z wystąpieniem w silniku ze zwartym zwojem składowej częstotliwościowej $N_2f_w+2f_1$ drgań korpusu (rys. 7.20).

Pojawienie się dodatkowego prawostronnego pasma bocznego wokół częstotliwości zębowej można wyjaśnić pojawieniem się wyższej harmonicznej przeciwnej przepływu wywołanej zwarciem zwojowym. W mapie F-F widma zachodzą charakterystyczne zmiany (rys. 8.24).

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 8.23. *Widmo amplitudowe zmienności fazora prądów fazowych w zakresie częstotliwości zębowych silnika indukcyjnego pierścieniowego SN443-4: a) silnik nieuszkodzony, b) silnik ze zwarciem zwojowym uzwojenia stojana. Strzałką zaznaczono położenie składowych częstotliwościowych, których amplituda ulega zmianie*

Wzrost rezystancji uzwojenia związany z degradacją stanu technicznego połączeń uzwojenia wewnątrz maszyny wywołuje asymetrię impedancji pasm fazowych prowadzącą do asymetrii prądów fazowych oraz asymetrii pola magnetycznego w szczelinie powietrznej maszyny. Wystąpienie asymetrii prądów fazowych pociąga za sobą zmianę amplitud składowych zgodnej i przeciwnej wypadkowego przepływu i jest przyczyną zmiany amplitud pasm bocznych (opisanych zależnością (8.20)), związanych z wpływem struktury żłobkowo-zębowej obwodu magnetycznego na szczelinę powietrzną maszyny.

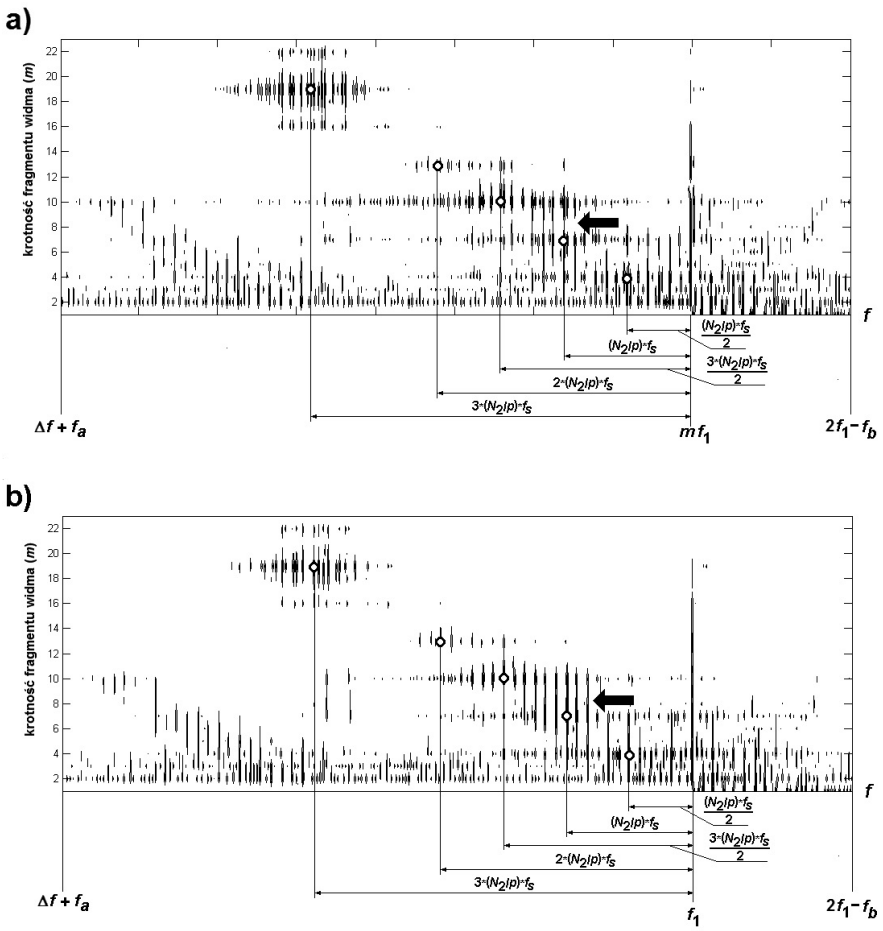
Występująca asymetria pola magnetycznego dodatkowo modyfikuje nasycenie obwodu magnetycznego, w konsekwencji występuje dodatkowa modyfikacja przewodności szczeliny powietrznej. Przepływ wytworzony przez symetryczne uzwojenie 3-fazowe, uwzględniając jedynie podstawową harmoniczną prądu zasilania, oddziałując ze zmienioną przewodnością szczeliny powietrznej wywołanej nasyceniem, wytworzy pole w szczelinie:

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

$$b_{n1}(\alpha,t)=\lambda_{n1}(\alpha,t)\theta(\alpha,t)=\sum_{m_n=1}^{\infty}\Lambda_{m_n}\Theta_1\cos(p\alpha-\omega_1 t-\varphi_1)\cos(2m_n(p\alpha-\omega_1 t)-\varphi_{m_n})=$$

$$=\sum_{m_n=1}^{\infty}\Lambda_{m_n}\Theta_1\cos((1\pm 2m_n)p\alpha-(1\pm 2m_n)\omega_1 t-(\varphi_1\pm\varphi_{m_n}))\,, \tag{8.33}$$

gdzie: Θ_1 – amplituda harmonicznej przepływu rzędu 1,
Λ_{mn} – amplituda harmonicznej przewodności rzędu m_n,
φ_1 – przesunięcie fazowe harmonicznej rzędu 1,
φ_{m_n} – przesunięcie fazowe harmonicznej rzędu m_n.



Rys. 8.24. *Wycinek mapy F-F widma zmienności fazora prądów fazowych w zakresie niskich częstotliwości (do 3 kHz) silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4, synchronicznej z $2f_1$: a) silnik nieuszkodzony, b) silnik ze zwarciem zwojowym stojana. Strzałką zaznaczony został obszar mapy F-F, w którym występują zmiany*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Asymetria pola magnetycznego wywołanego uszkodzeniem połączeń uzwojenia wewnątrz maszyny wywoła dodatkową zmianę napięć indukowanych modyfikujących przepływ wypadkowy i w konsekwencji dodatkową zmianę amplitud składowych częstotliwościowych prądu fazowego:

$$f_{n1} = (1 \pm 2m_n^{'}) f_1. \tag{8.34}$$

Modyfikacji podlegają podstawowa i wyższe nieparzyste harmoniczne prądu zasilania, tak więc podobnie jak w przypadku zwarcia zwojowego nie pojawiają się nowe składowe harmoniczne, a jedynie amplituda już istniejących zostanie zmodyfikowana. Przy stosunkowo niewielkiej asymetrii napięć zmiany amplitud składowych częstotliwościowych prądu fazowego wywołane modyfikacją nasycenia zębów maszyny są niewielkie w porównaniu ze zmianami amplitud wywołanych asymetrią napięć fazowych. Miarą diagnostyczną wykazującą dużą wrażliwość na rozwój uszkodzenia jest współczynnik asymetrii prądów (zależność współczynnika asymetrii prądów od stopnia rozwoju uszkodzenia prezentowana jest na rysunku 7.22).

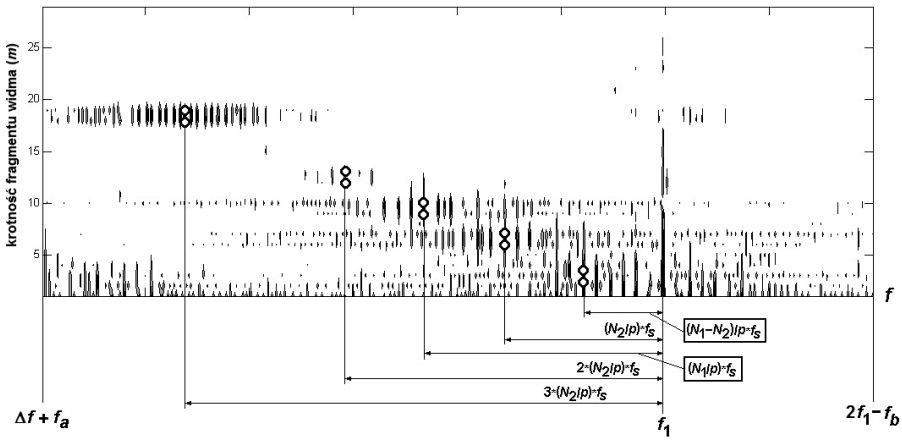
Przykład. Fragment mapy F-F widma prądu fazowego silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4 z asymetrią rezystancji pasm fazowych stojana (rezystancja uzwojenia jednego pasma fazowego wzrosła o 350% w stosunku do wartości znamionowej), synchronicznej z $2f_1$ przedstawiony został na rysunku 8.25.

Obraz struktury częstotliwościowej prądu fazowego nie wykazuje istotnych różnic w stosunku do obrazu (rys. 8.4b) uzyskanego dla poprawnie działającego silnika.

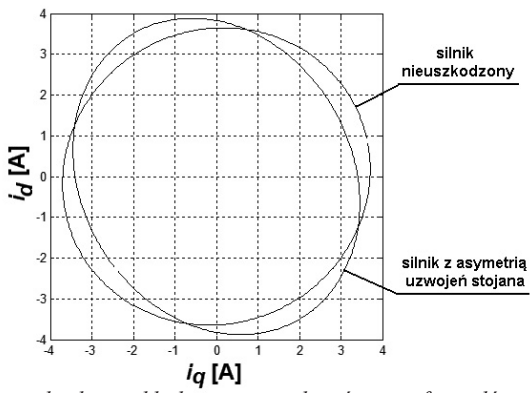
Podobnie jak w przypadku analizy zwarcia zwojowego zmienność czasowo-przestrzenna fazora prądów fazowych wykazuje selektywną wrażliwość na wystąpienie asymetrii pasm fazowych wywołanej uszkodzeniem połączeń uzwojenia. Przede wszystkim modyfikacji podlega trajektoria fazora przestrzennego prądów (rys. 4.50). Na rysunku 8.26 przedstawiono trajektorię fazową wydzielonej składowej częstotliwościowej f_1 prądów i_d i i_q, która charakteryzuje się największym zakresem zmian wywołanych zaistniałą asymetrią, co potwierdza analiza widma zmienności fazora przestrzennego. Silnik badany był w stanie prawie nieobciążonym, tak więc asymetria napięcia uszkodzonego pasma fazowego jest stosunkowo niewielka. Można więc przyjąć, że zmianie praktycznie nie ulega moduł fazora przestrzennego, asymetria prądów ujawnia się przede wszystkim w oscylacji jego amplitudy wokół wartości średniej.

Na rysunku 8.26 jest to uwidocznione odchyleniem trajektorii reprezentującej silnik z asymetrią rezystancji pasma fazowego wokół trajektorii reprezentującej silnik nieuszkodzony. Składowa częstotliwościowa f_1 prądów i_d i i_q zgodna z (8.34) przy przyjęciu m_n=0 odpowiada, uwzględniając przesunięcie w dziedzinie częstotliwości zgodnie z zależnością (4.87) składowej częstotliwościowej $2f_1$ widma zmienności fazora przestrzennego prądów.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



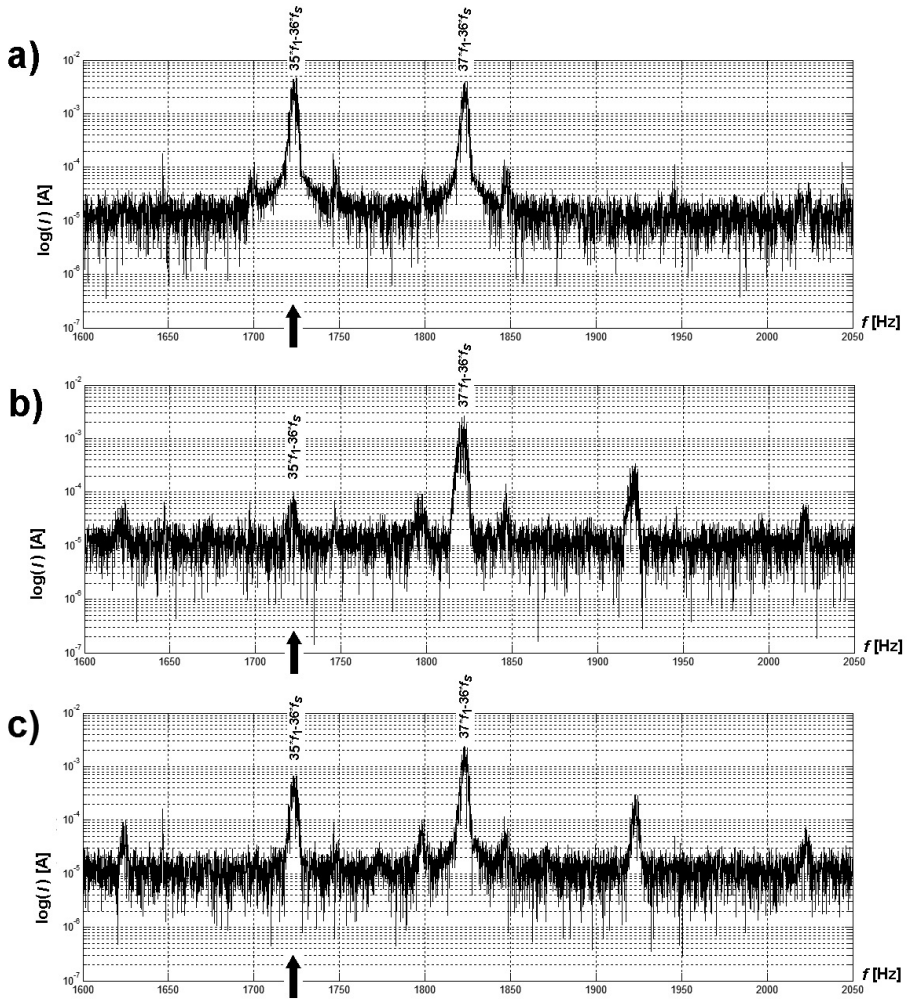
Rys. 8.25. *Fragment mapy F-F widma prądu w zakresie niskich częstotliwości (do 3 kHz) silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4 z asymetrią rezystancji uzwojeń stojana, synchronicznej z $2f_1$. Porównanie z mapą F-F widma utworzonej dla silnika bez uszkodzeń (rys. 8.4) potwierdza, że zgodnie z teoretycznymi rozważaniami w widmie nie pojawiają się nowe składowe częstotliwościowe*



Rys. 8.26. *Trajektoria wydzielonej składowej częstotliwościowej f_1 prądów i_a i i_q charakteryzująca się największą wrażliwością na uszkodzenie*

Zmienność fazora przestrzennego wykazuje także wrażliwość na analizowane uszkodzenie w zakresie wyższych częstotliwości. Na rysunku 8.27 przedstawiono widmo zmienności czasowo-przestrzennej fazora prądów fazowych dla silnika nieuszkodzonego i silnika z uszkodzeniem połączeń uzwojenia w zakresie częstotliwości $(2N_1(1\text{-}s)/p)f_1=(3N_2(1\text{-}s)/p)f_1$, będącej wspólną wielokrotnością ilości zębów stojana i wirnika przypadających na parę biegunów. Dla porównania został pokazany fragment widma prądu wybranej fazy. W wyniku zmiany rezystancji pasma fazowego pojawiło się prawostronne pasmo boczne o częstotliwości $3N_2/p(1-s)f_1-f_1=2N_1/p(1-s)f_1-f_1=35f_1-36f_s$ zgodnie z zależnością (8.20).

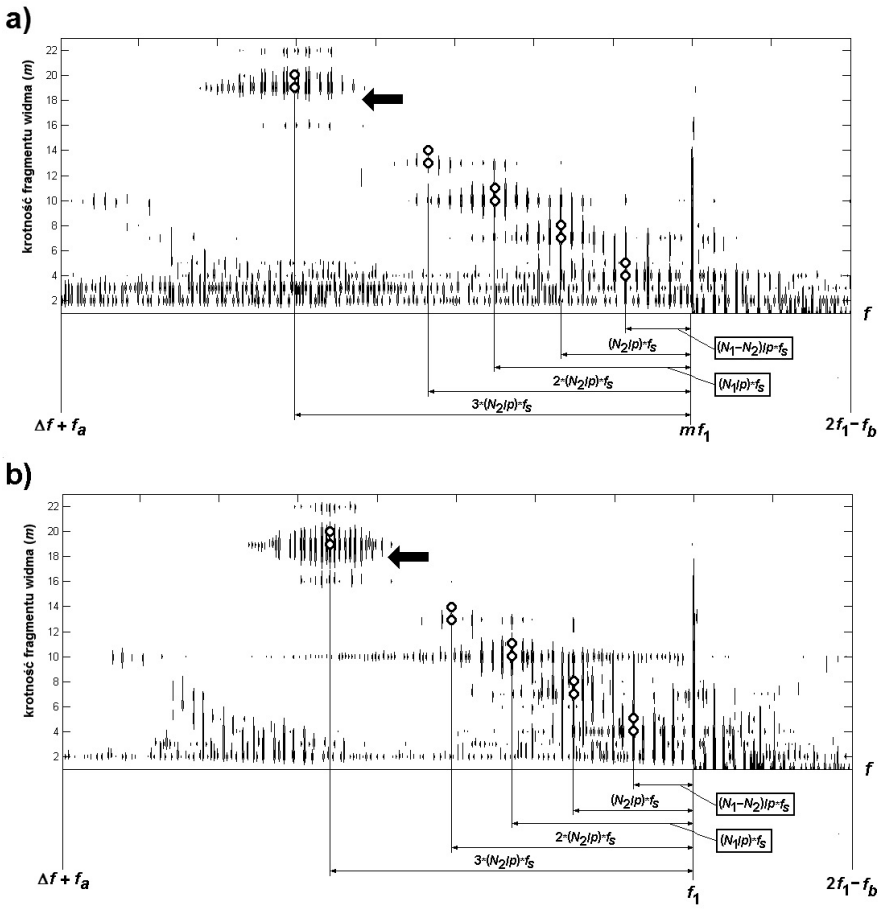
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 8.27. *Widmo amplitudowe prądu wybranej fazy i widmo zmienności fazora prądów fazowych w zakresie częstotliwości zębowych* $(2N_1(1–s)/p)f_1=(3N_2(1–s)/p)f_1$ *silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4: a) silnik nieuszkodzony – widmo prądu fazowego, b) silnik nieuszkodzony – widmo zmienności fazora prądów, c) silnik z asymetrią rezystancji uzwojeń stojana – zmienności fazora prądów. Strzałką zaznaczono położenie składowych częstotliwościowych, których amplituda ulega zmianie*

Pojawienie się dodatkowego lewostronnego pasma bocznego wokół częstotliwości zębowej można wyjaśnić pojawieniem się wyższej harmonicznej przeciwnej przepływu wywołanej zwarciem zwojowym. Zmiany na mapie F-F widma zostały przedstawione na rysunku 8.28.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 8.28. *Wycinek mapy F-F widma zmienności fazora prądów fazowych w zakresie niskich częstotliwości (do 3 kHz) silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4, synchronicznej z $2f_1$: a) Silnik nieuszkodzony, b) z asymetrią rezystancji uzwojeń stojana. Strzałką zaznaczony został obszar mapy F-F, w którym występują zmiany*

Literatura

[1] Belkhayat D., Romary R., El Adnani M., Corton R., Brudny J., F., „Faults Detection of Induction Machines by Radial Field Measurement", Journal of Electrical Engineering, Vol. 54, No. 11-12, pp. 287-292, 2003.

[2] Dorrell D., G., Thomson W., T., and Roach S., „Analysis of airgap flux, current, vibration signals as a function of the combination of static and dynamic airgap eccentricity in 3-phase induction motors", IEEE Trans. Ind. Appln., Vol. 33, No. 1, pp. 24–34, 1997.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

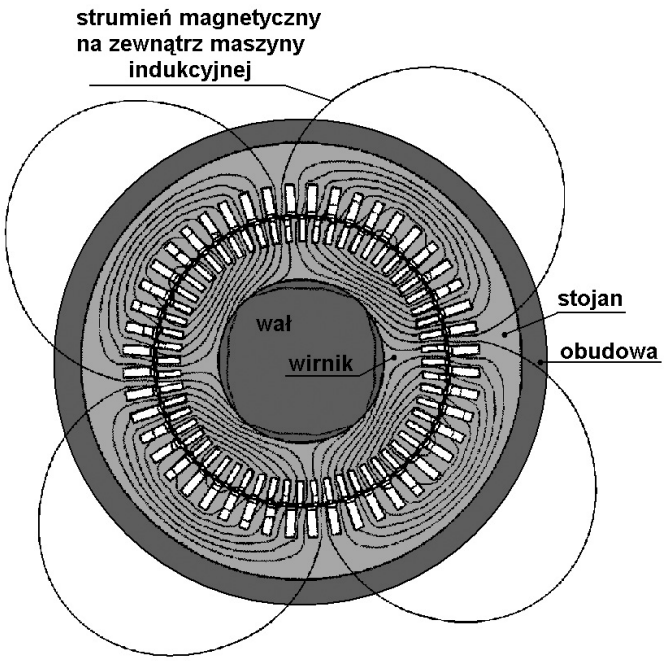
[3] Hamdani S., Touhami O., Ibtiouen R., „A Generalized Two Axes Model of a Squirrel-Cage Induction Motor for Rotor Fault Diagnosis", Serbian Journal of Electrical Engineering, Vol. 5, No. 1, May 2008, 155-170.
[4] Nandi S., Ahmed S., Toliyat H., A., „Detection of Rotor Slot and Other Eccentricity Related Harmonics in a Three Phase Induction Motor with Different Rotor Cages", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 16, NO. 3, september 2001.
[5] Sobczyk T., J., Weinreb K., Sułowicz M., „Diagnostyka silników klatkowych oparta na składowych symetrycznych prądu stojana", Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej Nr 49, Studia i materiały Nr 21, 2000.
[6] Sułowicz M., „Diagnostyka silników indukcyjnych metodami sztucznej inteligencji", Rozprawa doktorska, Biblioteka Cyfrowa Politechniki Krakowskiej, Kraków 2005.
[7] Toliyat H., A., Nandi S., Choi S., Meshgin-Kelk H., „Electric Machines, Modeling, Condition Monitoring and Fault Diagnosis", CRC Press, Taylor&Francis Group, 2013, ISBN 978-1-4200-0628-5.
[8] Lindth T., „On the condition monitoring of induction machines", Acta Universitatis, Lappeenrantaensis 174, 2003, ISBN 951-764—843

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

9 Analiza strumienia rozproszenia w silniku indukcyjnym

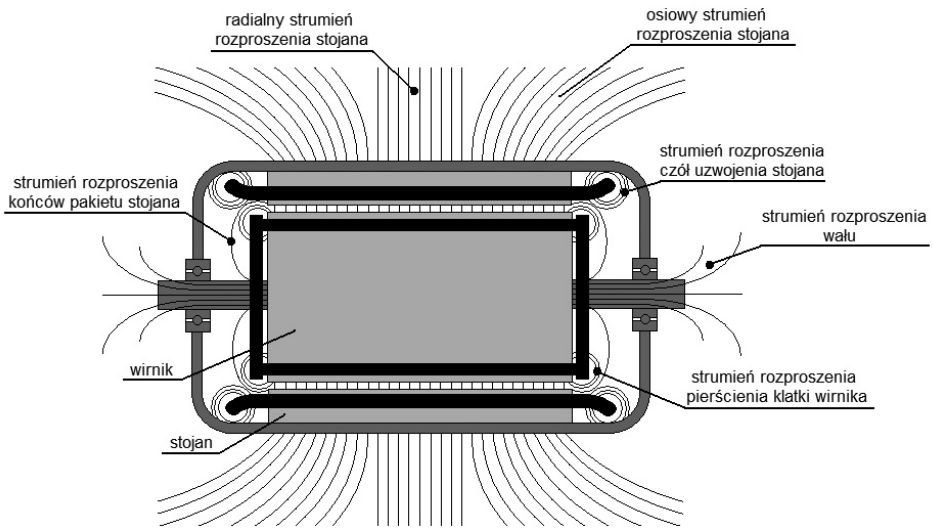
Strumień występujący w przestrzeni poza rdzeniem maszyny elektrycznej podzielić możemy na składową radialną i składową osiową. Przyjmuje się, że składowa radialna strumienia występującego na zewnątrz maszyny jest obrazem składowej radialnej indukcji w szczelinie [1] i zamyka się w płaszczyźnie prostopadłej do osi silnika (rys. 9.1).



Rys. 9.1. *Strumień radialny występujący poza rdzeniem na przykładzie maszyny indukcyjnej*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Składowa osiowa strumienia występującego w przestrzeni poza rdzeniem maszyny zamykająca się poprzez wał maszyny jest sumą strumieni zamykających się w płaszczyznach na których leży oś wirnika (rys. 9.2).



Rys. 9.2. *Schematyczne przedstawienie obszarów występowania strumienia osiowego na zewnątrz rdzenia maszyny indukcyjnej*

Strumień rozproszenia na zewnątrz obwodu magnetycznego maszyny podzielić można na szereg strumieni: część radialną strumienia zamykającą się w przestrzeni poza rdzeniem maszyny, strumień rozproszenia końców pakietu stojana, strumień rozproszenia czół uzwojenia stojana, strumień rozproszenia czół uzwojenia wirnika lub pierścienia czołowego klatki wirnika. Dodatkowo konfiguracja czół uzwojeń stojana i wirującego wirnika wytwarza zmienny w czasie i przestrzeni, skomplikowany rozkład strumienia rozproszenia, charakterystyczny dla danej konstrukcji.

Do pomiaru strumienia rozproszenia na zewnątrz maszyny elektrycznej wykorzystuje się czujnik pomiarowy w postaci cewki pomiarowej [2], [6], której sygnał napięciowy ε_c jest proporcjonalny do skojarzonego z nią strumienia magnetycznego ϕ_c:

$$\varepsilon_c(t) = -N\frac{\mathrm{d}\phi_c}{\mathrm{d}t} = -N\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S B_c \mathrm{d}S\,, \tag{9.1}$$

gdzie: N – liczba zwojów cewki pomiarowej,
B_c – składowa normalna indukcji,
S – powierzchnia cewki pomiarowej.

Czułość czujnika pomiarowego jest proporcjonalna do jego powierzchni. Strumień magnetyczny skojarzony z czujnikiem jest sygnałem harmonicznym o czę-

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

stotliwościach niewspółmiernych. Z uwagi na operację różniczkowania amplituda każdej składowej częstotliwościowej sygnału pomiarowego jest wynikiem modyfikacji amplitudy danej składowej częstotliwościowej strumienia przez współczynnik zależny jej pulsacji:

$$\varepsilon_c(t) = -NS\sum_k B_k \omega_k \cos(\omega_k t - \varphi_k), \tag{9.2}$$

gdzie: B_k – amplituda składowej częstotliwościowej rzędu k,
ω_k – pulsacja składowej częstotliwościowej rzędu k
φ_k – faza składowej częstotliwościowej rzędu k.

W przypadku przybliżenia rzeczywistego przebiegu strumienia magnetycznego sygnałem harmonicznym zależność opisująca sygnał pomiarowy upraszcza się do postaci:

$$\varepsilon_c(t) = -NS\omega\sum_k kB_k \cos(k\omega t - \varphi_k), \tag{9.3}$$

Należy zaznaczyć, że amplitudy harmonicznych składowej radialnej pola rozproszenia B_k na zewnątrz maszyny ulegają osłabieniu w stosunku do odpowiadających im składowych harmonicznych pola w szczelinie [3]. Stopień osłabienia zależy od liczby falowej, wymiarów i przewodności magnetycznej jarzma stojana maszyny i odległości cewki pomiarowej od jarzma. Ponadto wysokoczęstotliwościowe harmoniczne pola są tłumione w ferromagnetycznych elementach maszyny a także przez prądy wirowe indukowane w litych elementach obudowy o małej rezystancji (np. tarczach łożyskowych wykonanych z aluminium) i w samej cewce pomiarowej [1]. Z tego powodu oceny stanu technicznego maszyny przy użyciu strumienia rozproszenia dokonuje się na podstawie względnych relacji pomiędzy amplitudami wybranych składowych częstotliwościowych sygnału pomiarowego.

9.1. Składowa radialna strumienia rozproszenia

Indukcja magnetyczna w szczelinie zależy od rozkładu przepływu w silniku i rozkładu permeancji szczeliny powietrznej pomiędzy stojanem i wirnikiem. Pole magnetyczne w szczelinie zawiera szereg wyższych harmonicznych wywołanych:

- niesinusoidalnym rozkładem przepływu obwodu stojana (harmoniczne uzwojeniowe i harmoniczne rzędu żłobkowego),
- zmienną gęstością powierzchniową permeancji szczeliny powietrznej związaną ze strukturą żłobkowo-zębową maszyny i ekscentrycznością wirnika,
- asymetrią przepływu stojana i wirnika wywołaną zwarciem zwojowym w stojanie i zwarciem zwojowym w wirniku lub uszkodzeniem klatki wirnika,

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

- asymetrią obwodu magnetycznego,
- asymetrią prądu zasilania.

Strumień radialny występujący w przestrzeni poza rdzeniem (przy założeniu zasilania maszyny ze źródła napięcia sinusoidalnego) zawiera składowe:
- średnio-częstotliwościowe (rzędu kHz) wywołane zmiennością przewodności szczeliny powietrznej związaną ze strukturą żłobkową stojana i wirnika,
- niskoczęstotliwościowe (0–100 Hz) związane z częstotliwością zasilania i częstotliwością obrotową wirnika.

W przypadku zasilania maszyny z przemiennika częstotliwości wystąpią także składowe wysokoczęstotliwościowe (nawet rzędu MHz) związane ze stromością narastania napięcia zasilającego poddanego modulacji PWM.

Dominujące składowe częstotliwościowe pola w szczelinie nieuszkodzonego silnika indukcyjnego (uwzględniana jest struktura zębowo-żłobkowa szczeliny powietrznej oraz nasycenie obwodu magnetycznego i pierwotna ekscentryczność wirnika), odniesione do stojana, zgodnie z zależnościami (7.38) i (7.44), przy uwzględnieniu wzajemnego oddziaływania przepływu stojana i wirnika (zależności (8.9) i (8.10) oraz (8.18)) opisuje zależność:

$$f_{isw} = f_1\left[(m_s N_1 \pm m_w N_2 + m_e)\frac{1-s}{p} \pm k_a \pm 2m_n\right]. \tag{9.4}$$

Uszkodzenie silnika powoduje powstanie nowych składowych częstotliwościowych (uszkodzenie klatki wirnika) lub modyfikację już istniejących w wyniku zaistnienia asymetrii prądów (wzrost rezystancji uzwojenia związany z uszkodzeniem połączeń) oraz asymetrii prądów i lokalnej asymetrii pola (zwarcie zwojowe).

Charakterystyczne pulsacje podstawowych składowych częstotliwościowych pola w szczelinie silnika indukcyjnego przedstawione zostały w tabeli 9.1.

Tabela 9.1

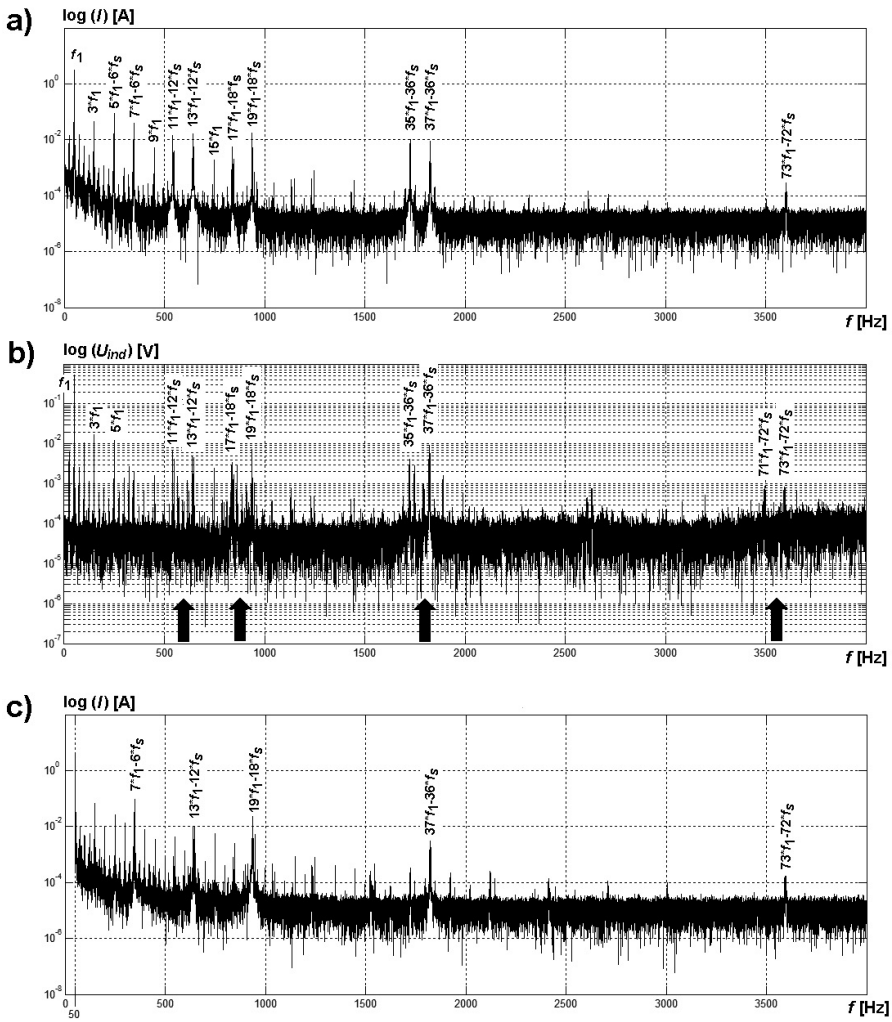
		Pulsacja
1	Żłobki stojana	$\omega_1(m_s N_1/p(1\text{-}s)\pm 1)$
2	Żłobki wirnika	$\omega_1(m_r N_2/p(1\text{-}s)\pm 1)$
3	Żłobki stojana i wirnika	$\omega_1(m_{rs}(N_1\pm N_2)/p(1\text{-}s)\pm 1)$
4	Ekscentryczność wirnika	$\omega_1(m_e/p(1\text{-}s)\pm 1)$
5	Nasycenie	$\omega_1(2m_n\pm 1)$

W wypadku gdy cewka pomiarowa ustawiona w płaszczyźnie równoległej do osi silnika skojarzona jest głównie ze składową radialną strumienia rozproszenia,

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

może także obejmować część strumienia osiowego (rys. 9.2). W sygnale pomiarowym pojawią się także składowe częstotliwościowe związane z prądami uzwojenia wirnika.

Przykład. Na rysunku 9.3 przedstawione zostało widmo napięcia indukowanego w cewce pomiarowej o 200 zwojach, rozpiętej na 1/15 obwodu powierzchni zewnętrznej korpusu maszyny, przez składową radialną strumienia rozproszenia wokół korpusu silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4 oraz widmo prą-



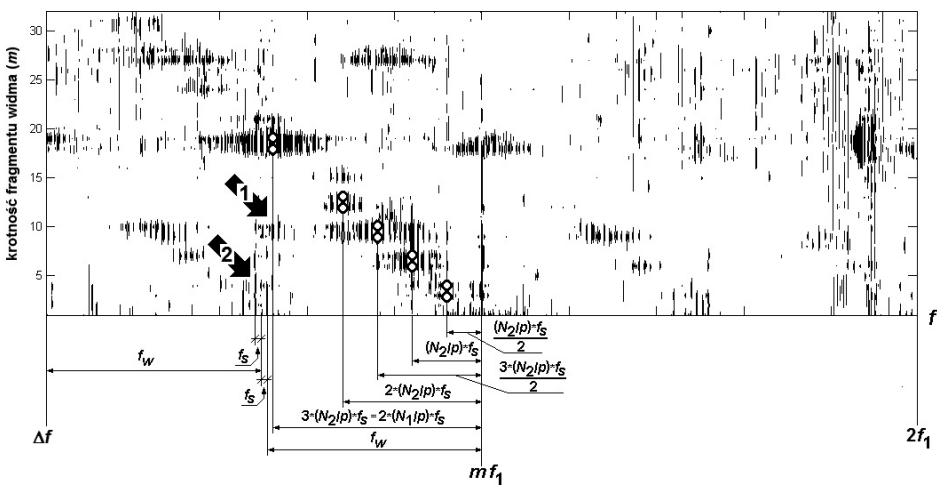
Rys. 9.3. *Porównanie widma napięcia indukowanego polem radialnym (b) z widmem prądu fazowego (a) i widmem zmienności fazora prądów (c) silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4. Na rysunku zaznaczono jedynie dominujące składowe częstotliwościowe – wyższe nieparzyste harmoniczne podstawowej harmonicznej prądu lub występujące obok składowe częstotliwościowe prądu związane z strukturą zębowo-żłobkową wirnika i stojana*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

du wybranej fazy i widmo zmienności fazora przestrzennego prądów. Porównanie widma napięcia indukowanego z widmem prądu fazowego i widmem zmienności fazora prądów ujawnia różnice składowych częstotliwościowych widma dla różnych sygnałów. W widmie napięcia indukowanego polem radialnym odnaleźć można główne składowe częstotliwościowe prądu zasilania, oraz składowe częstotliwościowe związane ze strukturą zębowo-żłobkową szczeliny powietrznej. W zakresie częstotliwości żłobkowych oznaczonych na rysunku 9.3b strzałkami występują składowe częstotliwościowe słabo zaznaczone w widmie prądów.

Mapa F-F widma napięcia indukowanego polem radialnym (rys. 9.4) umożliwia identyfikację nowych istotnych składowych częstotliwościowych. Mapa F-F widma ujawnia silniej zaznaczone pasma boczne odległe o częstotliwość obrotową f_w i jej wielokrotność od składowych częstotliwościowych rozłożonych wzdłuż linii poślizgu niż w wypadku sygnału prądowego.

Wokół linii poślizgu pojawiają się także pasma boczne odległe o charakterystyczną częstotliwość $(N_2/p)f_s$ związaną z ilością zębów wirnika. W widmie pojawiły się także składowe częstotliwościowe będące pasmami bocznymi odległymi o częstotliwość poślizgu f_s wokół częstotliwości obrotowej f_w i jej wyższych harmonicznych odległych o podwójną częstotliwość zasilania f_1. Ich pojawienie się w wypadku silnika klatkowego świadczy o asymetrii klatki wirnika, w wypadku silnika pierścieniowego może być wywołane złym stanem technicznym zestyku ślizgowego lub asymetrii uzwojenia stojana.



Rys. 9.4. *Mapa F-F widma napięcia indukowanego polem radialnym w zakresie niskich częstotliwości (do 3 kHz) silnika indukcyjnego pierścieniowego SN 443-4, synchroniczna z $2f_1$. Strzałkami („1" i „2") zaznaczono składowe częstotliwościowe występujące jedynie w widmie napięcia indukowanego polem radialnym*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

9.1.1. Wpływ ekscentryczności wirnika na składową radialną strumienia rozproszenia

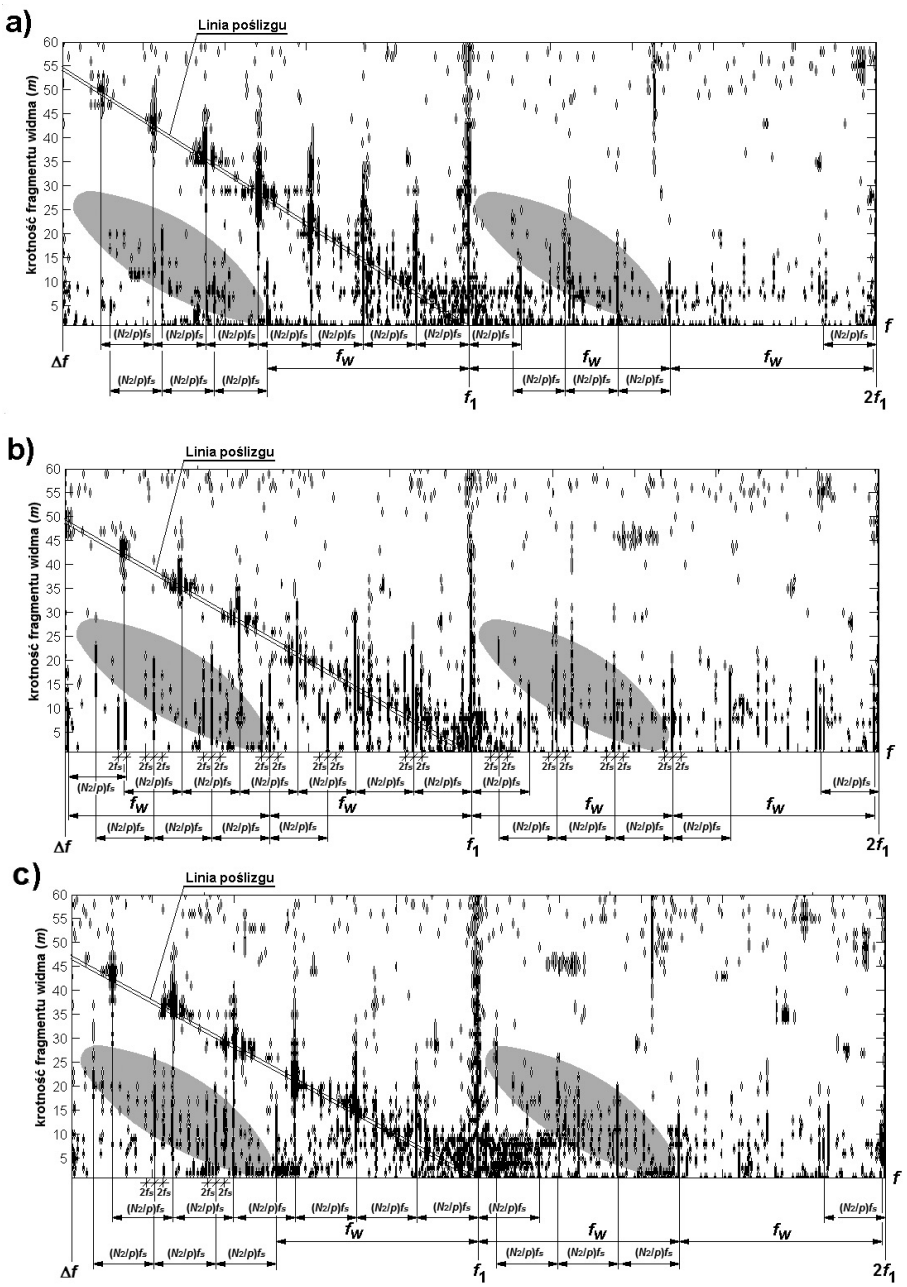
Ekscentryczność wirnika zmienia przewodność szczeliny powietrznej, wywołuje asymetrię prądów klatki wirnika i w konsekwencji modyfikuje składową radialną indukcji w szczelinie wirnika, co objawia się wystąpieniem pasm bocznych odległych o wielokrotność częstotliwości obrotowej f_w od składowych częstotliwościowych $f_1(gNkN_2f_w \pm 1)$, związanych ze strukturą zębowo-żłobkową silnika oraz dodatkowych pasm bocznych odległych o podwojoną częstotliwość poślizgu $2f_s$.

Przykład. Na rysunku 9.5 przedstawione zostały mapy F-F widma amplitudowe napięcia indukowanego w cewce pomiarowej przez składową radialną strumienia rozproszenia wokół korpusu silnika indukcyjnego M3ARF 112 M-4 (N_1=36, N_2=28) o mocy znamionowej 4 kW i znamionowej prędkości obrotowej 1435 obr./min, charakteryzującego się minimalną ekscentrycznością wynikającą z tolerancji technologicznych, jednostronną ekscentrycznością dynamiczną i jednostronną ekscentrycznością statyczną. Pomiar został zrealizowany w stanie niewielkiego obciążenia silnika za pomocą cewki pomiarowej o 200 zwojach rozpiętej na 1/8 obwodu powierzchni zewnętrznej korpusu maszyny. Zarówno ekscentryczność dynamiczna, jak i statyczna wynosiła 50% szerokości szczeliny powietrznej.

Obszar występowania pasm bocznych związanych z ekscentrycznością wirnika został na rysunku 9.5 wyróżniony kolorem szarym. Zmiany w obrazie pasm bocznych w przypadku składowej radialnej strumienia rozproszenia wykazują podobny charakter jak zmiany analogicznych składowych częstotliwościowych prądu fazowego prezentowanych na rysunku 8.12., to jednak w przypadku ekscentryczności statycznej są znacznie bardziej intensywne.

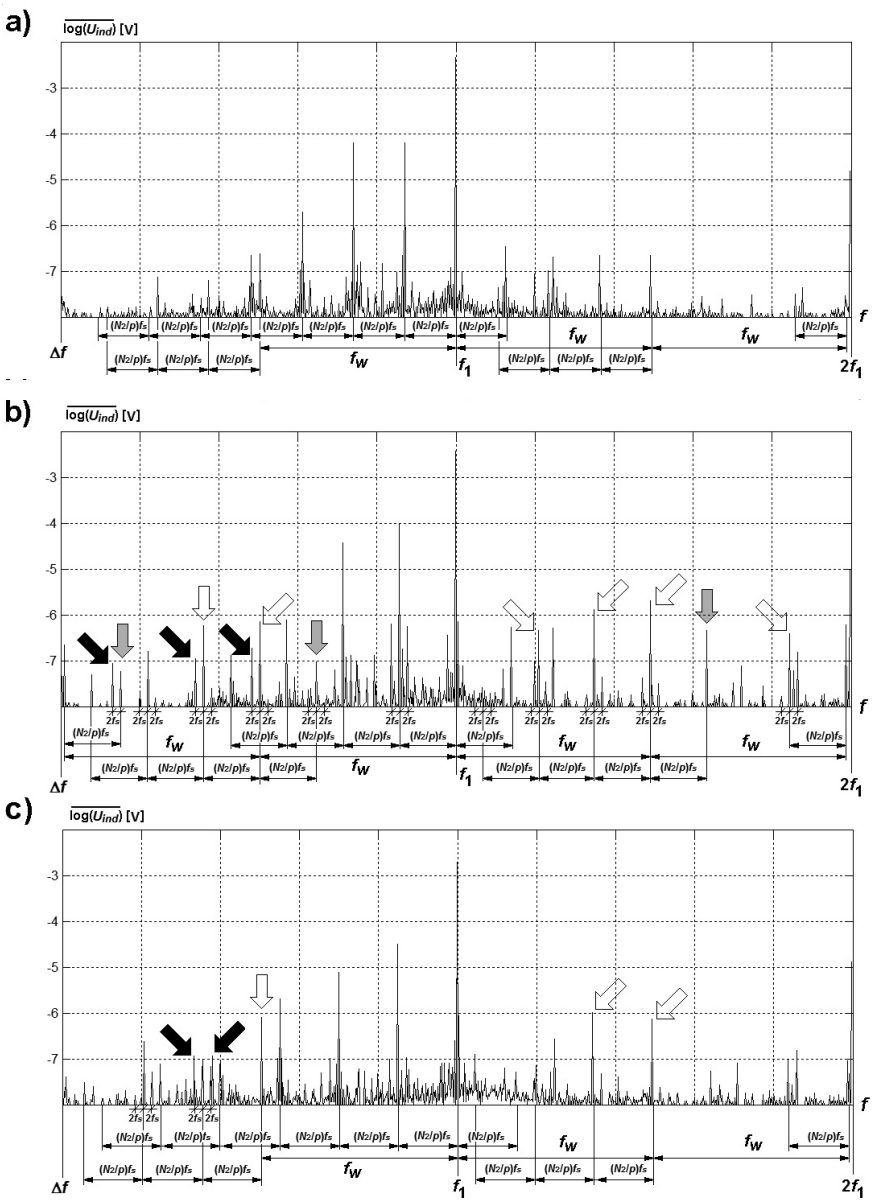
Świadczą o tym prezentowane na rysunku 9.6 średnie wartości logarytmów amplitud składowych częstotliwościowych wyznaczone na podstawie map F-F widma. Podstawowa różnica pomiędzy ekscentrycznością dynamiczną a statyczną manifestuje się brakiem prawostronnych pasm bocznych odległych o częstotliwość charakterystyczną związaną ze strukturą zębową wirnika wokół pasm bocznych odległych o częstotliwość obrotową f_w (na rysunku 9.6b oznaczonych strzałkami w kolorze szarym) w przypadku ekscentryczności statycznej.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 9.5. *Mapa F-F widma napięcia indukowanego składową radialną pola rozproszenia na zewnątrz silnika indukcyjnego M3ARF112 M-4, synchroniczna z $2f_1$: a) silnik z minimalną ekscentrycznością wynikającą z tolerancji technologicznych, b) silnik z 50% jednostronną ekscentrycznością dynamiczną, c) silnik z 50% jednostronną ekscentrycznością statyczną. Pomiarów dokonano w stanie niewielkiego obciążenia*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 9.6. *Uśrednione wartości logarytmów amplitud składowych częstotliwościowych napięcia indukowanego radialnym polem rozproszenia na zewnątrz silnika indukcyjnego pierścieniowego M3ARF112 M-4 wyznaczone na podstawie mapy F-F widma: a) silnik nieuszkodzony, b) silnik z 50% jednostronną ekscentrycznością dynamiczną, c) silnik z 50% jednostronną ekscentrycznością statyczną*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

9.1.2. Wpływ asymetrii prądów wirnika na składową radialną strumienia rozproszenia

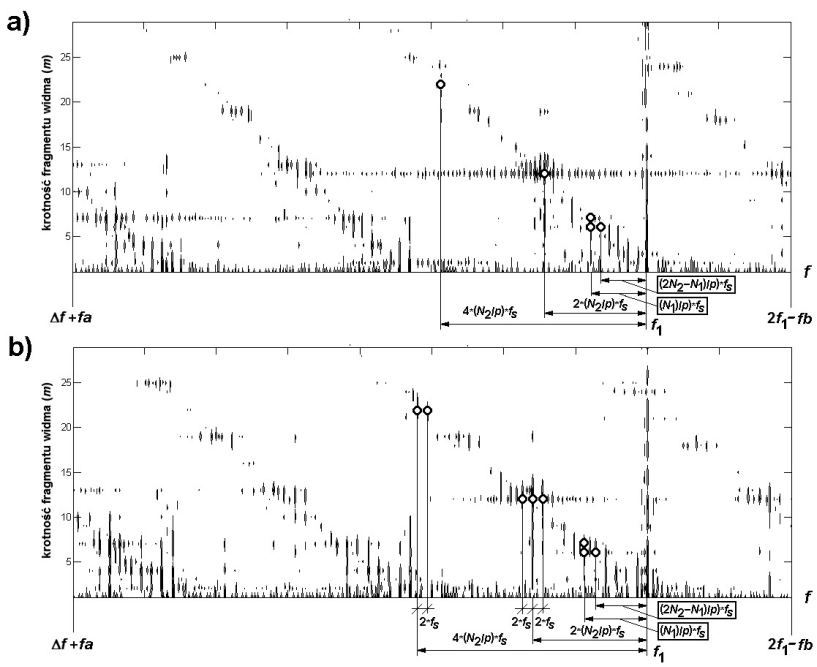
Uszkodzenie prętów klatki wirnika powoduje pojawienie się nowych składowych częstotliwościowych w widmie strumienia radialnego strumienia rozproszenia w postaci pasm bocznych odległych od częstotliwości zasilania f_1 i częstotliwości obrotowej f_w i ich wyższych harmonicznych o podwójną częstotliwość poślizgu $2f_s$ zgodnie z (8.29).

Uszkodzenia uzwojeń stojana i wirnika wprowadzają dodatkową asymetrię, która powoduje powstanie składowej przeciwnej prądów wirnika $f_{fwn} = f_1 s$. Utrata połączenia pręta wirnika z pierścieniem czołowym powoduje wzrost prądów płynących w sąsiednich prętach [4]. Lokalne zaburzenie pola pulsujące z częstotliwością poślizgu jest modulowane częstotliwością wirowania wirnika. Powstaje składowa częstotliwościowa pola rozproszenia czół uzwojeń wirnika lub prętów wirnika i pierścienia czołowego:

$$f_{fw} = kf_1\left[\frac{1-s}{p} \pm s\right], \tag{9.5}$$

gdzie: k – rząd harmonicznej.

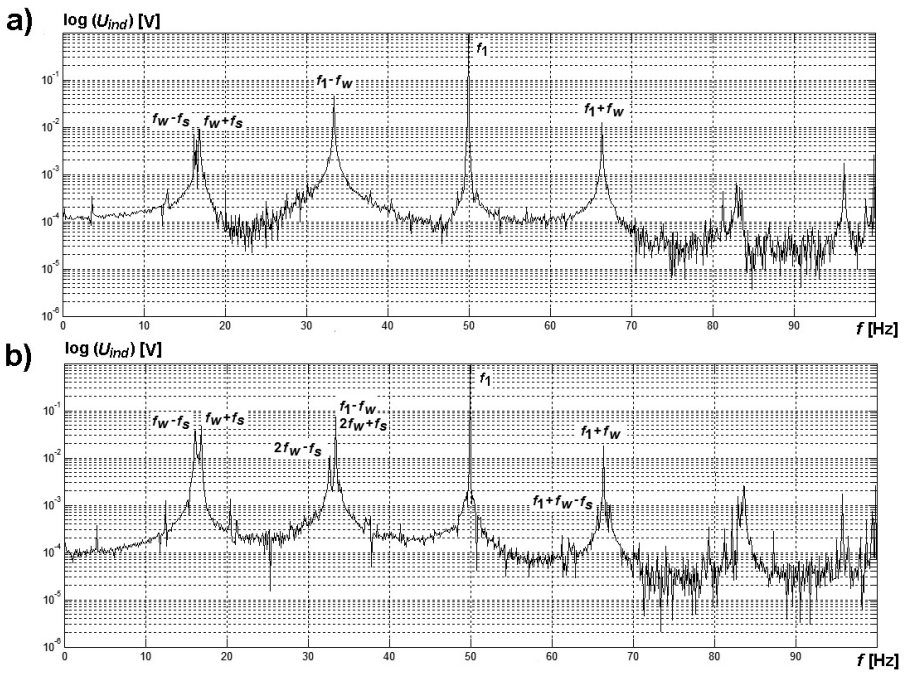
Przykład. Fragmenty mapy F-F widma napięcia indukowanego radialnym polem rozproszenia, synchronicznej z $2f_1$, dla silnika Sg 132M-6B-S z minimalną asymetrią klatki (klatka spawana) i uszkodzonymi trzema prętami klatki zostały przedstawione na rysunku 9.7.



Rys. 9.7. *Fragment mapy F-F widma napięcia indukowanego polem radialnym, synchronicznej z $2f_1$: a) silnik nieuszkodzony, b) silnik z 3 uszkodzonymi prętami wirnika. Zaznaczono dominujące pasma boczne odległe o częstotliwość $2f_s$*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

W obrazie mapy silnika uszkodzonego zachodzą charakterystyczne zmiany spowodowane pojawieniem się wokół dominujących składowych częstotliwościowych pasm bocznych odległych o podwójną częstotliwość poślizgu $2f_s$. Na rysunku 9.8 przedstawiono widmo napięcia indukowanego przez strumień osiowy w cewce pomiarowej w zakresie najniższych częstotliwości. Zaznaczono składowe częstotliwościowe zgodne z (9.5). Największą wrażliwość na uszkodzenie klatki wirnika wykazują składowe częstotliwościowe będące obustronnymi pasmami bocznymi odległymi o częstotliwość poślizgu f_s wokół częstotliwości wirowania wirnika f_w i jej wyższych harmonicznych, powstające w wyniku modulacji lokalnego zburzenia przepływu wirnika jego częstotliwością obrotową. Amplituda niektórych pasm bocznych wzrasta ponadczterokrotnie przy uszkodzonych 3 prętach wirnika.



Rys. 9.8. *Widmo częstotliwościowe napięcia indukowanego w cewce pomiarowej przez strumień radialny w silniku indukcyjnym Sg 132M-6B-S: a) silnik nieuszkodzony, b) silnik z 3 uszkodzonymi prętami wirnika*

9.1.3. Wpływ asymetrii prądów stojana na składową radialną strumienia rozproszenia

W przypadku zwarcia zwojowego, powstałą asymetrię stojana można przedstawić w postaci nierównowagi prądów płynących w zwartym zwoju i odpowia-

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

dającym mu zwoju położonym po przeciwnej stronie stojana. Powstaje asymetria lokalnego pola rozproszenia czół uzwojeń stojana, którą można wykryć, stosując zestaw małych cewek pomiarowych montowanych symetrycznie na tarczy łożyskowej w połowie odległości pomiędzy wałem maszyny a położeniem czół uzwojeń [7]. Prąd zwarcia uszkodzonego zwoju modyfikuje wypadkowy, przestrzenny przepływ stojana i wirnika (modyfikacja harmonicznych przestrzennych). Cewka pomiarowa rejestruje zmianę harmonicznych czasowych (związanych ze zmodyfikowanymi harmonicznymi przestrzennymi) strumienia rozproszenia na zewnątrz maszyny. Analiza zależności pomiędzy harmonicznymi przestrzennymi i czasowymi [5] pozwoliła wydzielić składowe częstotliwościowe charakteryzujące się największą wrażliwością na zwarcie zwojowe:

$$f_{sa} = kf_1 \pm n\left(\frac{1-s}{p}\right)f_1. \tag{9.6}$$

gdzie: n – liczna naturalna niebędąca wielokrotnością liczby par biegunów p,

a więc składowe częstotliwościowe analogiczne do składowych częstotliwościowych prądu związanych z ekscentrycznością wirnika (zgodnie z (8.17)).

Degradacja stanu technicznego połączeń zezwojów wewnątrz maszyny prowadząca do wzrostu rezystancji uzwojenia fazowego także prowadzi do asymetrii prądów stojana. Już trzykrotny wzrost rezystancji uzwojenia fazowego powoduje 12% wzrost prądu fazowego w uszkodzonej fazie i 7% spadek w pozostałych fazach (silnik indukcyjny SN 443-4). Zaistniała asymetria prądów stojana ujawnia się w zmianie amplitud składowych częstotliwościowych widma radialnego strumienia rozproszenia:

$$f_{sa} = kf_1 \pm l(1-s)f_1, \tag{9.7}$$

gdzie: k, l – nieparzysta liczba całkowita,

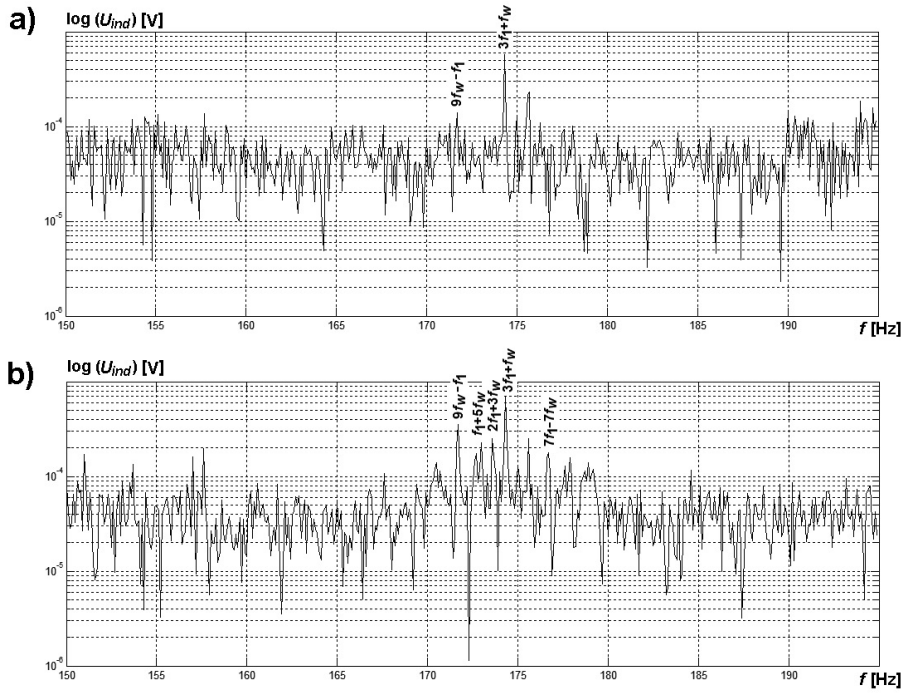
oraz:

$$f_{sa} = kf_1 \pm lf_1 s. \tag{9.8}$$

W obu powyższych przypadkach częstotliwość podstawowa i jej wyższe harmoniczne zmodulowana jest częstotliwością poślizgu.

Przykład. Na rys. 9.9 przedstawiony został fragment widma amplitudowego radialnego strumienia rozproszenia silnika indukcyjnego SN 443-4 nieuszkodzonego i ze zwartym zwojem w zakresie niskich częstotliwości.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 9.9. *Widmo częstotliwościowe napięcia indukowanego w cewce pomiarowej przez strumień radialny w silniku indukcyjnym Sg 132M-6B-S: a) silnik nieuszkodzony, b) silnik ze zwartym zwojem*

W zakresie tym składowe częstotliwościowe zgodnie z (9.6) wykazują największą wrażliwość na zwarcie zwojowe. W tym przypadku są to pasma boczne odległe o nieparzystą wielokrotność częstotliwości obrotowej od częstotliwości zasilania i jej wyższych nieparzystych harmonicznych. Pasma te w zakresie niskich częstotliwości modyfikują obszar zaznaczony na mapie F-F widma (rys. 9.4) strzałką „2".

9.2. Składowa osiowa strumienia rozproszenia

W idealnie symetrycznej maszynie elektrycznej chwilowa wartość przepływu czół uzwojeń stojana i wirnika jest równa zero, osiowy strumień rozproszenia w wale maszyny nie powinien występować. Rzeczywista maszyna zawsze charakteryzuje się pewną asymetrią związaną z wykonaniem uzwojeń stojana, nierównomiernością szczeliny powietrznej (ekscentrycznością), wykonaniem uzwojeń wirnika oraz nierównością napięć zasilania.

Z uwagi na to, że osiowy strumień rozproszenia wywołany jest przepływem stojana i wirnika, zawierać będzie te same harmoniczne, które występują w prą-

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

dzie uzwojeń stojana i wirnika. Indukcję w szczelinie wytworzoną przez symetrycznie zasilany stojan silnika indukcyjnego, przy pominięciu wpływu struktury zębowo-żłobkowej szczeliny powietrznej, opisuje szereg harmoniczny:

$$b_{s\delta}(\alpha,t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}B_k\cos(p\alpha_s-\omega_1 t-\varphi_k), \tag{9.9}$$

odniesiony do stojana i szereg harmoniczny:

$$b_{r\delta}(\alpha,t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}B_k\cos\left(p\left(\frac{1}{p}\omega_1(1-s)+\gamma_0\right)-\omega_1 t-\varphi_k\right), \tag{9.10}$$

odniesiony do wirnika. W uzwojeniach wirnika zaindukowane zostaną napięcia i zgodne z nimi prądy wywołujące strumień rozproszenia wirnika o częstotliwości:

$$f_{fw}=f_1 s. \tag{9.11}$$

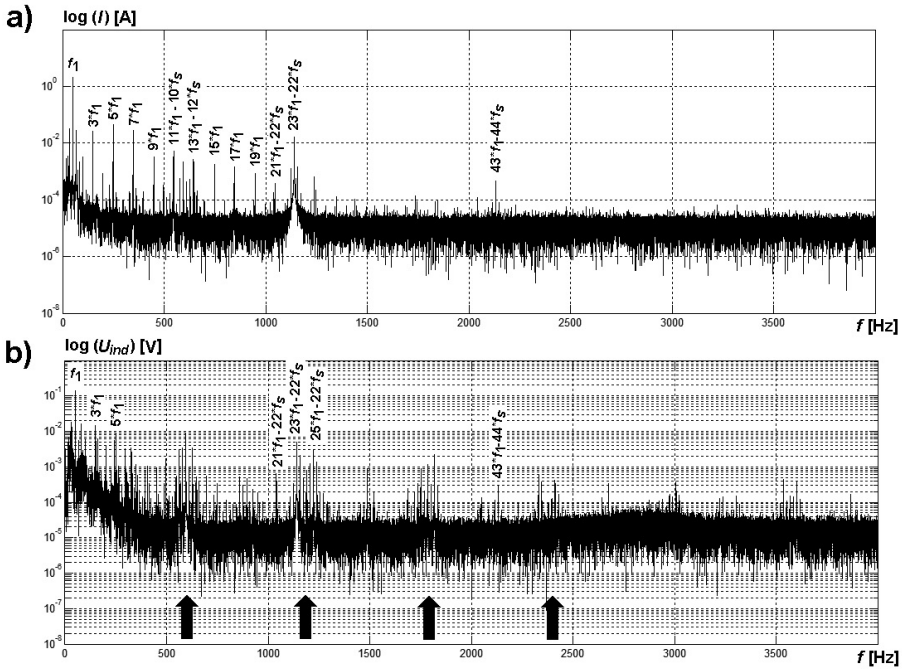
Z kolei, uwzględniając w zależności (9.4) jedynie harmoniczną podstawową przepływu stojana, zaniedbując wpływ nasycenia obwodu magnetycznego oraz wpływ harmonicznych zębowych stojana (m_s=0) i przyjmując m_w=0 lub1 oraz m_e=1 lub 2 otrzymujemy następujące dominujące składowe częstotliwościowe osiowego strumienia rozproszenia czół stojana:

$$\begin{aligned}&f_1,\\&f_1(1-s)/p\pm f_1,\\&2f_1(1-s)/p\pm f_1,\\&(N_2/p)(1-s)f_1\pm f_1.\end{aligned} \tag{9.12}$$

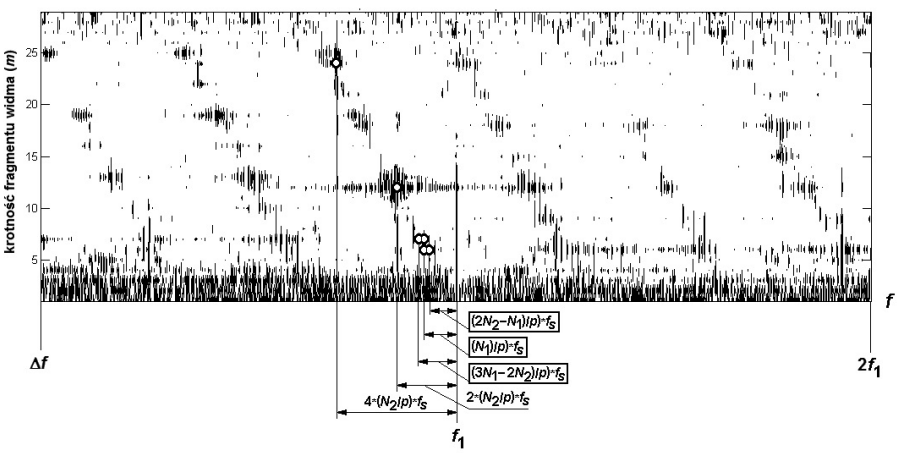
Amplituda składowych częstotliwościowych wypadkowego osiowego strumienia rozproszenia będzie zależeć od stopnia asymetrii pierwotnej silnika.

Przykład. Na rysunku 9.10 przedstawione zostało widmo napięcia indukowanego w cewce pomiarowej, zawierającej 200 zwojów, nawiniętej wokół wału przez składową osiową strumienia rozproszenia silnika indukcyjnego Sg 132M-6B-S oraz widmo prądu wybranej fazy. W zakresie częstotliwości żłobkowych oznaczonych na rysunku strzałkami występują składowe częstotliwościowe nie ujawnione w widmie prądów.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



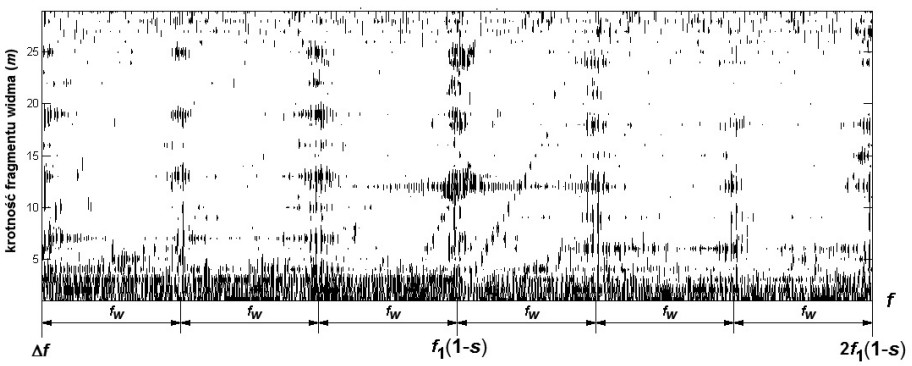
Rys. 9.10. *Porównanie widma napięcia indukowanego osiowym polem rozproszenia (b) z widmem prądu fazowego (a) silnika indukcyjnego Sg 132M-6B-S. Na rysunku zaznaczono jedynie dominujące składowe częstostliwościowe – wyższe nieparzyste harmoniczne podstawowej harmonicznej prądu lub występujące obok składowe częstotliwościowe prądu związane z strukturą zębowo-żłobkową wirnika i stojana*



Rys. 9.11. *Mapa F-F widma napięcia indukowanego osiowym polem rozproszenia w zakresie niskich częstotliwości (do 3 kHz) w silniku indukcyjnym Sg 132M-6B-S, synchroniczna z $2f_1$*

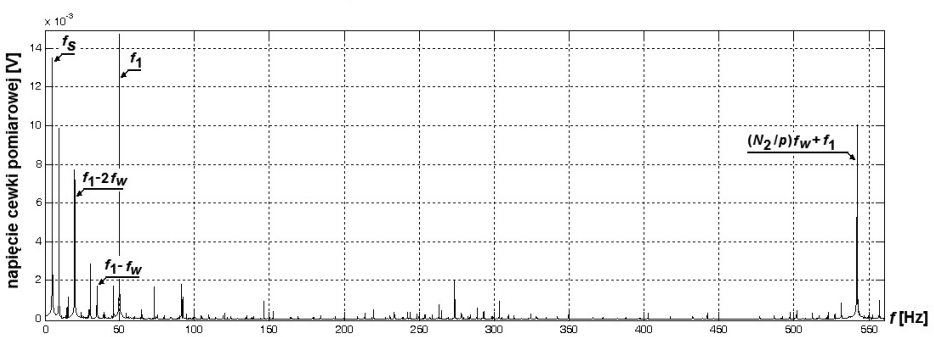
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Mapa F-F widma napięcia indukowanego osiowym polem rozproszenia, synchroniczna z $2f_1$, pozwala zidentyfikować nowe istotne składowe częstotliwościowe (rys. 9.11). Porównanie z mapą F-F widma prądu fazowego (rys. 8.6a) ujawnia intensywniejsze pasma boczne odległe o częstotliwość obrotową f_w i jej wielokrotność od składowych częstotliwościowych rozłożonych wzdłuż linii poślizgu. Intensywność pasm bocznych sprawia, że mapa F-F widma synchronizowana z wielokrotnością częstotliwości obrotowej f_w wykazuje także znaczny stopień uporządkowania zgodnie z przyjętą w rozdziale 4.4 miarą uporządkowania (rys. 9.12).



Rys. 9.12. *Mapa F-F widma napięcia indukowanego osiowym polem rozproszenia w zakresie niskich częstotliwości (do 3 kHz) w silniku indukcyjnym Sg 132M-6B-S, synchroniczna z* $2pf_w$

Na rysunku 9.13 przedstawiono widmo napięcia indukowanego przez strumień osiowy w cewce pomiarowej w zakresie najniższych częstotliwości. Przyjęcie liniowej skali pozwala ocenić wzajemne relacje poszczególnych składowych częstotliwościowych. Zaznaczono harmoniczne składowe zgodne z (9.11) i (9.12).



Rys. 9.13. *Widmo częstotliwościowe napięcia indukowanego w cewce pomiarowej przez strumień osiowy w silniku indukcyjnym Sg 132M-6B-S. Silnik obciążony momentem znamionowym*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

9.2.1. Wpływ ekscentryczności wirnika na składową osiową strumienia rozproszenia

Ekscentryczność wirnika wywołuje asymetrię prądów klatki wirnika i w konsekwencji modyfikuje składową osiową pola rozproszenia na zewnątrz maszyny. Oprócz pasm bocznych odległych o wielokrotność częstotliwości obrotowej od składowych częstotliwościowych $f_1(g_N k N_2 f_w \pm 1)$ związanych ze strukturą zębowo-żłobkową silnika i ewentualnie dodatkowych pasm bocznych odległych o podwojoną częstotliwość poślizgu $2f_s$, w widmie napięcia indukowanego składową osiową strumienia rozproszenia, modyfikacji podlega amplituda składowej częstotliwościowej o częstotliwości poślizgu f_s. Wzrost jej amplitudy spowodowany jest pojawieniem się składowej przeciwnej asymetrycznego prądu wirnika.

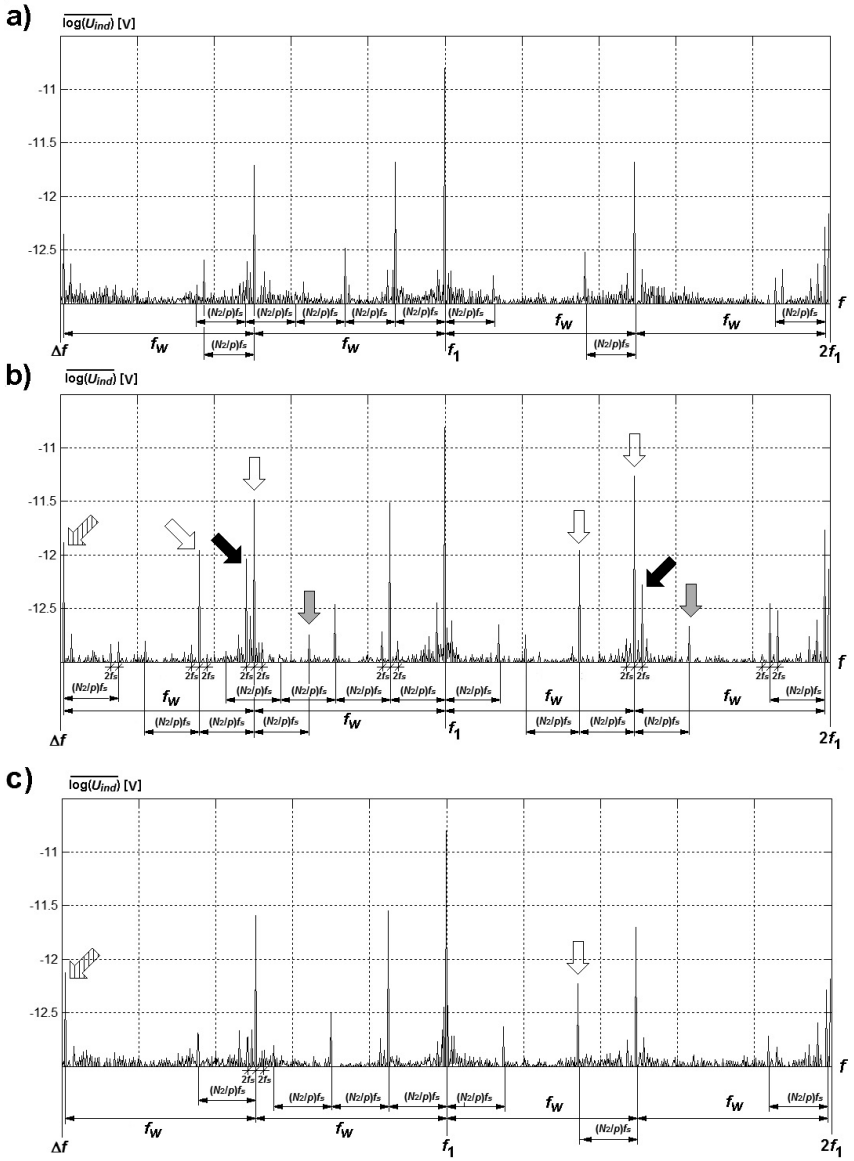
Przykład. Na rysunku 9.14 przedstawione zostały uśrednione wartości logarytmów amplitud składowych częstotliwościowych wyznaczone na podstawie map F-F (rys. 9.15) widma amplitudowego napięcia indukowanego w cewce pomiarowej przez składową osiową strumienia rozproszenia wokół końca wału silnika indukcyjnego M3ARF112 M-4 charakteryzującego się odpowiednio minimalną ekscentrycznością wynikającą z tolerancji technologicznych, jednostronną ekscentrycznością dynamiczną i jednostronną ekscentrycznością statyczną.

Pomiar został zrealizowany za pomocą cewki pomiarowej o 200 zwojach nawiniętej wokół końca wału silnika w stanie niewielkiego obciążenia. Zarówno ekscentryczność dynamiczna, jak i statyczna wynosiła 50% szerokości szczeliny powietrznej.

Wystąpienie ekscentryczności wirnika, podobnie jak w przypadku radialnego strumienia, modyfikuje osiowy strumień rozproszenia – następuje wzrost amplitud lewostronnych pasm bocznych odległych o częstotliwość charakterystyczną związaną ze strukturą zębową wirnika $N_2 f_1 s/p$ wokół pasm bocznych odległych o częstotliwość obrotową f_w od linii poślizgu (wyróżnionych na rysunku 9.14b, c białymi strzałkami). Ekscentryczność dynamiczna wprowadza modyfikacje amplitud prawostronnych pasm bocznych odległych o częstotliwość charakterystyczną związaną ze strukturą zębową wirnika $N_2 f_1 s/p$ (wyróżnionych na rysunku 9.14b szarymi strzałkami) oraz amplitud pasm bocznych odległych o podwojoną częstotliwość poślizgu $2sf_1$ (wyróżnionych na rysunku 9.14b czarnymi strzałkami). Zakres zmian amplitud składowych częstotliwościowych widma związanych z ekscentrycznością statyczną wirnika jest znacznie mniejszy. Przy obu rodzajach ekscentryczności występuje natomiast wzrost amplitudy składowej częstotliwościowej f_s (wyróżnionej na rysunkach 9.14b, c strzałkami kreskowanymi).

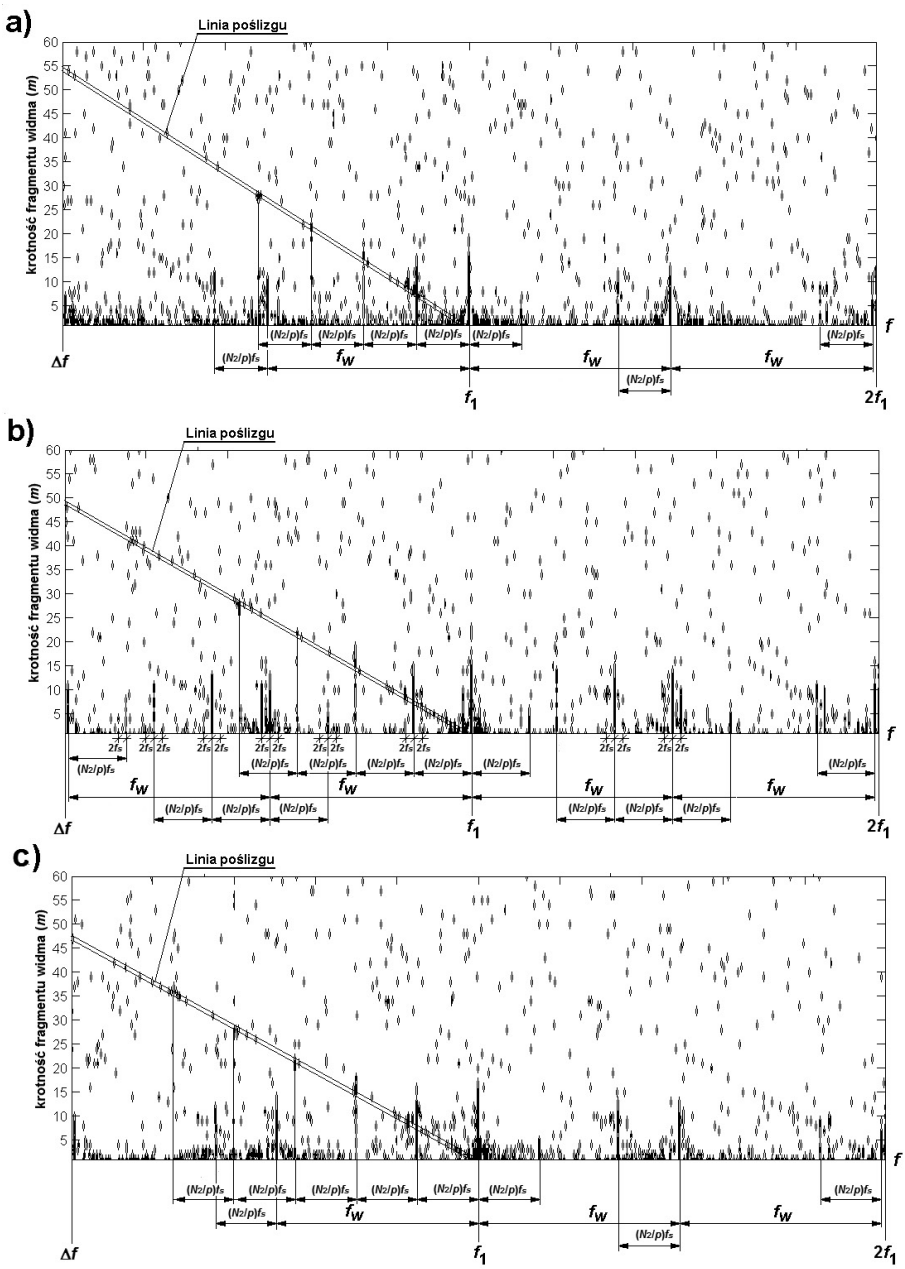
Na rysunku 9.16 przedstawione zostało widmo napięcia indukowanego w cewce pomiarowej przez osiowy strumień rozproszenia w zakresie najniższych częstotliwości. Największą wrażliwość na uszkodzenie klatki wirnika wykazują składowe częstotliwościowe $f_1 \pm f_w$ i f_s w przypadku ekscentryczności dynamicznej oraz $f_1 \pm f_w$, $f_w - f_s$ i f_s w przypadku ekscentryczności statycznej.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



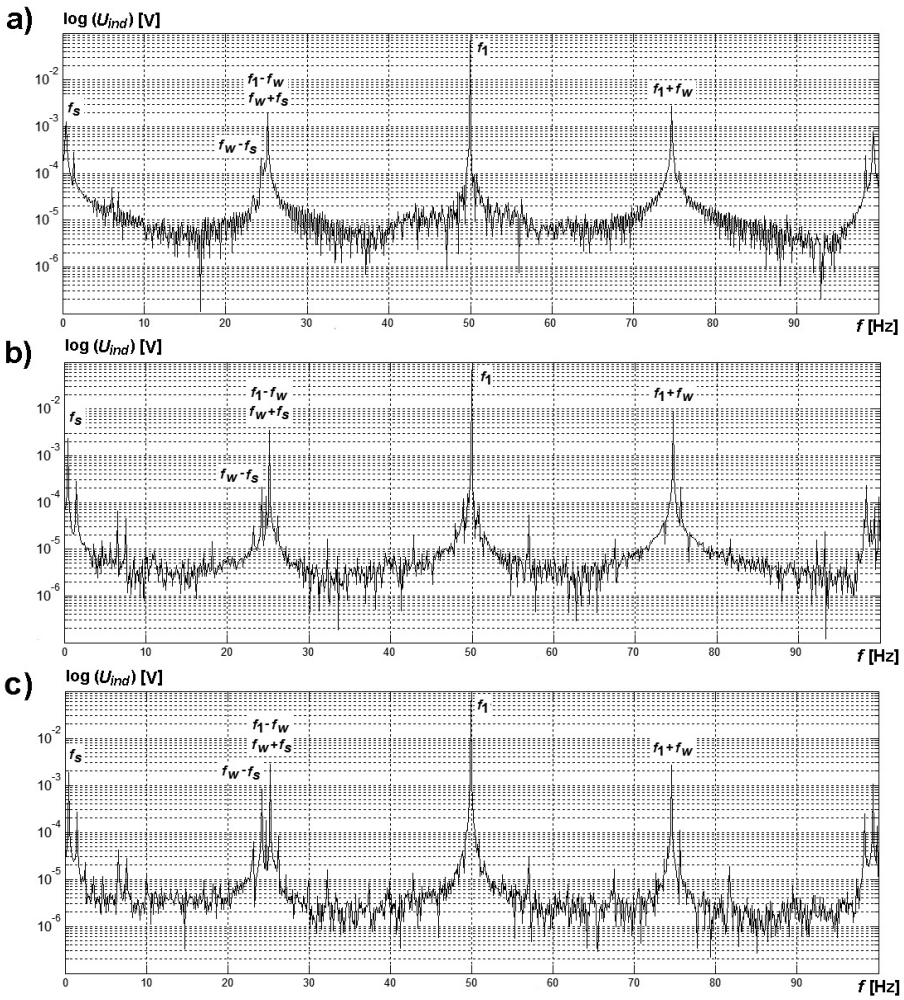
Rys. 9.14. *Uśrednione wartości logarytmów amplitud składowych częstotliwościowych napięcia indukowanego osiowym polem rozproszenia na zewnątrz silnika indukcyjnego M3ARF112 M-4 wyznaczone na podstawie mapy F-F widma: a) silnik nieuszkodzony, b) silnik z 50% jednostronną ekscentrycznością dynamiczną, c) silnik z 50% jednostronną ekscentrycznością statyczną*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 9.15. *Mapa F-F widma napięcia indukowanego składową radialną pola rozproszenia na zewnątrz silnika indukcyjnego M3ARF112 M-4 (p=2), synchroniczna z $2f_1$: a) silnik z minimalną ekscentrycznością wynikającą z tolerancji technologicznych, b) silnik z 50% jednostronną ekscentrycznością dynamiczną, c) silnik z 50% jednostronną ekscentrycznością statyczną. Pomiarów dokonano w stanie niewielkiego obciążenia*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 9.16. *Widmo częstotliwościowe napięcia indukowanego w cewce pomiarowej przez strumień osiowy w silniku indukcyjnym M3ARF112 M-4: a) silnik nieuszkodzony, b) silnik z 50% jednostronną ekscentrycznością dynamiczną, c) silnik z 50% jednostronną ekscentrycznością statyczną*

Różnice pomiędzy rysunkami 9.14 i 9.16 odzwierciedlają wpływ składowych częstotliwościowych w zakresie wyższych częstotliwości, na miarę diagnostyczną jaką są średnie wartości amplitud składowych częstotliwościowych wyznaczone na podstawie mapy F-F widma sygnału. Widmo amplitudowe prezentowane na rysunku 9.16 można traktować jak średnią wartość amplitud składowych częstotliwościowych wyznaczoną na podstawie mapy F-F widma zredukowanej do pierwszego fragmentu (m=1).

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

9.2.2. Wpływ asymetrii prądów wirnika na składową osiową strumienia rozproszenia

Lokalne zaburzenie pola wywołane uszkodzeniem prętów klatki wirnika wywołuje składowe częstotliwościowe pola rozproszenia zgodnie z (9.5) silnie obecne w osiowym polu rozproszenia. Badania eksperymentalne wykazują, że składowe te w zakresie najniższych częstotliwości wykazują największą wrażliwość na rozwój tego typu uszkodzenia wirnika.

W widmie strumienia osiowego strumienia rozproszenia pojawią się także pasma boczne odległe od częstotliwości zasilania f_1 i częstotliwości obrotowej f_w i ich wyższych harmonicznych o podwójną częstotliwość poślizgu $2f_s$ zgodnie z (8.30), wywołane polem rozproszenia czół uzwojenia stojana i wirnika.

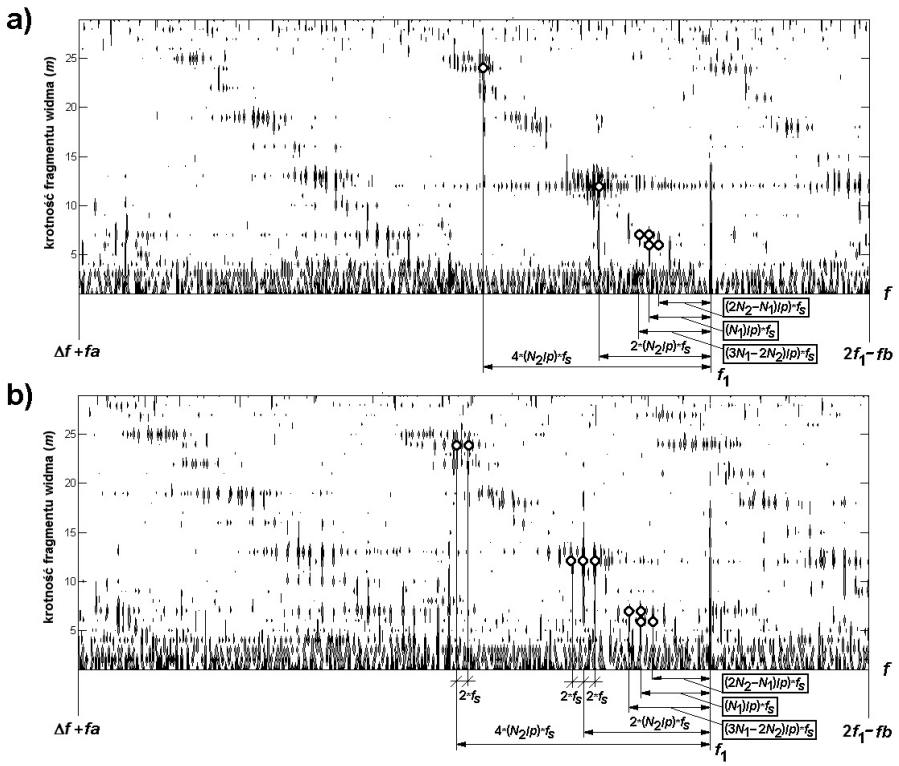
Przykład. Mapa F-F widma napięcia indukowanego osiowym polem rozproszenia wokół silnika Sg 132M-6B-S z minimalną asymetrią klatki (klatka spawana) i uszkodzonymi trzema prętami klatki, synchroniczna z $2f_1$, została przedstawiona na rysunku 9.17.

W obrazie mapy silnika uszkodzonego zachodzą charakterystyczne zmiany spowodowane pojawieniem się wokół dominujących składowych częstotliwościowych pasm bocznych odległych o podwójną częstotliwość poślizgu $2f_s$.

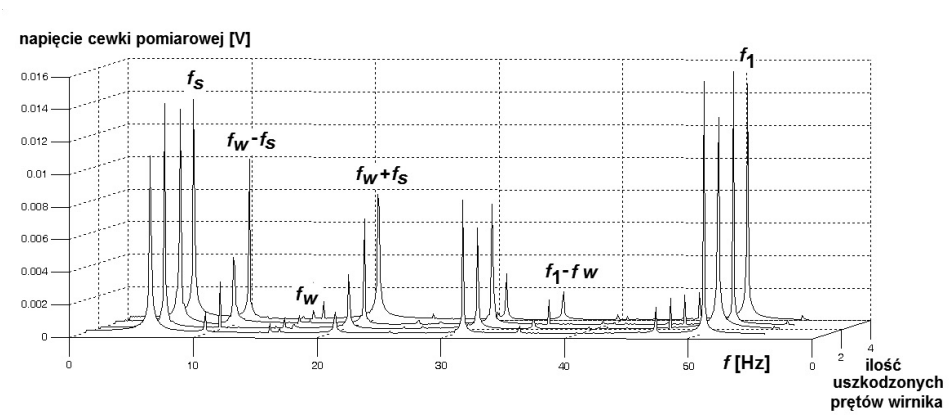
Analiza widma napięcia indukowanego osiowym polem rozproszenia w zakresie niskich częstotliwości (poniżej 50 Hz) w funkcji rozwoju uszkodzenia (wzrostu ilości uszkodzonych, kolejnych prętów wirnika – maksymalnie 3 uszkodzone pręty) została przedstawiona na rysunku 9.18. Wynika z niej, że największą wrażliwość na miejscowy rozwój uszkodzenia wykazują składowe częstotliwościowe $f_w–f_s$ i f_w+f_s zgodnie z (9.5). Ich amplituda rośnie monotonicznie wraz z rozwojem uszkodzenia. W przypadku zaistnienia uszkodzenia 3 kolejnych prętów wirnika w jednym miejscu na obwodzie wirnika i rozwoju uszkodzenia w oddzielnym, niesymetrycznie położonym miejscu jedynie amplituda składowej częstotliwościowej f_w+f_s monotonicznie wzrasta wraz z rozwojem uszkodzenia (rys. 9.19).

Natomiast gdy uszkodzenie prętów jest symetrycznie rozłożone na obwodzie wirnika (na przykład uszkodzenie 3 prętów rozmieszczonych co 120°) asymetria prądów wirnika maleje. Amplituda składowych częstotliwościowych $f_w–f_s$ i f_w+f_s jest mniejsza niż w przypadku uszkodzenia 1 pręta wirnika. Oznaką takiego uszkodzenia wirnika (bardzo mało prawdopodobnego) jest zwiększony poślizg silnika przy obciążeniu znamionowym.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

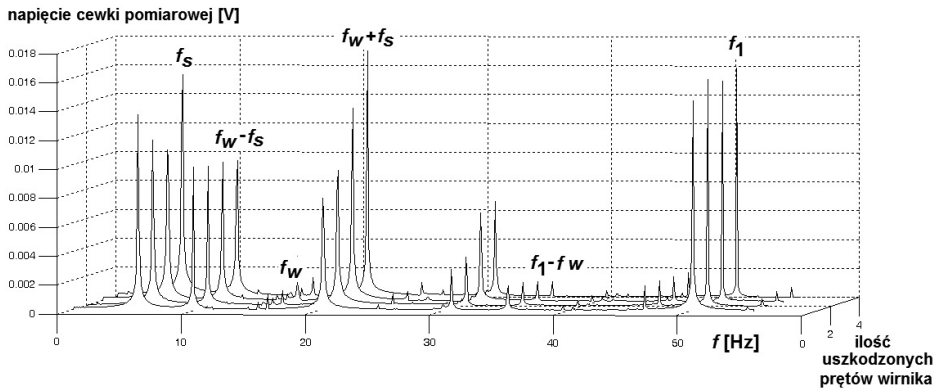


Rys. 9.17. *Fragment mapy F-F widma napięcia indukowanego polem osiowym, synchronicznej z $2f_1$: a) silnik nieuszkodzony, b) silnik z 3 uszkodzonymi prętami wirnika. Zaznaczone zostały pasma boczne $2f_s$ jedynie w odniesieniu do jednej dominującej składowej częstotliwościowej związanej ze strukturą zębowo-żłobkową szczeliny powietrznej*



Rys. 9.18. *Silnik indukcyjny Sg 132M-6B-S obciążony momentem znamionowym. Zmiana amplitud poszczególnych niskoczęstotliwościowych składowych widma napięcia indukowanego osiowym polem rozproszenia w funkcji rozwoju lokalnego uszkodzenia*

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831



Rys. 9.19. *Silnik indukcyjny Sg 132M-6B-S obciążony momentem znamionowym. Zmiana amplitud poszczególnych niskoczęstotliwościowych składowych widma napięcia indukowanego osiowym polem rozproszenia przy istniejącym uszkodzeniu grupy prętów wirnika w funkcji rozwoju oddzielnego lokalnego uszkodzenia*

Literatura

[1] Beirsdorfer P., Clothiaux E., J., „High frequency magnetic measurements using small inductive probes", Amerocan Journal of Physics 51, pp. 1031-1036, 1983

[2] Belkhayat D., Romary R., El Adnani M., Corton R., Brudny J., F., „Faults Detection of Induction Machines by Radial Field Measurement", Journal of Electrical Engineering, Vol. 54, No. 11-12, pp. 287-292, 2003.

[3] Ceban A., Pusca R., Romary R. Lecointe J., P., „Diagnosis of inter-turn circuit fault in Induction Machine", Annals of the University of Craiova, Electrical Engineering series, No. 35, pp. 103-110, 2011, ISSN 1842-4805.

[4] Elkasagby N., M., Eastham A., R., Dawson G., E., „Analysis of air-gap flux in the cage rotor on an induction machina", IEEE Transactions on Industry Applications, 28(1), pp. 165-171, 1992.

[5] Melero M., G., Cabanas M., F., Rojas C., Orcajo G., A., Cano J., M., Solares J., „Study of an induction motor under stator winding inter-turn short-circuit condition ", 4th IEEE International Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives SDEMPED'03, Atlanta-GA, pp. 52-57.

[6] Misakian M., Silva J., M., Baishiki R., S., „Measurement of power frequency magnetic field away from the power lines", IEE Transactions on Power Delivery, No 6(2), pp.901-911, 1991.

[7] Penman J., Sedding H., G., Lloyd B., A., Fink W., T., „Detection and location of interturn short circuits in the stator windings of operating motors", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 9, No. 4, pp. 652-658, 1994.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

10 Podsumowanie

Zakres zbioru symptomów (zbioru sygnałów diagnostycznych), umożliwiający wydanie poprawnego werdyktu diagnostycznego, wynika z niejednoznaczności lub słabego uwarunkowania zależności pomiędzy cechami stanu i parametrami sygnału diagnostycznego. W praktyce diagnostycznej zbiór pozyskiwanych sygnałów diagnostycznych może podlegać obiektywnym ograniczeniom. Przyczyny ograniczeń mogą być różnorakie, mogą wynikać z przepisów prowadzenia ruchu elektrycznego, ustalającego zasady dostępu do przewodów zasilających, zasad dostępu do maszyny elektrycznej w celu zamontowania czujników pomiarowych. Mogą także być związane z organizacją utrzymania ruchu w zakładach przemysłowych. W sytuacji ograniczenia zbioru dostępnych sygnałów diagnostycznych szczególnego znaczenia nabiera proces analizy sygnału pomiarowego, tak poprowadzony, aby uzyskać jednoznaczną informację diagnostyczną.

W maszynach elektrycznych zachodzi wzajemny wpływ szeregu procesów fizycznych (w prezentowanych wynikach eksperymentów są to procesy wywołane wystąpieniem niezrównoważonych sił i oddziaływaniami elektromagnetycznymi) na zbiór sygnałów diagnostycznych (przemieszczenia powierzchni elementów konstrukcyjnych, prądy fazowe i napięcia indukowane strumieniem rozproszenia na zewnątrz maszyny elektrycznej $\{d,i,u_w\}$). Każdy z analizowanych sygnałów wykazuje pewne cechy indywidualne („konstytutywne") wynikające z uwarunkowań projektowo-konstrukcyjnych danej maszyny elektrycznej, każdy z nich również charakteryzuje się odmienną wrażliwością na zaburzenie zachodzących procesów fizycznych, zaburzenie związane ze zmianą stanu, wywołaną danym uszkodzeniem (im większa wrażliwość sygnału na zaburzenie, tym wyższy wskaźnik jego użyteczności do celów diagnozowania stanu technicznego). Z uwagi na cykliczność procesów występujących w maszynach wirnikowych w ogólnym przypadku następuje zmiana struktury częstotliwościowej sygnału

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

diagnostycznego. Tak więc indywidualne cechy sygnału, jak i jego zmiana wywołana uszkodzeniem znajdują odzwierciedlenie w całym widmie amplitudowym.

Złożoność oddziaływań zachodzących w maszynach elektrycznych sprawia, że identyfikacja składowych częstotliwościowych w widmie amplitudowym jest trudna, a w wielu przypadkach niemożliwa. Ograniczenie analizy widma amplitudowego do zakresu najniższych częstotliwości szczególnie w przypadku słabego uwarunkowania związków pomiędzy stanem urządzenia a symptomem, może być przyczyną wydania niewłaściwego werdyktu diagnostycznego. Zaproponowana w niniejszej pracy analiza mapy utworzonej z kolejnych fragmentów widma amplitudowego sygnału pomiarowego (opisanej w rozdziale 4.4) umożliwia identyfikację większości istotnych składowych częstotliwościowych. Znamienną cechą struktury częstotliwościowej analizowanych sygnałów jest to, że dany fragment widma amplitudowego wykazuje cechy podobieństwa do fragmentu widma amplitudowego odległego o wielokrotność pewnej częstotliwości charakterystycznej. Oznacza to, że mamy do czynienia ze zjawiskiem modulacji składowej częstotliwościowej o częstotliwości charakterystycznej i jej wyższych harmonicznych. W wyniku modulacji w widmie amplitudowym pojawiają się pasma boczne odległe od składowej o częstotliwości charakterystycznej i jej wyższych harmonicznych o częstotliwość modulującą i jej wielokrotność. W obrazie mapy F-F widma amplitudowego, synchronicznej z częstotliwością charakterystyczną, pasma boczne utworzone przez tę samą częstotliwość modulującą pojawią się wzdłuż linii pionowych (utworzone zostają struktury pionowe). W przypadku gdy występuje zjawisko modulacji więcej niż jednej częstotliwości charakterystycznej mamy do czynienia z superpozycją różnych częstotliwości charakterystycznych i ich wyższych harmonicznych oraz ich pasm bocznych. Przykładem jest sygnał przemieszczeń wywołany udarami o różnych częstotliwościach, wywołany uszkodzeniem różnych elementów łożyska (bieżni zewnętrznej, bieżni wewnętrznej, elementu tocznego). W obrazie mapy F-F widma amplitudowego pasma boczne występujące wokół częstotliwości charakterystycznej i jej wyższych harmonicznych, niewspółmiernych z częstotliwością z jaką mapa F-F widma jest synchronizowana, pojawią się wzdłuż linii ukośnych (utworzone zostają struktury ukośne). Powyżej przedstawiona została ogólna zasada powstawania wzorów w obrazie jaki stanowi mapa F-F widma. W przypadku gdy częstotliwość obrotowa wirnika jest niewspółmierna z częstotliwością zasilania (silnik indukcyjny), w widmie amplitudowym sygnału wrażliwego na zmianę permeancji szczeliny powietrznej (sygnał prądowy, sygnał napięciowy) pojawiają się składowe częstotliwościowe związane ze strukturą żłobkowo-zębową wirnika. Składowe te tworzą dodatkowy wzór w obrazie mapy F-F widma. Podobnie jak w przypadku częstotliwości charakterystycznej podlegają one także modulacji, powstałe pasma boczne tworzą lokalne struktury pionowe. To czy dana składowa częstotliwościowa (o częstotliwości charakterystycznej lub jej wielokrotności oraz powstałe w wyniku modu-

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

lacji pasma boczne) pojawią się w widmie sygnału zależy od geometrii wirnika i stojana, rodzaju uzwojenia wirnika i stojana, zastosowanych materiałów obwodu magnetycznego, elektrycznego i obudowy. Dotyczy to w szczególności intensywności zjawiska modulacji. Obraz tak utworzonej mapy F-F widma amplitudowego jest unikatowy dla danego typu silnika elektrycznego.

Częstotliwością charakterystyczną mogą być na przykład: częstotliwość zasilania f_1, częstotliwość obrotowa wirnika f_w, lub częstotliwość generacji przemieszczeń elementów silnika f_d. Częstotliwością charakterystyczną może także być wielokrotność jednej z powyższych częstotliwości. W silnikach synchronicznych o uzwojeniu skupionym częstotliwością charakterystyczną jest iloczyn częstotliwości obrotowej i liczbie par biegunów wirnika pf_w. W przypadku analizy zmienności amplitudy fazora przestrzennego jedną z częstotliwości charakterystycznych w tym przypadku może być także (zgodnie z (4.86)) częstotliwość sumacyjno-różnicowa dominujących składowych częstotliwościowych (na przykład częstotliwości obrotowej f_w i częstotliwości zasilania pf_w).

Na podstawie prezentowanej w niniejszej pracy analiz widma amplitudowego sygnałów diagnostycznych uzyskanych na drodze eksperymentalnej można stwierdzić, że wrażliwość sygnału pomiarowego na zaburzenie zachodzących w maszynie elektrycznej procesów fizycznych wywołanych degradacją jej stanu technicznego jednoznacznie powiązać można z intensywnością procesu modulacji charakterystycznych składowych częstotliwościowych sygnału i ich wyższych harmonicznych. Silne uwarunkowanie zależności pomiędzy cechami stanu i parametrami sygnału diagnostycznego znajduje odzwierciedlenie w zmianie intensywności pasm bocznych wraz ze zmianą cech stanu (w tym przypadku procesem degradacji stanu technicznego – rozwojem uszkodzenia). Poniżej przedstawionych zostanie kilka wybranych przykładów.

- Uszkodzenie łożysk (sygnał przyspieszenia przemieszczeń korpusu). Pasma boczne powstałe w wyniku modulacji częstotliwości charakterystycznych uszkodzenia bieżni wewnętrznej f_{bw} i zewnętrznej f_{bz} częstotliwością obrotową wirnika f_w i częstotliwością różnicową $f_{rc}=f_w-f_c$ (rys. 6.26, rys. 6.28, rys. 6.30, rys. 6.31).
- Asymetria uzwojeń wirnika silnika indukcyjnego (sygnał przyspieszenia przemieszczeń korpusu silnika). Pasma boczne powstałe w wyniku modulacji częstotliwości charakterystycznej $f_1(1-s)$ częstotliwością obrotową f_w i podwójną częstotliwością poślizgu $2f_s$ (rys. 7.25, rys. 7.27).
- Ekscentryczność dynamiczna wirnika silnika indukcyjnego (sygnał prądowy). Pasma boczne powstałe w wyniku modulacji częstotliwości charakterystycznej f_1 i leżących wzdłuż linii poślizgu składowych częstotliwościowych związanych ze strukturą żłobkowo-zębową wirnika częstotliwością obrotową f_w i podwójną częstotliwością poślizgu $2f_s$ (rys. 8.12a,b).

Słabe uwarunkowanie zależności pomiędzy cechami stanu i parametrami sygnału diagnostycznego wymaga, jak to ma miejsce na przykład w przypadku

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

zwarcia zwojowego, dodatkowych operacji na sygnale pomiarowym. W niniejszej pracy proponowana jest transformacja Parka przekształcająca trójfazowy układ sygnałów do ortogonalnego układu dwufazowego. Na kształt trajektorii fazora przestrzennego wpływa asymetria układu trójfazowego, tak więc uzyskany w wyniku transformacji sygnał pomiarowy wykazuje większą wrażliwość na uszkodzenie maszyny elektrycznej wprowadzające asymetrię elektryczną. Także w tym przypadku analizowane uszkodzenia (zwarcie zwojowe, wzrost rezystancji uzwojenia fazowego) wpływają na proces modulacji częstotliwości charakterystycznej i składowych częstotliwościowych związanych ze strukturą żłobkowo–zębową wirnika, powodując pojawienie się dodatkowych pasm bocznych (rys. 8.24a,b, rys. 8.28a,b). Alternatywą jest pomiar napięcia indukowanego polem rozproszenia na zewnątrz maszyny elektrycznej charakteryzujący się znaczną wrażliwością na asymetrię obwodu elektrycznego (rys. 9.7a,b).

Znajomość mechanizmów powstawania wzorów w obrazie jaki stanowi mapa F-F widma umożliwia identyfikację zmian zachodzących w sygnale diagnostycznym w wyniku zmiany cech stanu dzięki porównaniu zmian kształtu (pojawienia się nowych składowych częstotliwościowych) i intensywności (zmiany amplitudy składowych częstotliwościowych) fragmentów wzorów.

Każdy z wyżej wymienionych sygnałów $\{d,i,u_{\psi}\}$ charakteryzuje się różnym stopniem wrażliwości na dany rodzaj uszkodzenia maszyny elektrycznej. Podobnie różny stopień wrażliwości wykazują składowe częstotliwościowe widma amplitudowego. Cechy te powinny być brane pod uwagę przy wyborze zbioru sygnałów diagnostycznych, a także wyborze analizowanego zakresu częstotliwościowego widma amplitudowego. W jednym, z przywołanych powyżej przykładów do diagnozowania zwarcia zwojowego uzwojenia stojana silnika asynchronicznego (wprowadzającego asymetrię magnetyczną) wybrano sygnał prądowy transformowany do postaci fazora przestrzennego wykazujący wrażliwość na ten rodzaj uszkodzenia w wąskim zakresie wyższych składowych częstotliwościowych związanych ze strukturą żłobkowo-zębową wirnika i ich pasm bocznych odległych o częstotliwość poślizgu f_s.

Do oryginalnych osiągnięć autora monografii można zaliczyć:

- dyskusję użyteczności do celów diagnostycznych różnych metod analizy sygnału pomiarowego – w szczególności analizy widmowej czasu pomiędzy poszczególnymi przejściami sygnału przez zero (ZTC), wykorzystanie analizy bispektralnej do identyfikacji zależności pomiędzy stanem diagnozowanego obiektu a niezidentyfikowanymi za pomocą modelu przyczynowo-skutkowego składowymi częstotliwościowymi sygnału pomiarowego, zmienności czasowej modułu fazora przestrzennego uzyskanego przez transformację sygnału trójfazowego do ortogonalnego układu dwufazowego;
- opracowanie metody analizy widma sygnału opierając się na mapie częstotliwościowo-częstotliwościowej, uwzględniającej występowanie cech podo-

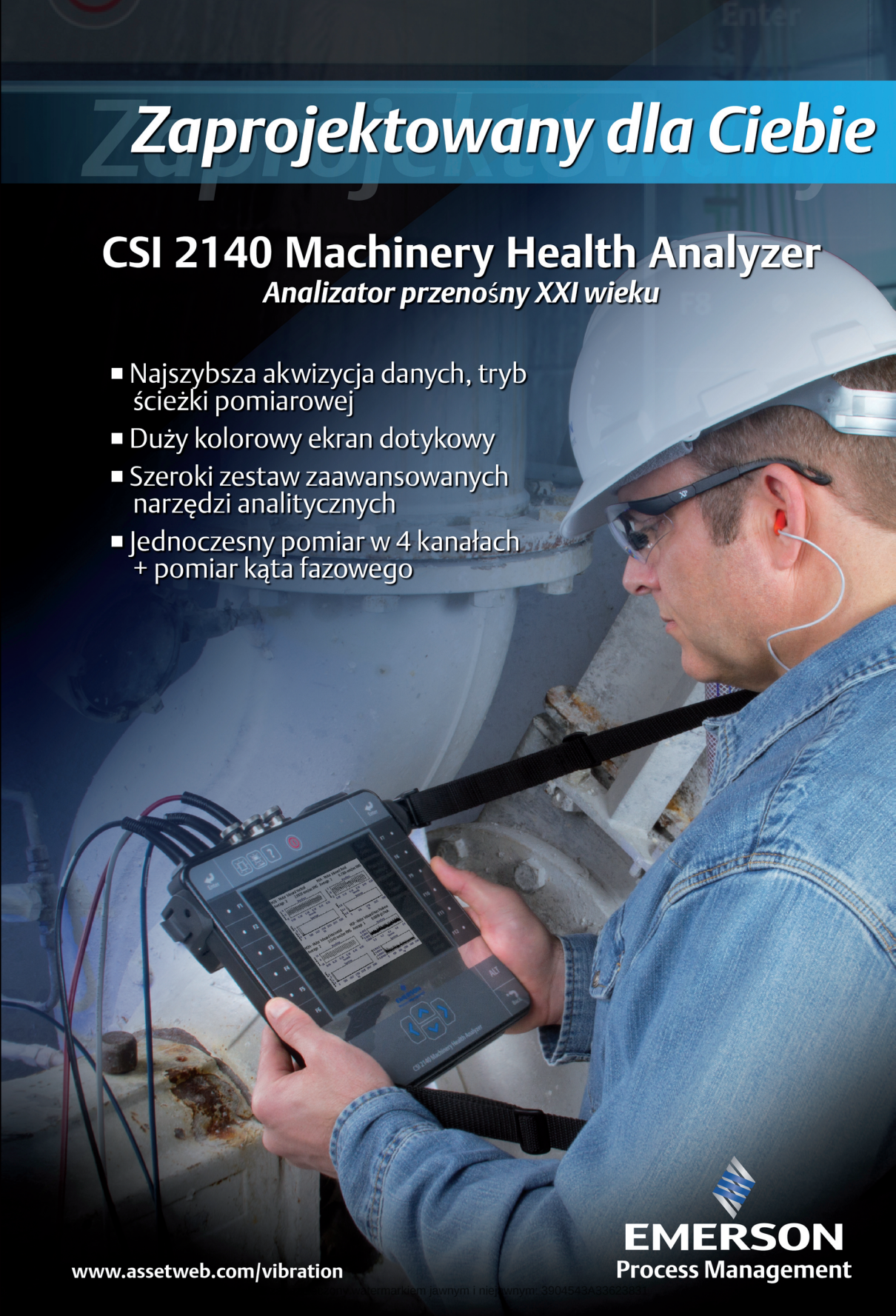
Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

bieństwa fragmentów widma o zakresie częstotliwościowym równym częstotliwości charakterystycznej, podlegającej procesowi modulacji. Jak zostało wykazane, metoda ta umożliwia wykrycie uszkodzeń maszyny elektrycznej nawet wtedy gdy występują słabe uwarunkowania zależności pomiędzy cechami stanu i parametrami sygnału diagnostycznego;

- eksperymentalną weryfikację wrażliwości sygnałów diagnostycznych (przemieszczeń, prądów, napięć indukowanych strumieniem rozproszenia) na zmianę stanu diagnozowanej maszyny. Analizie poddano sygnały diagnostyczne, które można pozyskać metodami o najmniejszym stopniu inwazyjności.

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 3904543A33623831


Zaprojektowany dla Ciebie
CSI 2140 Machinery Health Analyzer
Analizator przenośny XXI wieku
■ Najszybsza akwizycja danych, tryb ścieżki pomiarowej
■ Duży kolorowy ekran dotykowy
■ Szeroki zestaw zaawansowanych narzędzi analitycznych
■ Jednoczesny pomiar w 4 kanałach + pomiar kąta fazowego
www.assetweb.com/vibration
EMERSON
Process Management

Oficyna Wydawnicza PW jest wydawnictwem największej polskiej uczelni technicznej – Politechniki Warszawskiej, prowadzącej działalność naukowo-dydaktyczną na 32 kierunkach studiów.

Publikacje i katalogi wydawnictwa są dostępne w bibliotekach i księgarniach na terenie Politechniki Warszawskiej oraz innych uczelni, a także księgarniach technicznych na terenie całego kraju. Pełna oferta wydawnicza jest prezentowana na stronie internetowej:

www.wydawnictwopw.pl

Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej prowadzi sprzedaż:

- stacjonarną – w księgarniach OWPW
  – Gmach Główny Politechniki Warszawskiej przy Placu Politechniki 1
  – ul. Noakowskiego 18/20
- internetową – http://www.wydawnictwopw.pl
- wysyłkową – tel. 22 234-75-03; fax 22 234-70-60
  e-mail: oficyna@wpw.pw.edu.pl

ISBN 978-83-7814-458-8